

通勤交通のボトルネックでの待ち行列パターン

Equilibrium Queuing Patterns at Highway Bottlenecks for Morning Commute Trips

桑 原 雅 夫*

Masao KUWAHARA

都市高速道路に存在するボトルネックの交通需要が時間経過とともにどのように変化していくのか、あるいはボトルネックにできる待ち行列長がどのように変化していくのかについて、通勤目的の道路交通について考察する。一般に通勤目的のトリップは勤務時刻という大きな制約を持って行われている。そこで、この制約条件と関連づけながら、単一ボトルネックさらに都市内の複数のボトルネックにおける交通需要の時間変動について解説する。

1. 序 論

道路交通における問題、たとえば騒音、排気ガス等の環境問題、渋滞による旅行時間の浪費等の多くは、道路ネットワーク上に存在するボトルネックでのピーク時交通渋滞に起因している。これらの問題を解決するためには、まずピーク時のボトルネックにおける交通需要の時間変動を把握する必要がある。

一般に、ある道路区間の交通需要を求めることを交通量配分というが、現在行われている交通量配分計算では、ピーク時間帯の交通需要は一日全体の交通需要のある一定の割合を、ピーク時間帯に均一に割り当てることによって求められている。これは時間的に静的な交通配分方法といわれ、時間経過と共に急激に増加しやがてオフピークに向かって減少するというピーク時間帯特有の交通需要の時間変動を表しきれないのである。

したがって、近年において交通配分方法の動的化の研究が行われつつあるが、本稿ではその一つのアプローチとして、朝ピーク時間の交通変動の主役である通勤目的の道路交通を対象として、都市高速道路上のボトルネックでの交通需要変動を推定する方法について解説する。

ボトルネックの交通需要変動に関する研究は1969年のVickrey¹⁾の研究にまでさかのぼることができる。その後1970年代から1980年代初めにかけてHenderson²⁾、Hendrickson等³⁾、Fargier⁴⁾、Smith⁵⁾、Daganzo⁶⁾等の研究が発表されているが、これらはボトルネックでの交通需要変動、すなわち通勤トリップの出発時刻がどのように選択されるのかを勤務開始時刻と関連づけて説明したものである。これらはいずれも単一のボトルネックにおける分析に限られていたが、その後Ben Akiva等⁷⁾、Mahmasani等⁸⁾、Kuwahara等⁹⁾等がネットワーク上に存在する複数のボトルネックにおける分析方法を提案している。ボトルネックが複数ある場合には、トリップの出発時刻

だけでなく、どのボトルネックを通過しようとするのかという経路選択という選択肢が追加されるのである。

本稿では、最初にボトルネックでの交通渋滞の状況について概説し、次に単一ボトルネックでの分析そして複数のボトルネックの存在する場合の分析を簡単に解説する。

2. ボトルネックでの交通渋滞

ボトルネックと言ってもそれはいろいろな場所がある。都市高速道路では、合流部、分流部、織り込み区間などのネットワークジャンクションをはじめ、トンネル、サグのような照度、縦断勾配の変化する地点にもボトルネックを見つけることができる。首都高速道路についていえば、放射状の路線が環状線と合流する地点が典型的なボトルネックとなっている。図1は車両感知器の5分間データより、昭和63年2月9日の首都高速道路4号線の渋滞の様子を描いた図である。横軸に環状線との合流部を原点とした距離をとり、一日の各時間における走行速度が40 (km/h) 以下の地点と10 (km/h) 以下の地点を示している。合流部を頭に朝7時ころから速度の低下している区間が上流に伸び始めている。これは需要交通

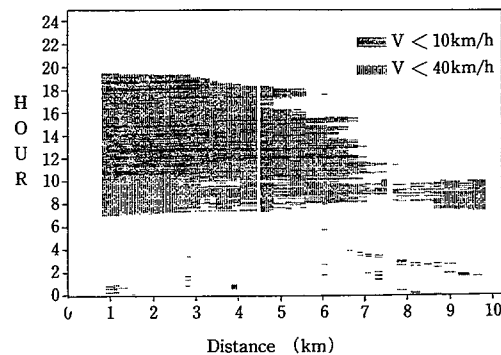


図1 首都高速道路4号線の地点別走行速度の時間変動

*東京大学生産技術研究所 第5部

量が朝ピーク開始時から急激に増加し、合流部での交通容量を上回っているために、容量を超過した需要が4号線に滞留してしまうからである。走行速度が10 (km/h)以下の区間長は、最大7kmにも及んでいる。この区間の平均走行速度を約10 (km/h)とすれば、7kmを移動するのに40分以上も必要になる。4号線の環状線との合流部までの距離は約13kmであるので、渋滞がなければ10分足らずで到達できる距離であるのに、実際には40分以上の旅行時間が必要となることもあるのである。

この例のように、ボトルネック渋滞による旅行時間の増加は著しく、さらに渋滞列の中での発進—停止の繰り返しによる燃料消費も効率が悪くなり、利用者の負担(旅行費用)が非常に重くなるのである。アメリカ合衆国の例であるが、AASHTO⁽¹⁴⁾は、交通量/容量比が0.3の場合において、渋滞時と渋滞の無い時のトリップ費用(ランニングコスト+時間費用)を試算しているが、それぞれ145 (=85+60) \$/10³veh-mileと800 (=200+600) \$/10³veh-mileとしている。渋滞によってトリップ費用が急激に増加していくことがうかがえる、特に時間費用の増加が著しい。

さて、以上のようにボトルネックでの待ち行列長や待ち時間は時間と共に変化し、それが利用者の旅行費用に及ぼす影響は非常に大きいことが理解される。この待ち行列長および待ち時間の時間的な変動は図2のような累積トリップを描くことで表すことができる。曲線A(t)はボトルネックの累積需要交通量を、D(t)はボトルネックを流出した累積交通量を示している。ある時刻t_aにおける待ち行列台数、r(t_a)、と待ち時間、q(t_a)は、A(t)とD(t)の間の鉛直方向、水平方向の差として表される。したがって、このA(t)とD(t)がわかればボトルネックの渋滞状況を把握することができるのであり、いかにこの2つの曲線を推定するのが本稿のテーマである。このうち累加サービス曲線、D(t)、は道路の幾何構造等によって比較的簡単に推定できるので、ここでは需要曲線、A(t)、がどうしてこのような形状になるのかを検討するこ

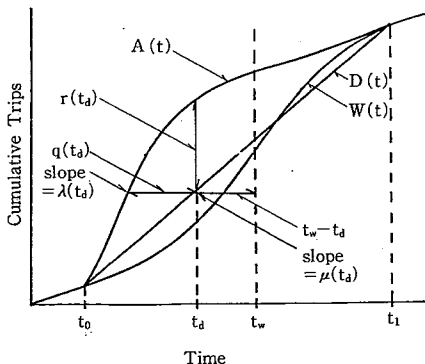


図2 単一ボトルネックでの累積分布

とにする。

特に、どのような理由でA(t)はD(t)と一致しないのかが興味ある点である。もしもすべての利用者がトリップの出発時刻を多少(待ち時間分だけ)遅らせて、需要曲線の傾きがボトルネックの交通容量と等しくなるように調節できたとしたら、需要曲線A(t)はD(t)に沿って描かれるので、ボトルネックでの待ち時間は無くなるであろう。しかも各利用者はこのような調節以前と同じ時刻にボトルネックを流出することができるのである。このような需要交通の時間変動パターンは、すべてのトリップの通勤費用を最小にすることができるので、システム最適な需要パターンと言う。このような出発時刻の調節によって、すべての利用者が便益を得ることができるのに、実際にはこのような交通需要パターンができないのはなぜか、この理由の一つの考え方を以下解説することにする。

3. 単一ボトルネックにおける分析

図3で示されるように勤務地に通じる1本の道路があり、その道路上に交通容量、 μ 、を持つボトルネックがただ一つ存在しているものとしよう。対象とするのは、この道路を通して勤務地に通勤している通勤者(n人)である。道路の走行時間はフローインディペンデント、すなわち走行時間は交通量に依存しないものとする。

この単一ボトルネックにおいて、次のような3種類の累積分布を定義することができる(図2)。

A(t) = 時刻tまでにボトルネックに流入した累積トリップ数(累積需要曲線)

D(t) = 時刻tまでにボトルネックを流出した累積トリップ数(累積サービス曲線)

W(t) = 時刻tまでにボトルネックを流出したいと希望する累積トリップ数(所与)

ここでは、ボトルネックに発生する待ち行列は物理的な長さを持たない点と考えている。別の言い方をすれば待ち行列は一般にわれわれが目にするように平面的に表されるのではなく、ボトルネック地点上で鉛直方向に形成されると考えるのである。したがって、待ち行列が形成されている場合には、各トリップはボトルネックの位置まで到達してそこで鉛直方向に伸びている行列の最後尾に並ぶことになる。D(t)はボトルネックの交通容量に

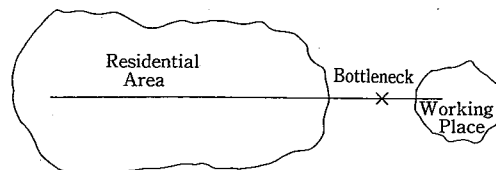


図3 単一ボトルネックを持つネットワーク

よって決まるものであって、ボトルネックに待ち行列が存在する場合は交通容量 μ を傾きを持つ直線であり、存在しない場合は $A(t)$ と一致する性質をもつ。ボトルネックでは、さきにボトルネックに到着したトリップからさきにボトルネックより流出する、FIFO (FIRST IN FIRST OUT) サービスシステムを仮定する。FIFOにおいては、先に述べたように $A(t)$ と $D(t)$ の間の水平距離がボトルネックでの待ち時間を表すことになる。

$W(t)$ に関するボトルネックからの希望流出時刻は、各通勤者の勤務開始時刻からボトルネック-勤務地間のフローインディペンデントな走行時間を差し引いた時刻と考えることができる。ここでは、各通勤者の勤務開始時刻と勤務地がわかっているものとし、それらよりすでに $W(t)$ が与えられているものとする。

さて、 $A(t)$ と $D(t)$ を求めるためには、次に各通勤者が通勤トリップに必要とする通勤費用を定義しなくてはならない。

$$\begin{aligned} TC\{t_d, t_w, x\} &= f_1\{m(x)\} + f_2\{q(t_d)\} \\ &\quad + f_3\{s(t_d, t_w)\} \\ &= f_1\{m(x)\} + p(t_d, t_w) \end{aligned} \quad (1)$$

ただし、 t_d = ボトルネックからの流出時刻

t_w = 通勤者の勤務地への希望流出時刻

$x = (x_1, x_2)$ = 通勤者の住居位置 (x_1) と勤務地の位置 (x_2) を表すベクトル

$TC(t_d, t_w, x)$ = 位置ベクトル x と希望到着時刻 t_w を持つ通勤者が、時刻 t_d にボトルネックを流出した場合の通勤費用

$m(x)$ = x_1 と x_2 間の走行時間

$q(t_d)$ = 時刻 t_d にボトルネックを流出した場合のボトルネックでの待ち時間

$s(t_d, t_w)$ = 希望到着時刻 t_w を持つ通勤者が時刻 t_d にボトルネックを流出した場合のスケジュール遅れ

$f_1\{m\}$ = 走行時間を費用に変換する単調増加な関数

$f_2\{q\}$ = 待ち時間を費用に変換する単調増加な関数

$$f_2'(q) = df_2(q)/dq \geq 0, \quad q \geq 0,$$

$f_3\{s\}$ = スケジュール遅れを費用に変換する凸な関数

$$d^2f_3(s)/ds^2 \geq 0,$$

$$f_3'(s) = df_3(s)/ds \begin{cases} \geq 0, & s \geq 0, \\ < 0, & s < 0. \end{cases}$$

希望流出時刻 t_w をもつ通勤者を考えた場合、通勤費用は、フローインディペンデントな走行時間によるもの、 $f_1\{m(x)\}$ 、ボトルネックでの待ち時間によるもの、 $f_2\{q(t_d)\}$ 、スケジュール遅れ(通勤者の希望流出時刻と実際の流出時刻との時間差)によるもの、 $f_3\{s(t_d, t_w)\}$ 、の3つの部分から構成されている。走行時間は、フローインディペンデントであると仮定されているために、住居から勤務地までの距離とフリーフロー時の走行速度によって決まってしまう。したがって、通勤者は出発時刻をいつに決めても一定の走行時間を費やさなければならないため、走行時間はトリップの出発時刻の選択には全く影響を及ぼさない。したがって、出発時刻の選択のみを考える場合には、この第1項は省略することができる。

ボトルネックでの待ち時間 $q(t)$ は、待ち行列を物理的な長さを持たない点として考えていることと待ち行列システムがFIFOのため、ボトルネックからの流出時刻のみの関数として表すことができる。スケジュール遅れは、単に $s(t_d, t_w) = t_w - t_d$ と表すことができる(図2参照)。走行時間がフローインディペンデントであるという仮定より、この時間差は実際の勤務地への到着時刻と勤務開始時刻との時間差と見ることができ、この時間差によるペナルティーを見込んでいるのである。 $s(t_d, t_w)$ は正または負の値を取ることができ、 $s(t_d, t_w)$ が正(負)であるということは、勤務開始時刻よりも早く(遅れて)勤務地に到着したことを示しているのである。通勤費用の内、待ち時間とスケジュール遅れによる費用は、ボトルネックの渋滞状況に依存するものであるから、これらの合計をボトルネック費用として $p(t_d, t_w)$ で表すことにする。

これらの変数のうち通勤者が選択できるのはボトルネックからの流出時刻 t_d である。流出時刻 t_d を選択することは、FIFOシステムの場合、流出時刻と流入時刻は1対1に対応しているため流入時刻を選択していることと同値であり、さらにフローインディペンデントな走行時間を仮定しているため結局は通勤者のトリップの出発時刻を選択していることにほかならない。

以上の仮定に加えて、各通勤者はそれぞれの通勤費用を最小にするようにボトルネックからの流出時刻を選択すると仮定した場合に、Smith⁹⁾、Daganzo¹⁰⁾は、勤務開始時間が早い者ほど、早くボトルネックから流出するようになることを示している。すなわち、

$$D(t_d) = W(t_w). \quad (2)$$

この関係より、ボトルネック流出時刻 t_d は、勤務開始時刻 t_w の関数として、

$$t_d = t_d(t_w) = D^{-1}(W(t_w)), \quad (3)$$

のように表現できる。この関係を使うと、総費用関数は t_d を消去して次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} TC(t_w, x) &= f_1\{m(x)\} + f_2\{q(t_w)\} + f_3\{s(t_w)\}, \\ &= f_1\{m(x)\} + p(t_w), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし, } TC(t_w, x) &= TC(t_d(t_w), t_w, x), \\ q(t_w) &= q(t_d(t_w)), \\ s(t_w) &= s(t_d(t_w), t_w), \\ p(t_w) &= p(t_d(t_w), t_w), \end{aligned}$$

このTC(t_w, x)を勤務開始時刻t_wによって、偏微分すると、

$$\frac{dp(t_w)}{dt_w} = \frac{\partial p(t_d(t_w), t_w)}{\partial t_w} + \frac{\partial p(t_d(t_w), t_w)}{\partial t_d} \frac{dt_d(t_w)}{dt_w} \quad (5)$$

ところが、各トリップは通勤費用を最小にするようにt_d(t_w)を決めているので、

$$\begin{aligned} \partial TC(t_d(t_w), t_w, x) / \partial t_d &= \partial p(t_d(t_w), t_w) / \partial t_d \\ &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

となり、式(5)の右辺第2項は、0となる。したがって通勤費用を最小にした状態においては、

$$\begin{aligned} \frac{dp(t_w)}{dt_w} &= \frac{\partial p(t_d(t_w), t_w)}{\partial t_w} \\ &= f_3'\{t_w - t_d(t_w)\} = f_3'\{s(t_w)\}, \end{aligned} \quad (7)$$

という条件が求められる。この条件を時間的均衡条件と呼び、簡略化のため以下t_wをtとして表すことにする。式(7)より、勤務開始時刻tに対応するスケジュール遅れs(t) = t - D^{-1}(W(t))がわかれば、ボトルネック費用p(t)もさらに待ち時間q(t)も計算できることになる。

$$p(t) = \int_{t_0}^t f_3'\{s(u)\} du, \quad (8)$$

$$q(t) = f_2^{-1} \left[\int_{t_0}^t f_3'\{s(u)\} du - f_3\{s(t)\} \right], \quad (9)$$

ただし、t_0 = ボトルネックでの待ち行列開始時刻。さらに、ボトルネックに勤務開始時刻tにおけるA(t)の傾き、すなわち需要交通量λ(t)は、以下の累積分布関数の基本的性質、

$$dq(t) = \frac{dW(t)}{\mu} - \frac{dW(t)}{\lambda(t)}, \quad ds(t) = dt - \frac{dW(t)}{\mu},$$

ただし、μ = ボトルネックの交通容量。

と、式(7)より、

$$\lambda(t) = \mu \left[1 - \frac{f_3'\{s(t)\}}{f_2'\{q(t)\}} \right]^{-1}, \quad (10)$$

と表せる(図2参照)。

図4は次のような線形の費用関数を用いて、時間的均衡条件よりボトルネックの渋滞状況を表したものである。

$$\begin{aligned} f_2\{q\} &= bq, \quad b \geq 0, \\ f_3\{s\} &= cs = \begin{cases} c_1, & s \geq 0, \\ -c_2, & s < 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

まず、与えられている希望流出時刻の分布W(t)を書く。次に、待ち行列の開始時刻、t_0、を適当に仮定して、そこから累積サービス曲線D(t)を傾きμの直線として描くこ

とができる。このW(t)とD(t)より、任意の勤務開始時刻tのスケジュール遅れ、s(t)を得ることができる。さらに、式(8)よりボトルネックでの待ち時間、q(t)が計算でき、これより累積需要曲線A(t)を求めることができる。待ち行列の開始時刻t_0は、スケジュール遅れが最終的に0になった時刻t_1において、待ち時間q(t_1)も0になるように決めてやればよい。

式(10)からも理解できるように、線形関数を用いた場合には需要交通量λ(t)はパラメーターの比、c/b、に依存するのである。また、式(7)よりボトルネック費用p(t)はtに関して線形に増減していくことがわかる。Smith⁹⁾、Daganzo¹⁰⁾はf_3(s)がsについて凸であれば、A(t)は唯一に決まることを証明している。

図5は、サンフランシスコ湾岸地域を走るハイウェイ80における待ち行列長の実測値と上記のモデルの推定値を描いたものである。サンフランシスコのCBDに通じるハイウェイ80には、San Francisco Bay Bridgeがあり、この橋の手前の料金所がボトルネックになっている。フローティングカーによる待ち行列の長さの実測と料金所に設置されている車両感知器によってA(t)とD(t)を計測している。勤務開始時刻の分布W(t)は、CBDで働く通勤者にアンケート調査を実施した結果である。モデルの推定値を得るには費用関数の関数形を知ることが必要になるが、これはわかっていないのでf_2(q)については線形、f_3(s)については線形あるいは2次曲線を仮定して、A(t)の推定値が実測値と合うようにそれぞれのパラ

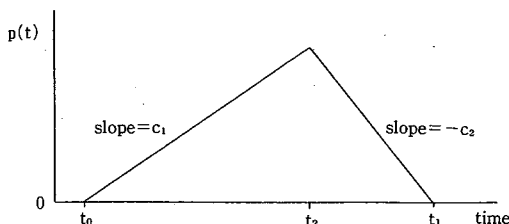
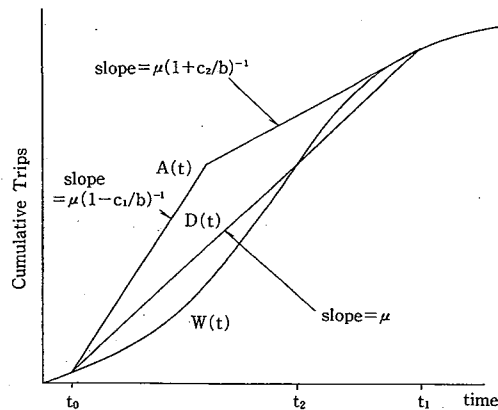


図4 線形費用関数を用いた場合の待ち行列パターン

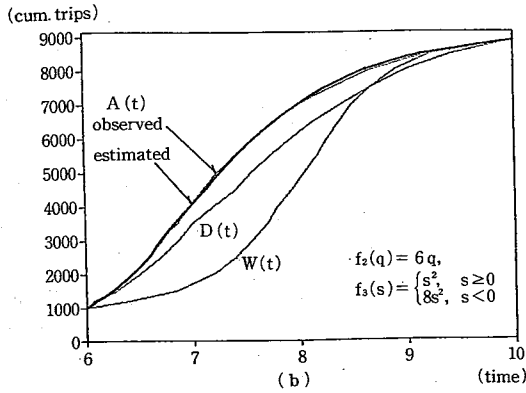
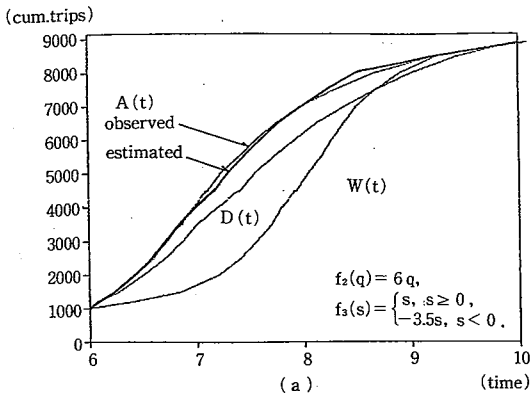


図 5 サンフランシスコベイブリッジの待ち行列パターン

メーターを決定した。

これらパラメーターは待ち時間とスケジュール遅れの時間価値を表しているものと考えられる。時間価値に関する種々な実証的な研究はこれまでも数多く成されてはいるが、ここでいう待ち時間や、スケジュール遅れのような細かな時間の使われ方に関する研究は極めて少ない。近年 Hendrickson¹⁰⁾が、ピッツバーグ都市圏の通勤トリップについて待ち時間とスケジュール遅れの時間価値を推計しているにすぎない。ここで得られたc/bの値は、Hendricksonの結果と比べてオーダー的には一致している。通勤トリップの場合、おおむね待ち行列内での待ち時間の時間価値は、正のスケジュール遅れの5から7倍くらい大きいものと思われる。

4. 複数のボトルネックを持つネットワークへの展開

これまでの研究においては、すべての通勤者が単一のボトルネックを必ず1回通過するという特殊な状況のもとで議論が進められてきた。1984年以後、この出発時刻選択問題に関する研究を、複数のボトルネックを持つネットワークに発展させようとする研究が進められてきた。複数のボトルネックj, j = 1, 2, ..., Jにおいてそれぞれの累積需要曲線A_j(t)を求めようとするものであり、通勤者の選択肢としては出発時刻のほかにと

のボトルネックを通過するののかという選択肢が追加される。この新たな選択肢は選択されたボトルネックを通過するような経路を決めるもので、経路選択肢と考えられる。

このようにボトルネックの選択肢が追加されると、通勤費用もボトルネックjごとに異なってくるわけであるから、式(4)のすべての項にjのサフィックスをつけて

$$TC_j(t, x) = f_1\{m_j(x)\} + p_j(t) \quad (12)$$

となる。ボトルネックjについての時間的均衡条件も(7)式にjのサフィックスをつけて

$$\frac{dD_j(t)}{dt} = f_3\{s_j(t)\} \quad (13)$$

と表せ、式(8), (9), (10)についても同様にjをつけ加えることによってボトルネックjに対する式になる。

出発時刻選択の問題との基本的な違いは、通勤費用の第1項である走行時間に関する項が大きな役割を演じる点である。すなわち通勤者は、たとえある時刻におけるボトルネックjのボトルネック費用p_j(t)が大きくても、そこを通った場合の走行時間f₁{m_j(x)}が短ければそのボトルネックを選択するであろうし、また逆の場合も考えられるのである。

Ben Akiva等⁷⁾は、図6(a)のようにa点とb点間の平行ないくつかの各経路に1つずつボトルネックが存在しているネットワークを対象に、ランダム効用理論に基づいた選択行動モデルを提案している。モデルの効用関数(式(12)にワイブル分布をした誤差項を追加したもの)は、離散化した出発時刻の選択肢にボトルネック

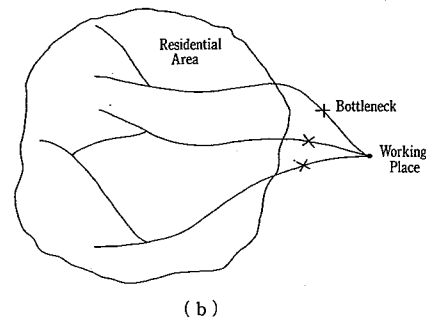
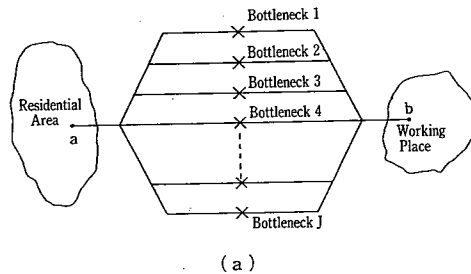


図 6 複数のボトルネックを持つネットワーク

j の選択を追加したロジットモデルである。効用関数中の f_1, f_2, f_3 の関数形は、いずれも線形である。Ben Akiva等は特に明記していないが、彼らのモデルが適用できるのは $f_1(m)$ が m について線形のときだけである。Mahmassani等⁹⁾も類似した研究を発表しているが、Ben Akiva等と異なるのは、ボトルネックの待ち行列に着目しているというよりもボトルネック上流の道路区間における、混雑による遅れ時間を巨視的な密度と速度の $k-v$ 関係式(Greenshieldsタイプ)を用いて表現している点である。

以上2つの研究は、経路の選択肢が追加されたとは言うものの a, b 两点を全通勤者が通過するという制約があり、ODパターンは本質的にはOne-to-Oneである。KuwaharaとNewell⁹⁾は決定論的な待ち行列理論を用いて、Many-to-OneのODパターンにも適用できるモデルを発表している(図6(b))。式(13)の時間的均衡条件に加えて、 $s_j(t), p_j(t), j=1, 2, \dots, J$ に関する微分方程式で表される経路選択の均衡条件を求め、このボトルネック費用 $p_j(t)$ とスケジュール遅れ $s_j(t)$ に関する1階の連立微分方程式を解くことによって、累積需要曲線 $A_j(t)$ を求めるものである。一般には、この連立微分方程式は解析的には解けないが、数値解析的に解くことができる。詳しくは原文献を参照願いたい。

5. ま と め

以上簡単に解説したように、通勤交通のボトルネックの待ち行列パターン、特に需要交通量のボトルネックへの到着パターン $A(t)$ は、ボトルネックでの待ち時間とスケジュール遅れによるトリップ費用のトレードオフによって決定されると考えられるわけである。もしもすべての通勤者が全員の通勤費用の総和を最小にしようとして行動すれば、累積需要曲線 $A(t)$ と累積サービス曲線 $D(t)$ は全く一致するシステム最適パターンが求められる。しかしながら実際には、各通勤者は自分自身の通勤費用だけをできるだけ少なくしようと行動するために、図5のようなパターン(利用者最適パターン)が現実には起こり、結局はシステム最適パターンにおける各通勤者の費用よりも余計な費用を支払うことになってしまうのである。

これらの研究は、ネットワーク配分問題を動的にする際の複雑さを取り除くために、ボトルネックでの待ち行列に焦点を当てて分析したものである。待ち行列の分析においては、ボトルネックの流入交通量と流出交通量だけによって待ち時間、行列長などが説明できるもので、車の細かな動的特性を逐時とらえる必要がないと言う点で簡明である。しかしながら、これらの研究で設けている簡略化のためのいくつかの仮定は同時にこの方法の限界でもあり、たとえば、Many-to-ManyのODパターンや

複雑なネットワークへも適用しうるモデルの一般化へ向けて、研究を進める必要があると思われる。

ここで解説したモデルを、今の段階で定量的な分析に用いることは問題であるが、フレックスワークタイム、ロードプライシング等の通勤交通のピーク時集中を緩和するような交通政策を定性的に評価するには、簡便なモデルであろう。また、今まではあまり考慮されていなかったスケジュール遅れの存在を認識させるとともに、これらの政策の便益評価にスケジュール遅れを取り込むべきことを示唆していよう。(1988年3月25日受理)

参 考 文 献

- 1) Vickrey, W.S.: Congestion Theory and Transportation Investment, American Economic Review 59, 1969.
- 2) Henderson, J.V.: Road Congestion: A Reconsideration of Pricing Theory, Journal of Urban Economics 1, 1974.
- 3) Hendrickson, C., and G. Kocur.: Schedule Delay and Departure Time Decisions in a Deterministic Model, Transportation Science, Vol. 15, No. 1, February 1981.
- 4) Fargier, P.H.: Effects of the Choice of Departure Time on Road Traffic Congestion. Proceedings of the Eighth International Symposium on Transportation and Traffic Theory, Toronto, Canada, 1981.
- 5) Smith, M.J.: The Existence of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck. International Symposium on Frontiers in Transportation Equilibrium and Supply Models, Montreal, November 1981.
- 6) Daganzo, C.F.: The Uniqueness of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck. Institute of Transportation Studies, University of California, Berkeley, June 1984.
- 7) Ben Akiva M., A.D., and P. Kanaroglou: Dynamic Model of Peak Period Traffic Congestion with Elastic Arrival Rates, Transportation Science, Vol. 20, No. 2, 1986.
- 8) Mahmassani H.S. and R. Herman: Dynamic User Equilibrium Departure Time and Route Choice on Idealized Traffic Arterials, Transportation Science, Vol. 18, No. 4, pp. 362-384, 1984.
- 9) Kuwahara M. and G.F. Newell: Queue Evolution on Freeways Leading to a Single Core City during the Morning Peak, Proceedings of the Tenth International Symposium on Transportation and Traffic Theory, July 1987.
- 10) Hendrickson, C. and E. Plank.: The Flexibility of Departure Times for Work Trips. Transportation Research, Vol. 18A, No. 1, Jan. 1984.
- 11) American Association of State Highway and Transportation Officials: A Manual on User Benefit Analysis of Highway and Bus-Transit Improvements, 1977.