

多起点多終点ODにおける渋滞延伸を考慮した リアクティブ動的利用者最適交通量配分

桑原雅夫¹・赤松 隆²

¹ 正会員 Ph.D. 東京大学助教授 生産技術研究所 (〒106 東京都港区六本木7-22-1)

² 正会員 工博 豊橋技術科学大学助教授 知識情報工学系 (〒441 豊橋市天伯町雲雀が丘1-1)

本研究は、渋滞延伸の影響を考慮した多起点多終点ODのリアクティブ動的利用者最適配分問題について、定式化と解法を提案するものである。リアクティブ動的配分とは、利用者が現時点までの交通状況に基づいて、終点までの最短経路を選択すると仮定した配分である。起点からの出発時刻別に多起点多終点ODが与えられているものとしているので、出発時刻選択については扱わない。まず、交通量の保存則、First-In-First-Out 原則を満たす制約条件を整理した後、リアクティブ最適条件を定式化して、本配分問題が現在時刻によって分解できることを示す。次に物理的な長さを持つ待ち行列を考え、ショックウェーブ理論より、渋滞が上流に延伸して先詰まりを起こす現象をモデルに組み込んでいる。最後に、解法のアルゴリズムの提案と適用例を紹介する。

Key Words : dynamic user optimal assignment, reactive assignment, physical queues, many-to-many OD

1. 序

本研究は、渋滞延伸の影響を考慮したリアクティブ動的利用者最適配分問題について、現在時刻によって問題を分解した定式化と解法を提案するものである。起点からの出発時刻別に多起点多終点ODは、与えられているものとしているので、本研究では出発時刻選択については扱わない。リアクティブ動的配分は、Dynamic User Optimal (DUO) Assignment と呼ばれ、現時点までの交通状況に基づいて利用者が目的地迄の最短経路を選択するという仮定に立つ配分である。我が国でも文字情報板や図形情報板、ハイウェイ・ラジオ、カーナビなどによる現時刻の交通状況(渋滞長、旅行時間など)が、提供されつつあり、上記の様な仮定はかなり現実的なものになりつつある。

これに対し利用者均衡配分は、利用者が実際に経験する旅行時間に基づいて最短経路を決定していく配分であり、本研究で扱うリアクティブ動的配分とは異なり、Dynamic User Equilibrium (DUE) Assignment と呼ばれる。DUE 均衡配分では、将来の交通状況を予測して交通量の配分を行わなければならないが、この意味でリアクティブな配分より、分析が困難な配分原理である。

これまでにも、Wieら^{1),2)}、Boyceら³⁾によってリアクティブ動的配分が分析されている。彼らは、リンク旅行時間をリンクからの流出交通量を表す exit function によって評価し、最適性原理を応用して、数学的に興味ある分析を行っている。しかし、彼らの研究はリンクへの

流入・流出のサービス順位である First-In-First-Out (FIFO) の条件を取り入れていないこと、目的関数の中で定義されているリンクコストとリンク旅行時間の関連性が希薄であること、さらにリンク旅行時間がそのリンクへの交通量の流入率および流出率と関連づけられていないという問題点が指摘できる。

本研究では、リアクティブ動的配分が、基本的には現時点迄の交通状況に依存するという性質を利用して、First-In-First-Out サービスに従った待ち行列理論によって問題を分析する。また、これまでほとんど扱われてこなかった、Physical Queue (物理的な長さを持つ待ち行列)を扱い、渋滞流の上流への延伸による上流側リンクの容量低下の現象を考慮したモデル化を行う。

2. ネットワークと交通需要

ネットワークは L 本のリンクと N 個のノードから構成され、 $1 \sim N$ 迄の番号が N 個のノードに割り振られる。ノード i から j に向かう有向リンクをリンク (i, j) と書く。時間変化する多起点多終点の OD 需要は与えられているものとし、次の様に表す。

$$Q_{od}(t) = \text{時刻 } t \text{ 迄に起点ノード } o \text{ を出発して終点ノード } d \text{ に向かう累積台数 (所与)} \quad (1)$$

また、ノードに到着する時刻に着目して、次の様に $R_o(t)$ と $S_d(t)$ を定義する。

$$R_o(t) = \text{起点 } o \text{ を時刻 } t \text{ 迄に出発する台数} \\ = \sum_d Q_{od}(t) \quad (2)$$

$$S_d(t) = \text{終点 } d \text{ に時刻 } t \text{ 迄に到着する台数} \quad (3)$$

明らかに $R_o(t)$ は $\sum_d Q_{od}(t)$ に等しく、あらかじめ与えられている量であるが、 $S_d(t)$ は OD 交通量がいつ終点に到着するのか決まらなると評価できない量であり、これは動的配分を行って初めて評価できるものである。

リンクへの流出入を表す累積関数を次の様に定義する。

$$A_{ij}(t) = \text{リンク } (i, j) \text{ に時刻 } t \text{ 迄に流入した台数} \quad (4)$$

$$D_{ij}(t) = \text{リンク } (i, j) \text{ を時刻 } t \text{ 迄に流出した台数} \quad (5)$$

これらの時刻 t による微分を

$$\lambda_{ij}(t) = \text{時刻 } t \text{ にリンク } (i, j) \text{ に流入する交通流率} \\ = dA_{ij}(t)/dt \quad (6)$$

$$\mu_{ij}(t) = \text{時刻 } t \text{ にリンク } (i, j) \text{ から流出する交通流率} \\ = dD_{ij}(t)/dt \quad (7)$$

と書く。この $\lambda_{ij}(t)$ あるいは $A_{ij}(t)$ を後述するリアクティブ動的配分の定義に従って決めることが、本研究の目的である。

3. 動的交通流の満たすべき制約条件

次に、動的交通流の満たすべき制約条件について定義する。

(1) ノードにおける交通量保存則

第1の制約条件はノードにおける交通量保存則であり、ノード i における保存則は、同じ目的地 d を持つ交通に着目して次の様に書ける。

$$-\sum_k D_{ik}^d(t) + \sum_j A_{ij}^d(t) - Q_{id}^d(t) = 0, \\ i=1, 2, \dots, N, \quad i \neq d. \quad (8)$$

ここに、

$$A_{ij}^d(t) = \text{時刻 } t \text{ 迄にリンク } (i, j) \text{ に流入した目的地 } d \text{ を持つ累積台数}$$

$$D_{ij}^d(t) = \text{時刻 } t \text{ 迄にリンク } (i, j) \text{ から流出した目的地 } d \text{ を持つ累積台数}$$

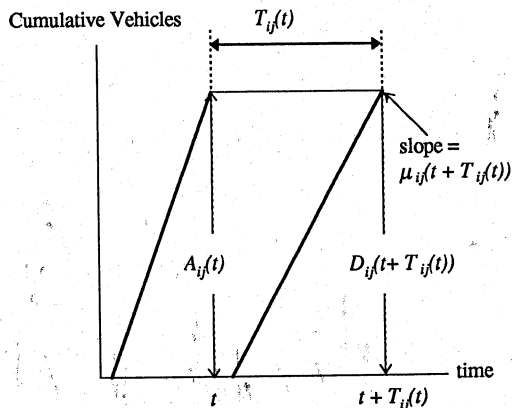


Fig. 1 Cumulative Arrival and Departures of link (i, j)

第1項と第3項は時刻 t 迄にノード i に流入する量を表す、一方第2項は流出する量を表しており、両者は等しくなければならない。静的な配分問題のように当然ながら、目的地ではなく出発地別にも交通量保存則を表現することもできる。また、(8)を目的地 d についてまとめれば、以下のように目的地 d の添字を省略できる。

$$-\sum_k D_{ik}(t) + \sum_j A_{ij}(t) - R_i(t) + S_i(t) = 0, \\ i=1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

(2) First-In-First-Out サービス

第2の制約条件は FIFO サービスに関する条件である。リンクの FIFO とは、リンクから流出する順番は流入した順番に等しいということであり、Fig. 1のようにリンク旅行時間 $T_{ij}(t)$ を介在させて以下のように書ける。

$$A_{ij}(t) = D_{ij}(t + T_{ij}(t)). \quad (10)$$

ここに $T_{ij}(t)$ = 時刻 t にリンク (i, j) に流入した車のリンク旅行時間

従って、リンク旅行時間 $T_{ij}(t)$ は、累積台数 $A_{ij}(t)$ と $D_{ij}(t)$ の関数として次のように表すことができる^{4),5)}。

$$T_{ij}(t) = D_{ij}^{-1}(A_{ij}(t)) - t. \quad (11)$$

$A_{ij}(t)$ と $D_{ij}(t)$ は、それぞれ $\lambda_{ij}(t)$ と $\mu_{ij}(t)$ を時間 t について積分した量なので、リンク旅行時間は、明らかにリンク流入率 $\lambda_{ij}(t)$ 、流出率 $\mu_{ij}(t)$ と関連づけて定義されなければならない。ところが、既存の多くの研究^{1),2),6),7)}では、

これらの関連性が考慮されていないことが問題点として指摘できる。

さて、FIFO サービスの条件も当然目的地 d 別に書き、

$$A_{ij}^d(t) = D_{ij}^d(t + T_{ij}(t)). \quad (12)$$

となる。

式(12)の両辺を時刻 t で微分することによって FIFO 条件は次の様に表すこともできる。

$$\lambda_{ij}^d(t) = \mu_{ij}^d(t + T_{ij}(t)) (1 + dT_{ij}(t)/dt),$$

$$\text{ここに、 } \lambda_{ij}^d(t) = dA_{ij}^d(t)/dt, \quad \mu_{ij}^d(t) = dD_{ij}^d(t)/dt.$$

従って、種々な目的地を持つ交通が混在しているリンク (ij) においては、FIFO 条件のもとでは、各目的地別の流入と流出率の比は等しくなければならないことがわかる：

$$\lambda_{ij}^d(t) / \lambda_{ij}^d(t) = \mu_{ij}^d(t + T_{ij}(t)) / \mu_{ij}^d(t + T_{ij}(t)). \quad (13)$$

これは、時刻 t にリンク (ij) に流入した交通の流出率 $\mu_{ij}^d(t + T_{ij}(t))$ は同じ目的地を持つ流入率 $\lambda_{ij}^d(t)$ のみならず、他の目的地を持つ交通の流入率にも依存することを表わしており、次のようにまとめられる：

$$\mu_{ij}^d(t + T_{ij}(t)) = \mu_{ij}(t + T_{ij}(t)) \cdot \frac{\lambda_{ij}^d(t)}{\lambda_{ij}(t)}. \quad (14)$$

以上の様に、FIFO サービスを通して、(a)リンク旅行時間がリンク流入・流出率と関連づけられること、また (b)目的地別のリンク流出率が他の目的地を持つ交通にも依存した形になることが言える。

4. 物理的な長さを持つ待ち行列の取り扱い

現実の待ち行列は長さを持ち (Physical Queue)、あるリンクに待ち行列が完全に伸びてしまうと、その上流側のリンクからの流出率は、この待ち行列で一杯になっている下流リンクの容量に依存する。この様な下流からの渋滞流の延伸状況も、現時点までの交通状況のみに依存し、将来の状況とは独立である。待ち行列をいわゆる Physical Queue として扱うためには、第1に渋滞流 (待ち行列) が上流に向かって延伸する速度と累積流入交通量 $A_{ij}(t)$ との関係进行分析すること、第2に下流側リンクに待ち行列が一杯になった場合に、上流リンクの流出率をどの様に調整するのかについての議論が必要となる。

(1) 待ち行列の延伸

ここでは、リンクの下流端で始まった渋滞が、いつ上流リンクに伝搬するのかを分析することとする。リンク (ij) の累積流入台数を $A_{ij}(t)$ とし、Fig. 3 のようにこのリンク下流端では時刻 t_0 から待ち行列が発生したとしよう。もし自由流速度が一定ならば、 $A_{ij}(t)$ はその速度でリンク下流端まで伝搬する (Forward Wave) ので、 $A_{ij}(t)$ を時間軸方向に自由走行での旅行時間だけ平行移動すると、Fig. 3 の破線のように時刻 t までにリンク下流端に到着する Point Queue の累積台数が得られる。ただし、待ち行列が長さを持つ Physical Queue の取り扱いでは、この破線は実際に下流に到達した量とはならない。リンク下流端の容量はある値に制限されているため、実際にリンク下流端を通過できる累積台数は、流出容量の傾きを持つ $D_{ij}(t)$ である。従って、時刻 t_0 から渋滞領域が発生し、これが上流側に伝搬していくこととなる。

渋滞領域が上流リンクに伝搬する様子を分析するために、一般的に下記の変数を定義する。

- $F_{ij}(x,t)$ = 時刻 t までにリンク (ij) の下流端から x だけ上流位置を通過する累積交通量
- $f_{ij}(x,t)$ = 時刻 t におけるリンク (ij) の下流端から x だけ上流位置の交通流率
- $k_{ij}(x,t)$ = 時刻 t におけるリンク (ij) の下流端から x だけ上流位置の交通密度

ただし位置 x は、リンク下流端から上流に向かう方向 (車両の進行方向とは逆) を正に取るものとする。定義より明らかに以下の関係が求められる：

$$f_{ij}(x,t) = \partial F_{ij}(x,t) / \partial t, \quad (15)$$

$$k_{ij}(x,t) = \partial F_{ij}(x,t) / \partial x. \quad (16)$$

また、前節までの変数 $A_{ij}(t)$ 、 $D_{ij}(t)$ 等と上記変数の関係は次の通りである：

$$\begin{aligned} F_{ij}(l_{ij}, t) &= A_{ij}(t), & f_{ij}(l_{ij}, t) &= \lambda_{ij}(t), \\ F_{ij}(0, t) &= D_{ij}(t), & f_{ij}(0, t) &= \mu_{ij}(t). \end{aligned}$$

ここで、リンク (ij) 上のいかなる位置 x 、時刻 t においても、交通流率 ($f_{ij}(x,t)$) - 密度 ($k_{ij}(x,t)$) 関係は Fig. 2 の様な三角形で表されると仮定する。この関係の特徴は、自由流側と渋滞流側で各々 Wave Speed ($\partial f_{ij} / \partial k_{ij}$) が v_{ij} と v'_{ij} の一定値で表されることである。一般に、両者の傾きの大きさは $v_{ij} > -v'_{ij}$ である。

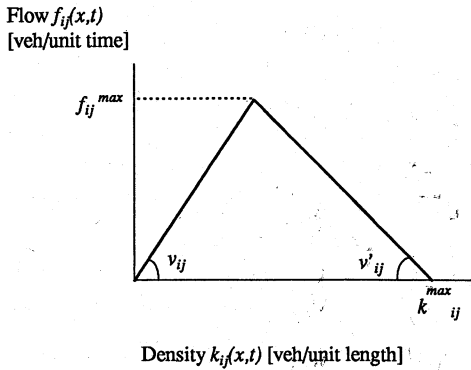


Fig. 2 A Flow - Density Relationship on link (i,j)

交通量保存則より、交通流率と交通密度の間には、

$$\partial k_{ij}(x,t) / \partial t = \partial f_{ij}(x,t) / \partial x \quad (17)$$

の関係があることがわかっている⁸⁾。また、交通流率の全微分は、

$$\begin{aligned} df_{ij}(x,t) &= \partial f_{ij}(x,t) / \partial t \cdot dt + \partial f_{ij}(x,t) / \partial x \cdot dx \\ &= \{ \partial f_{ij}(x,t) / \partial t + \partial f_{ij}(x,t) / \partial x \cdot dx/dt \} \cdot dt \end{aligned}$$

のように書け、これに交通量保存則を代入すると、

$$df_{ij}(x,t) = \{ \partial f_{ij}(x,t) / \partial t + \partial k_{ij}(x,t) / \partial t \cdot dx/dt \} \cdot dt$$

となる。さらに、タイムスペースダイアグラム上で、 $-dx/dt = \partial f_{ij} / \partial k_{ij}$ となる Backward Wave の軌跡上を考えると、

$$\begin{aligned} df_{ij}(x,t) &= \{ \partial f_{ij}(x,t) / \partial t - \partial k_{ij}(x,t) / \partial t \cdot \partial f_{ij}(x,t) / \partial k_{ij}(x,t) \} \cdot dt \\ &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

となる。すなわち、Backward Wave の軌跡上では、交通流率 $f_{ij}(x,t)$ は変化しないことを表している。このことから時刻 t のリンク下流端の交通流率 $\mu_{ij}(t) = f_{ij}(0,t)$ と同じ流率は、Backward Wave の軌跡に沿って上流にさかのぼることがわかる。

この点を考慮して Backward Wave の軌跡に沿って $dF_{ij}(x,t) / dx$ を考えると、

$$\begin{aligned} dF_{ij}(x,t) / dx &= \partial F_{ij}(x,t) / \partial x + \partial F_{ij}(x,t) / \partial t \cdot dt/dx \\ &= k_{ij}(x,t) + f_{ij}(x,t) \cdot dt/dx \\ &= k_{ij}(x,t) - f_{ij}(x,t) \cdot dk_{ij} / df_{ij} \\ &= k_{ij}(x,t) - f_{ij}(x,t) / v'_{ij} \\ &= k^{max}_{ij} \end{aligned} \quad (19)$$

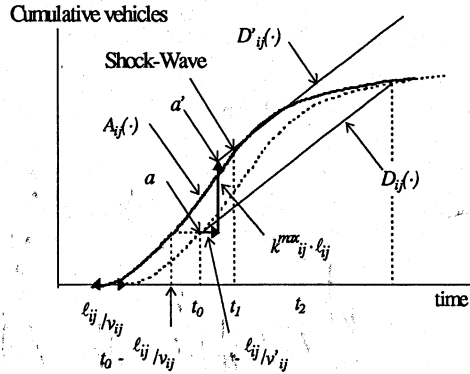


Fig.3 Backward Wave Propagation on link (i,j)

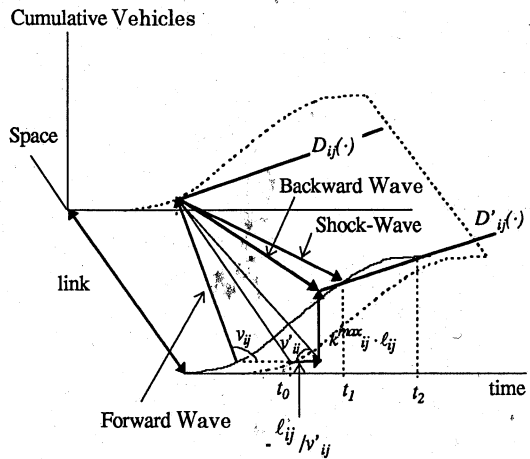


Fig.4 Backward Wave Propagation on link (i,j)

となる⁹⁾。これは位置 x とは独立に一定値 k^{max}_{ij} を取るという結果であるので、下流端で描けている $D_{ij}(t) = F_{ij}(0,t)$ を $x = l_{ij}$ の上流端に移動するためには、時間方向に $-l_{ij} / v'_{ij}$ 、累積台数方向に $k^{max}_{ij} \cdot l_{ij}$ だけシフトさせればよいことになる。Fig. 3には、 $D_{ij}(t)$ をこれらの量だけシフトさせた線 ($D'_{ij}(t)$) が描かれているが、この $D'_{ij}(t)$ と $A_{ij}(t)$ との交点が Forward Wave と Backward Wave のぶつかりあう Shock-Wave である。Shock-Wave 理論より、 $A_{ij}(t)$ と $D'_{ij}(t)$ の小さい方がリンク上流端の Physical Queue の累積台数となる⁹⁾。また Fig. 4 は、Fig. 3 に累積台数の軸を追加して、立体的に待ち行列の延伸状況を描いた図である。なお、(19)の右辺が一定値 k^{max}_{ij} となるのは Fig. 2 の様な三角形の交通流率-密度関係の場合であり、その他の場合には、一定値とはならない。そのため上記の様に $D_{ij}(t)$ を平行移動するだけでは $D'_{ij}(t)$ は求められない。

(2) リンク流出率の調整

さて、Figs. 3, 4 の t_1 から t_2 までのように、渋滞流があるリンク全体に延伸してしまった場合には、上流側リンクの流出率が先詰まりによって低下する。このことを考慮して、リンク流出率を定義する必要がある。物理的な長さを持たない Point Queue の議論では、リンク (i, j) の流出容量を一定値 μ_{ij}^* として、時刻 t にリンク (i, j) に流入して、時刻 $t + T_{ij}(t)$ にリンクから流出する車両の流出率 $\mu_{ij}(t + T_{ij}(t))$ を、次のように表すことができる。

$$\mu_{ij}(t + T_{ij}(t)) = \begin{cases} \mu_{ij}^*, & T_{ij}(t) > l_{ij} / v_{ij} \text{ または } \lambda_{ij}(t) > \mu_{ij}^* \\ \lambda_{ij}(t), & \text{その他の場合,} \end{cases} \quad (20)$$

もしもリンク旅行時間 $T_{ij}(t)$ が最小値である自由走行時の旅行時間 l_{ij} / v_{ij} よりも大きいか、または流入率 $\lambda_{ij}(t)$ が流出容量 μ_{ij}^* より大きければ、リンクに待ち行列が発生していることであり、リンクからの流出率はリンク流出容量 μ_{ij}^* に制限されるが、それ以外の場合には流入率 $\lambda_{ij}(t)$ と等しい流出率となる。Point Queue においては、リンク流出容量が一定であるので、リンクからの流出率は、現在時刻 t よりも将来である時刻 $t + T_{ij}(t)$ まで決めることができる。

一方、Physical Queue では、リンク下流端まで渋滞が延伸する現象を取り扱うので、リンク容量を一定値として扱うわけにはいなくなる。ここで言うリンク流出容量とは、Fig. 2 で描かれている交通量 (f_{ij}) の最大値とは一般には異なり、リンク下流端の道路幾何構造と交通条件で決められる量である。ここで言う交通条件とは、たとえば合流部におけるある1つの流入路の流出容量が、その他の流入路からの交通量によって変わるように、流出容量がリンク下流端の交通量に依存することがあることを意味している。しかし、リンク流出容量も現時点までの交通状況によってのみ決定することができる量なので、時刻 t のリンク流出率を最も一般的に表現すれば、次のように現時点 t までのリンク交通量 $\lambda(i'), i' < t$ の関数として定義できる。

$$\mu_{ij}(t) = \mu_{ij}(\lambda(i') \mid i' < t) \quad (21)$$

ここに、 $\lambda(t) = (\lambda_{11}(t), \lambda_{12}(t), \dots, \lambda_{ij}(t), \dots)$ Point Queue との大きな違いは、下流リンクからの Shock-Wave の伝搬があるかどうかという点であるが、前節で議論したように、この伝搬には最低 $-l_{ij} / v_{ij} > 0$ の時間がかかるので、 $\lambda(i'), i' < t$ の情報から現時点 t の流出率 $\mu_{ij}(t)$ を決めることができる。

この関数 $\mu_{ij}(\lambda(i') \mid i' < t)$ の設定方法は、リンク下流端

の道路幾何構造や交通条件に合わせて様々なものが考えられる。例えば、最も単純な設定方法としては、交差点やインターチェンジを表す下流端ノード j の容量を μ_j^* とし、この μ_j^* をノード j に流入するいくつかのリンクが共有するという考え方であろう。もしもノード j の上流側リンクがリンク (i, j) 1本だけの場合には、リンク (i, j) の容量は $\mu_{ij}^* = \mu_j^*$ であるが、複数のリンクがノード j に接続している場合には、対象道路によって適切な容量の分配を行って、各リンクの容量を決めることができる。例えば、道路幾何構造から決められるリンク (i, j) のノード j への合流比 γ_{ij} が、時間に依存すること無く一定値と仮定できるならば、関数 $\mu_{ij}(\lambda(i') \mid i' < t)$ は、式(20)の μ_{ij}^* を $\mu_j^* \cdot \gamma_{ij}$ に置き換えた後、渋滞によって先詰まりが生じた場合には、ノード容量 μ_j^* が下流側の容量にあわせて変更されるように設定すればよい。

これ以外にも、ノード j に流入するリンク (i, j) のうち何本かに、容量 $\gamma_{ij} \cdot \mu_j^*$ 以下の需要しか流していない場合には、余った容量を他の流入リンクに再配分するという分配方法や、あるいは信号交差点において、各流入路の容量に信号スプリットを乗じて右左折・直進の方向別に容量を定義するなどの考え方がある。

さらに、ネットワークにおいてリンク流出率を調整する場合には、リンクに1つの Shock-Wave が到達した後、他の Shock-Wave が次々に到達するケースが多い。また、分流部や合流部では、Shock-Wave の分流や合流も生じる。このような場合にも対応できるように、ネットワーク上のリンク交通量全体、 $\lambda(t)$ をみて、式(21)の $\mu_{ij}(t)$ を設定しておくことが必要である。

以上のように、リンク流出率は、その地点固有の道路幾何構造と交通条件を反映しながら時間的に変化する量である。従って、式(21)については様々な定義の仕方があるので、明示的に特定の式として表すことは適当でないが、どの様な場合であってもリンク流出率 $\mu_{ij}(t)$ は、式(21)のように現時点 t までのリンク交通量 $\lambda(i'), i' < t$ の関数として一般的に表すことができる。

5. リアクティブ動的利用者最適配分

(1) リアクティブ動的配分の定義

利用者は、現時点における瞬間の目的地までの最短旅行時間経路を選択すると仮定しているので、 $\pi_{id}(t)$ を時刻 t におけるノード i から目的地 d までの現時点瞬間の最短旅行時間と定義すると、リアクティブ動的配分は次のように表現できる。

$$\pi_{id}(t) - \pi_{id}(t) = T_{ij}(t), \quad \text{時刻 } t \text{ にノード } i \text{ にいて目的地 } d \text{ を持つ利用者がリンク } (i, j) \text{ を}$$

利用する場合,

$$\pi_{id}(t) - \pi_{jd}(t) \leq T_{ij}(t), \text{ 其他の場合.} \quad (22)$$

この条件は、もしも時刻 t にノード i にいて目的地 d を持つ利用者がリンク (i,j) を利用する場合には、リンク (i,j) はノード i から目的地 d までの最短経路上にあることを示している。

現在時刻 t における瞬間のリンク旅行時間の定義の仕方はいろいろと考えられるが、本研究では式(11)のように現在時刻 t にリンク (i,j) に流入した車がリンクを流出するまでに要するであろう旅行時間 $T_{ij}(t)$ と定義する。また、利用者の知覚コストとして、 $T_{ij}(t)$ の関数を考えることもできるが、分析を複雑にしないために利用者は $T_{ij}(t)$ に基づいて経路を選択するものと仮定する。知覚コスト関数を導入しても分析の本質は同じである。

これに対し、DUE均衡配分の条件は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \pi_{id}(t) - \pi_{jd}(t+T_{ij}(t)) &= T_{ij}(t), && \text{時刻 } t \text{ にノード } i \text{ にいて目的地 } d \text{ を持つ利用者がリンク } (i,j) \text{ を利用する場合,} \\ \pi_{id}(t) - \pi_{jd}(t+T_{ij}(t)) &\leq T_{ij}(t), && \text{其他の場合.} \end{aligned} \quad (23)$$

ここで、 $\pi_{id}(t)$ は時刻 t におけるノード i から目的地 d までの実際に利用者が経験する最短旅行時間である。この条件は(22)の条件に類似してはいるが、ノード j から d までの旅行時間は現在時刻 t におけるものではなく、リンク (i,j) を通ってノード j に到達する時刻 $t+T_{ij}(t)$ における最短旅行時間を用いている点が異なる。この違いによって、利用者はノード i に居る時点において、ノード j から d までの将来の最短旅行時間 $\pi_{jd}(t+T_{ij}(t))$ を予測しなければならないこととなるので、先に述べたとおりリアクティブ動的配分に比べて分析が難しいものになる。

また、リアクティブ動的配分の定義には、次のように“Flow-Independent”な場合と“Flow-Dependent”な場合の2種類が考えられる。Flow-Independent なリアクティブ動的配分とは、ある時刻におけるあるノードから目的地までの最短経路に単に需要を配分する方法であり、一方 Flow-Dependent な配分とは、その時刻にロードした交通量が旅行時間に与える影響を考慮しながら需要を配分する方法である。例えば、Flow-Independent なリアクティブ動的配分では、あるノードから目的地までに現時刻瞬間の旅行時間に基づいた最短経路がたとえ複数あったとしても、その中の1本あるいは数本の経路上に適当に需要を配分すればよいが、Flow-Dependent な配分は、複数の最短経路の旅行時間が交通量を配分した微小時間後も瞬間の旅行時間が等しくなるように配分を行う

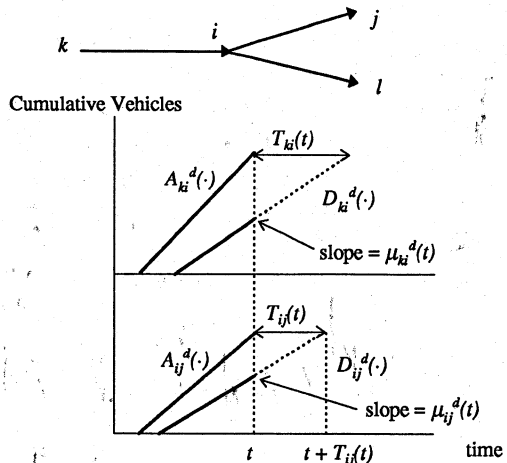


Fig. 5 Cumulative Curves on links (k,i) and (i,j)

方法である。Flow-Dependent なリアクティブ配分と DUE 均衡配分は類似してはいるが、DUE 均衡配分は、実際に利用者が経験する旅行時間を均衡させるように配分するという点で、Flow-Dependent なリアクティブ配分とは異なる。

“Flow-Independent”, “Flow-Dependent”ともに、基本的な配分方法に共通点が多いので、まず次節において Flow-Independent なリアクティブ動的配分について基本的な性質と解法について分析を行い、Flow-Dependent な配分については、第6章で比較検討を行う。

(2) Flow-Independent なリアクティブ動的配分の現在時刻による分解

上記のような動的リアクティブ動的配分の定義によれば、明らかに利用者の経路選択は現在時刻瞬間のリンク旅行時間に依存し、将来のリンク旅行時間とは独立であるので、この配分問題は現在時刻により分解することができる。すなわち、配分対象時間の始めから時刻に従って順番に動的配分を行うことができる。

現在時刻 t において、すべてのリンク (i,j) について目的地別のリンク流入率 $\lambda_{ij}^d(t)$ と流出率 $\mu_{ij}^d(t)$ が時刻 $t < t$ まで評価されていたとしよう。Fig. 5 は、2本の連続するリンク (k,i) と (i,j) について目的地別の累積リンク流入曲線を描いたものである。ここで、現在時刻 t における流入率 $\lambda_{ij}^d(t)$ を評価することを考える。

まず、式(21)より現在時刻 t における $\mu_{ij}^d(t)$ を求めることができ、さらにリンク (i,j) からの総流出率 $\mu_{ij}^d(t)$ を目的地別に分配するには、式(14)を用いる。ここに、 $t = \hat{t} + T_{ij}(\hat{t})$ を満たすような \hat{t} を用いて式(14)を書き直せば、

$$\mu_{ij}^d(t) = \mu_{ij}(t) \cdot \frac{\lambda_{ij}^d(\hat{t})}{\sum_{d'} \lambda_{ij}^d(\hat{t})}$$

となり、 $\hat{t} < t$ なので $\mu_{ij}^d(t)$ を決めることができる。ノード i では、交通量保存則が時刻 t において満たされなければならないので、式(8)の時間微分より

$$\begin{aligned} \sum_j \lambda_{ij}^d(t) &= \bar{q}_{id}(t), \\ \text{ここで, } \bar{q}_{id}(t) &= q_{id}(t) + \sum_k \mu_{ki}^d(t), \\ q_{id}(t) &= dQ_{id}(t)/dt \quad (\text{所与}) \\ i &= 1, 2, \dots, N, \quad i \neq d, \end{aligned} \quad (24)$$

となるが、上式の右辺は求められている量なので、左辺の目的地 d を持つ利用者についてのノード i への総流入率 $\sum_j \lambda_{ij}^d(t)$ も求めることができる。しかしながら、目的地別の流入率 $\lambda_{ij}^d(t)$ は評価されておらず、以下のようにリアクティブ動的配分によって決定する。

配分を行うためには、リンク旅行時間を評価しなければならないが、これは求められた現在時刻の流出率 $\mu_{ij}(t)$ が Fig. 5 の破線のように時刻 $t+T_{ij}(t)$ まで一定であるとして、

$$\begin{aligned} T_{ij}(t) &= D_{ij}^{-1}(A_{ij}(t)) - t \\ &\equiv \text{Max} [\ell_{ij} / v_{ij}, \{ A_{ij}(t) - D_{ij}(t) \} / \mu_{ij}(t)] \end{aligned} \quad (25)$$

のように推定できる。利用者はこの推定値に基づいて、経路選択するものと仮定する。このリンク旅行時間を用いて、各ノード i から終点 d までの最短経路は、簡単に見つけることができる。Flow-Independent なリアクティブ動的配分の定義によれば、ノード i の総流入率 $\sum_j \lambda_{ij}^d(t)$ は、

目的地 d までの最短旅行時間経路上のリンクにすべて配分される。仮に、リンク (i,l) がその最短経路上のリンクであったとすると、 $\sum_j \lambda_{ij}^d(t)$ はすべてリンク (i,l) に配分さ

れるので、

$$\begin{aligned} \lambda_{il}^d(t) &= \sum_j \lambda_{ij}^d(t), \\ \lambda_{ij}^d(t) &= 0, \quad j \neq l. \end{aligned}$$

となる。以上のようにして、 $\lambda_{ij}^d(t)$ はすべてのリンク (ij) 、すべての目的地 d について評価できる。

(3) 解法のアルゴリズム

前節の分析をふまえて、以下のように時間軸を離散化したアルゴリズムを提案する。まず時間軸を Δt 単位の均等な小区間に分割する。Fig. 6 のように、リンク (ij)

からの流入率 $\lambda_{ij}^d(t)$ と流出率 $\mu_{ij}^d(t)$ は、時間 $[t, t+\Delta t)$ で一定値をとるものと仮定する。

step 1: リンク交通流率、累積交通量、リンク旅行時間、時刻を初期化する。

$$\begin{aligned} \lambda_{ij}^d(t) &:= \lambda_{ij}^d(0), & t < 0, \quad \forall(i,j), \quad \forall d, \\ \mu_{ij}^d(t) &:= \mu_{ij}^d(0), & t < 0, \quad \forall(i,j), \quad \forall d, \\ A_{ij}^d(t) &:= A_{ij}^d(0), & t \leq 0, \quad \forall(i,j), \quad \forall d, \\ D_{ij}^d(t) &:= D_{ij}^d(0), & t \leq 0, \quad \forall(i,j), \quad \forall d, \\ T_{ij}(t) &:= T_{ij}(0), & t \leq 0, \quad \forall(i,j), \\ t &:= 0. \end{aligned}$$

$\Delta t \leq \text{Min}_{(i,j)} \ell_{ij} / v_{ij}$ となるように Δt を設定する。

step 2: リンク流出率 $\mu_{ij}(t)$ および $\mu_{ij}^d(t)$ を式(21)、(14)より計算する。

step 3: $\mu_{ij}(t)$ を用いて、時刻 t にリンクに流入した車の旅行時間 $T_{ij}(t)$ 、 $\forall(i,j)$ を式(25)より推定する:

step 4: 時間 $[t, t+\Delta t)$ におけるノード i の交通需要 $\sum_j \lambda_{ij}^d(t) \cdot \Delta t$ を、式(24)より推定する。

$$\begin{aligned} \sum_j \lambda_{ij}^d(t) \cdot \Delta t &:= \sum_k \mu_{ki}^d(t) \cdot \Delta t + q_{id}(t) \cdot \Delta t, \\ \forall i, \quad \forall d, \quad i \neq d. \end{aligned}$$

step 5: $T_{ij}(t)$ に基づいて、ノード i から目的地 d までの最短経路を探索し、ノード i の交通需要 $\sum_j \lambda_{ij}^d(t) \cdot \Delta t$ を、ノード i から出ている最短経路上のリンクに配分し、 $\lambda_{ij}^d(t) \cdot \Delta t$ 、 $\forall(i,j)$ 、 $\forall d$ を求める。

$$\begin{aligned} \lambda_{ij}^d(t) \cdot \Delta t &:= \sum_j \lambda_{ij}^d(t) \cdot \Delta t, \quad \text{リンク } (ij) \text{ が最短経路上のリンクの場合} \\ \lambda_{ij}^d(t) \cdot \Delta t &:= 0, \quad \text{その他の場合.} \end{aligned}$$

step 6: 傾きがそれぞれ $\lambda_{ij}^d(t)$ と $\mu_{ij}^d(t)$ の直線によって、累積到着台数 $A_{ij}^d(\cdot)$ 、 $D_{ij}^d(\cdot)$ を時刻 t から $t+\Delta t$ まで延長する。

step 7: $T_{ij}(t) > \ell_{ij} / v_{ij}$ の場合 (リンクに待ち行列の存在する場合は、 $D_{ij}(t')$ 、 $t < t' \leq t+\Delta t$ を時間軸方向に $-\ell_{ij} / v_{ij}$ 、累積台数方向に $k^{\text{max}}_{ij} \ell_{ij}$ 移動させて $D'_{ij}(\cdot)$ を延長する。

step 8: リンク (ij) の待ち行列が上流端まで延伸したかど

うかを示す先詰まりFlag_{ij}の値を更新する。
 先詰まりFlag_{ij} := 1, A_{ij}(t+Δt) ≥ D'_{ij}(t+Δt)
 先詰まりFlag_{ij} := 0, その他の場合。

step 9: 時刻を t := t+Δt に改訂し, もしも時刻が計算対象時間内であれば, step 2 へ, それ以外は終了。

以下に, 多少の補足説明を加える。step 1では, 流率, 累積交通量, 旅行時間などの初期化を行う。ここで, Δtを $\Delta t \leq \text{Min}_{(i,j)} l_{ij}/v_{ij}$ となるように設定する理由は, リンク流出率をstep 2で決めるために, 次のように求められる。まず, 時刻tにリンク下流端に発生したBackward Waveが上流端に到達するのがt+Δtよりも早くないことが条件になる:

$$\Delta t \leq \text{Min}_{(i,j)} l_{ij}/v'_{ij}.$$

もしも, Backward Waveが t+Δtよりも早く到達してしまうと, 上流側リンクの容量が影響を受けるために, 上流リンクの流出率が推定できないためである。さらに, λ_{ij}^d(t'), t' < t の情報から μ_{ij}^d(t'), t ≤ t' < t+Δt が推定できるためには, Δtがリンク(i,j)の旅行時間よりも大きくないことが必要である:

$$\Delta t \leq \text{Min}_{(i,j)} l_{ij}/v_{ij}.$$

一般に, v_{ij} > v'_{ij}であるので, $\Delta t \leq \text{Min}_{(i,j)} l_{ij}/v_{ij} < \text{Min}_{(i,j)} l_{ij}/v'_{ij}$ が得られる。

step 2では, 時間 [t, t+Δt)における各リンクの流出率を求める。まず, リンク流出率 μ_{ij}^d(t) を, 式(21)で定義されている関数 μ_{ij}^d(t) = μ_{ij}^d(λ(t) | t' < t) によって求める。この関数は先に述べたとおり, 下流リンクに先詰まりがある場合とそうでない場合それぞれにおいて, 流出率を決めることができるように設定しておくことが必要であり, step 8の先詰まりFlag_{ij} は, この関数によってリンク流出率を決める際に参照する目的で設定するものである。

step 3のリンク旅行時間T_{ij}^d(t)の推定は, step 2で求めた μ_{ij}^d(t)を用いて, Fig. 6のように D_{ij}^d(t)を傾き μ_{ij}^d(t)の直線でのばして行うことができる。ただし, T_{ij}^d(t)の値は自由走行時間 l_{ij}/v_{ij}以上でなければならない。このリンク旅行時間の推定値は, 時間 [t, t+Δt)におけるリンク流出率を用いて推定しているため, 時刻t+Δt以降の流出率が変化した場合には実際のリンク旅行時間とは異なるが, 前述の仮定より時刻tの時点では, 利用者はこの推定値に基づいて経路を選択するものとしている。

Cumulative Vehicles

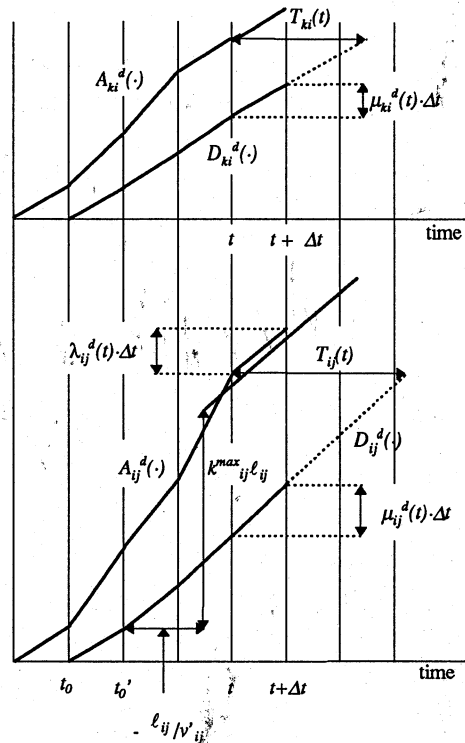


Fig. 6 Construction of Cumulative Arrival and Departure Curves on link (i,j)

step 8において, 先詰まりFlag_{ij} ∇(i,j)を更新するタイミングは, Δtの間隔に限られてしまう。すなわち, 時間 [t, t+Δt)の間に A_{ij}^d(t)と D'_{ij}^d(t)が交差しても, 先詰まりFlag_{ij}の変更が行われるのは, 次の時間間隔からなので, 時間軸の離散化による誤差が発生するが, Δtを十分に小さくすることによって無視できる量になるものと思われる。

なお, step 7, 8 を省略すれば, Point Queue の計算結果が得られる。

6. Flow-Dependent なリアクティブ動的配分

前節までの配分方法では, たとえあるノードから目的地までに最短経路が複数あっても, その中の1つの最短経路上のリンクにすべての交通を配分するいわゆるFlow-Independent なリアクティブ動的配分であった。これを改良して, 複数の最短経路に交通を配分する際に, 交通量を配分した後も瞬間の旅行時間が等しくなるように修正することを考える。すなわち, 前節step 5の配分の修正である。

今, 時間[t, t+Δt)を考えると, T_{ij}^d(t+Δt)は T_{ij}^d(t)を用いて

次のように表すことができる。

$$T_{ij}(t+\Delta t) \equiv T_{ij}(t) + \frac{\lambda_{ij}(t) \cdot dt}{\mu_{ij}(t)} \quad (26)$$

時間 $[t, t+\Delta t)$ においては、 $\mu_{ij}(t)$ は t より前の時刻において既に評価されている量なので、リンク旅行時間 $T_{ij}(t+\Delta t)$ は $\lambda(t)$ のみの関数である： $T_{ij}(t+\Delta t) = T_{ij}(\lambda(t))$ 。従って、時間 $[t, t+\Delta t)$ におけるリアクティブ最適条件は、以下のように表される。

[最短経路原則]

$$\begin{aligned} \lambda_{ij}^d(t) \{ T_{ij}(\lambda(t)) - \pi_{id}(t) + \pi_{jd}(t) \} &= 0, \\ T_{ij}(\lambda(t)) - \pi_{id}(t) + \pi_{jd}(t) &\geq 0, \\ \lambda_{ij}^d(t) &\geq 0. \end{aligned} \quad (27)$$

[フロー保存条件]

$$\sum_j \lambda_{ij}^d(t) = \bar{q}_{id}(t), \quad i=1,2,\dots,N, i \neq d, \quad (28)$$

さて、フロー保存条件式(28)を以下のような相補性条件：

$$\begin{aligned} \pi_{id}(t) \{ \sum_j \lambda_{ij}^d(t) - \bar{q}_{id}(t) \} &= 0, \\ \sum_j \lambda_{ij}^d(t) - \bar{q}_{id}(t) &\geq 0, \\ \pi_{id}(t) &\geq 0, \end{aligned} \quad (29)$$

におきかえた方程式系(式(27),(29))を考えると、これはもとのリアクティブ最適条件式(式(27),(28))と等価である(証明は付録参照)。すなわち、

$$F(X) \equiv \begin{bmatrix} 0 & \Delta^T \\ -\Delta_+ & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda(t) \\ \pi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T(\lambda(t)) \\ \bar{q}(t) \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$X \equiv [\lambda(t), \pi(t)]^T$$

ここで、 Δ はnode-link接続行列、 Δ_+ は Δ の要素のうち+1要素のみを残して他の要素を0とした行列、と定義すると、時刻 t に対応したリアクティブ動的配分問題は以下の形式に表現できる。

$$\text{Find } X \in \mathcal{R}_+^{D \times (L+N-1)} \text{ such that}$$

$$F(X) \cdot X = 0, \quad F(X) \geq 0, \quad X \geq 0, \quad (31)$$

ここで、 D = 目的数、 L = リンク数、 N = ノード数。これは、標準型の相補性問題(CP: Complementarity Problem)である。従って、以下の変分不等式問題(VIP: Variational Inequality Problem)とも等価であること

が確かめられる：

$$\text{Find } X^* \in \mathcal{R}_+^{D \times (L+N-1)} \text{ such that}$$

$$F(X^*) \cdot (X - X^*) \geq 0, \quad \forall X \in \mathcal{R}_+^{D \times (L+N-1)} \quad (32)$$

上のような標準型のCPあるいはVIPとしての表現を用いれば、Flow-Dependent なリアクティブ動的配分問題の一意性の検討やアルゴリズムの開発が容易に行える。

まず、解の一意性については、CP/VIPの標準的な理論より、 $F(X)$ が狭義単調関数ならば解の一意性が保証される。その確認のために $F(X)$ のJacobian:

$$\nabla F(X) = \begin{bmatrix} \nabla_{\lambda} T & \Delta^T \\ -\Delta_+ & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

の正定値性を調べると、必ずしも正定値行列であるとは言えない(仮に、リンクコスト関数 $T(\lambda(t))$ のJacobian、 $\nabla_{\lambda} T$ が正定値であるような場合でも、式(33)

中の Δ と Δ_+ の非対称性から、 $F(X)$ が半正定値であることすら一般には保証できない)。従って、Flow-Dependent

リアクティブ動的配分の解の一意性は一般には保証されない。このことは、Flow-Independent

リアクティブ動的配分の解が明らかに一意であることと比較すると、直感的には奇妙な結果である。なぜなら、 $\Delta t \rightarrow 0$ の極限では、リンク・コストの変化は極めて小さいため、

Flow-Dependent なリアクティブ動的配分のフロー・パターンはFlow-Independent な場合の解とほぼ一致し、片方の問題の解が一次的なら他方も一次的になると予想されるからである。しかし、この一意性に関する解析結果からは、

Flow-Dependent な問題のフロー・パターンは、 $\Delta t \rightarrow 0$ の極限においても、Flow-Independent 問題の場合とは、かなり異なったものとなる可能性があるといえる。

ただし、この結果は、各瞬間のフロー・パターン $\lambda(t)$ を切り出して見た“時間的に局所的”な特性であるから、累積流入曲線のマクロ的な形状で見れば、結局、両問題の解は“類似した”ものとなっている可能性は大いにある。

次に、アルゴリズムについては、一般的なVIP/NCIPを解くために提案されている各種の効率的なアルゴリズムが適用可能である。特に、最近のアルゴリズム(例えば参考文献10,11,12,13,14)は、“メリット関数”を用いて、大域的収束性と効率性を両立しており、従来からよく知られていた古典的な方法(緩和法、等)をより改善したものとなっている。ただし、いずれのアルゴリズムも理論的に厳密な大域的収束性が保証されるのは、 $F(X)$ が単調関数(ないしは、条件をやや緩めたP₀関数)の場合である。しかし、いくつかのアルゴリズム(例えば参考文献10,13)では、非単調な $F(X)$ を持つ問題を含む多くのテスト問題による数値実験において、その大域

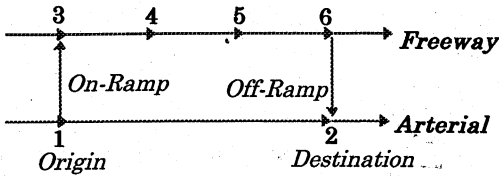


Fig. 7 An Example Network

Table 1 Link Characteristics

Link	Length [km]	v_{ij} [km/h]	v'_{ij} [km/h]	k_{ij}^{max} [veh/km]	f_{ij}^{max} [veh/h]	μ_{ij}^* [veh/h]
(1,2)	24	40	-20	300	4000	4000
(1,3)	2	40	-20	300	4000	4000
(3,4)	8	80	-20	250	4000	4000
(4,5)	8	80	-20	250	4000	3200
(5,6)	8	80	-20	200	3200	3200
(6,2)	2	40	-20	300	4000	4000

的収束性および効率性が確認されている。従って、上記のリアクティブ動的配分についても、これらのアルゴリズムの適用によって厳密解を比較的容易に求められることが期待される。

7. 計算例

Fig. 7のような、幹線道路と高速道路が平行して走っているネットワークにおいて、ノード1から2までのOD交通の配分を考える。幹線道路は1本しか描かれていないが、高速道路に平行する数本の一般街路をまとめたものとして考えているので、交通量-密度関係の k_{ij}^{max} , f_{ij}^{max} の値は、それぞれ 300 [veh/km], 4000 [veh/hour] と大きい。

一方、高速道路については、リンク(5,6)の f_{56}^{max} が 3200 [veh/hour] と他のリンクに比べて小さいので、ノード5がボトルネックになる。従って、下流からの待ち行列の延伸がない状態におけるリンクの流出容量値は、 $\mu_{56}^* = \mu_{45}^* = 3200$ [veh/hour] であり、その他のリンクの流出容量値は、4000 [veh/hour] である。また、Fig. 7の6本のリンクに関する諸量をTable 1にまとめる。

(21)のリンク流出率関数 $\mu_{ij}(t)$ については、時刻 t に Shock-Wave がリンク下流端に到達していない場合には μ_{ij}^* とし、到着後は下流側リンクの時刻 t の流出率とした。

ノード1から2のOD交通需要は、次のように仮定する。

$$2000 \text{ [veh/hour]} \quad \text{for } t \leq 1, 3 < t;$$

$$3900 \text{ [veh/hour]} \quad \text{for } 1 < t \leq 3.$$

高速道路の自由旅行速度は 80 [km/hour] で、幹線道路の 40 [km/hour] よりも速いので、高速利用経路の場合の自由走行時間は 0.4 [hour] であり、幹線道路利用の 0.6 [hour] よりも短かく、最初はすべての車両が高速道路を利用する。しかし、交通需要が時刻 1.0 [hour] 以後、3900 [veh/hour] に増加すると、待ち行列がノード5を頭に高速道路上に生成されるので、高速利用経路の旅行時間が増加し始める。

Fig. 8は、各リンクにおける累積流入、流出曲線を描いたものである。時刻 1.25 [hour] からノード5を先頭に待ち行列が生成されはじめ、渋滞流の Backward Wave がリンク(4,5)をさかのぼり始めるが、この Backward Wave がノード4に達するのは、

$$-\ell_{45} / v'_{45} = -8 / (-20) = 0.4 \text{ [hour]}$$

の時間が経過した時刻 1.65 [hour] である。実際に Shock-Wave がノード4に達するのは、Fig. 8に表されているように、時刻 1.72 [hour] となり、これ以降はリンク(3,4)の流出容量も 3200 [veh/hour] に制限される。

時刻 1.97 [hour] には、高速道路利用の場合の瞬間旅行時間が幹線道路を利用した場合の 0.6 [hour] に等しくなるので、幹線道路に需要が配分され始める。しかし、時刻 1.97 [hour] には、リンク(1,3), (3,4)上にすでに図中の y で示されている交通が存在しているので、この時刻以降も高速道路の旅行時間はしばらく増加を続ける。そのため、1.97 から 2.05 [hour] までは、すべての需要が幹線道路を選択する。このように、リアクティブ動的配分では、現在瞬間の旅行時間に反応して経路を選択するので、両経路の交通量は上記のようなタイムラグを持ちながら均衡する事になる。

Fig. 8は、 Δt を 0.01 [hour] として計算した例であるが、 $\Delta t < \text{Min } \ell_{ij} / v'_{ij} = 0.05$ [hour] の範囲では、Shock-Wave の伝搬の様子にほとんど変化が見られなかった。

8. まとめと今後の課題

本研究では、多起点多終点のODをもつネットワークにおける動的なリアクティブ利用者最適配分問題について、定式化と解法のアルゴリズムを提案した。まず、交通量の保存則、First-In-First-Out原則を満たす制約条件を整理し、リンク旅行時間がリンクの流入・流出率と関連づけて定義されなければならないことを示した。次に、現在時刻までの交通状況に基づいて経路を選択するというリアクティブ最適条件を定式化し、本配分問題が現

Cumulative Vehicles

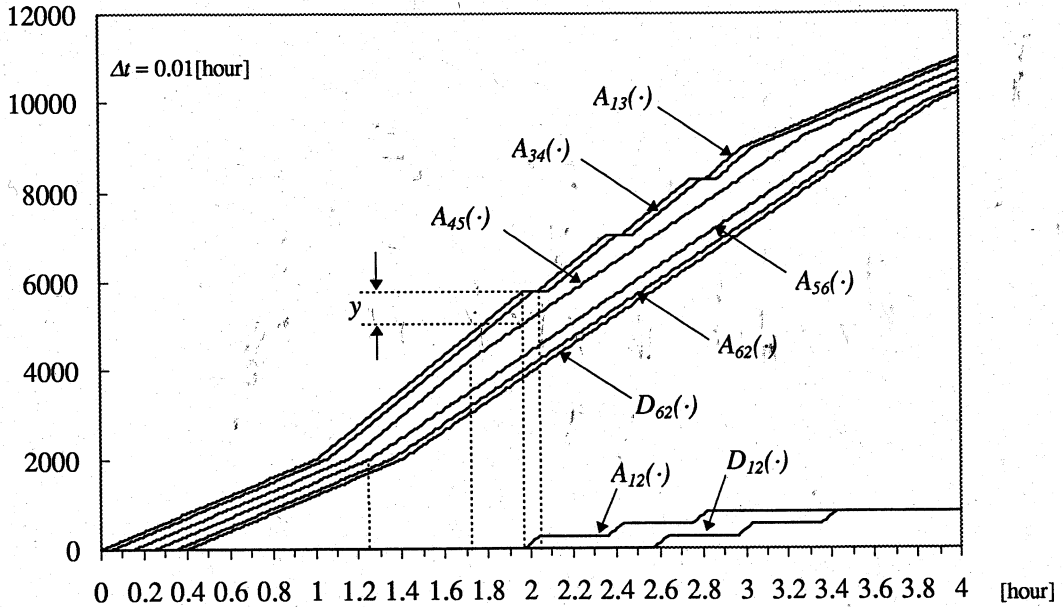


Fig.8 Cumulative Arrivals and Departures for an Example Network

在時刻によって分解できることを示した。また、これまでの動的な交通量配分では扱われてこなかった待ち行列の物理的な長さ(Physical Queue)を考慮し、ショックウェーブ理論より、渋滞領域が上流リンクに延伸する現象をモデルに組み込んだ。最後に、現在時刻別に分解した解法のアルゴリズムを提案し、簡単なネットワークで適用例を紹介した。今後の課題としては、(1)リアクティブ動的配分については、経路選択だけではなく出発時刻の選択も考慮した一般ネットワークにおける分析方法の提案、(2)リアクティブではなく実際に利用者が経験する旅行時間(あるいはコスト)にもとづいて経路の選択を行う DUE 均衡配分について、多起点多終点の OD を持つ場合の定式化と求解の方法を検討すること、などがあげられる。

付録

標準形の相補性問題(式(31))とリアクティブ最適条件(式(27), (28))の等価性の証明:

リアクティブ動的配分の任意の解が相補性条件式(31)を満たすのは自明である。従って、以下では、式(31)の任意の解がリアクティブ動的配分の解であることを示す。逆を仮定しよう:式(31)を満たすが、ある $i \in N, i \neq d$ に対して

$$\sum_j \lambda_{ij}^d(t) - \bar{q}_{id}(t) > 0 \quad (A1)$$

となる $[\lambda(t), \pi(t)]$ が存在すると仮定しよう。そのとき、 $\pi_{id} \{ \sum_j \lambda_{ij}^d(t) - \bar{q}_{id}(t) \} = 0$ は $\pi_{id} = 0$ を意味する。また、 $\bar{q}_{id}(t) \geq 0, \lambda_{ij}^d(t) \geq 0, \sum_j \lambda_{ij}^d(t) \geq 0$ であるので、(A1)は、ある (i,j) に対して $\lambda_{ij}^d(t) > 0$ となることを意味する。一方、この (i,j) に対して

$$\lambda_{ij}^d(t) \{ T_{ij}(\lambda(t)) - \pi_{id}(t) + \pi_{jd}(t) \} = 0$$

は、 $T_{ij}(\lambda(t)) - \pi_{id}(t) + \pi_{jd}(t) = 0$ を意味する。しかし、 $\pi_{id} = 0$ であるので、 $T_{ij}(\lambda(t)) = -\pi_{jd}(t) \leq 0$ となり、これは仮定 $T_{ij}(\lambda(t)) > 0$ に矛盾している。

参考文献

- 1) Wie, B.W., Friesz T.L. and Tobin R.L.: Dynamic User Optimal Traffic Assignment on Congested Multidestination Networks, *Transportation Research*, Vol.24, pp.431-442, 1990.
- 2) Friesz, T.L., Luque, F.J., Tobin, R.L. and Wie, B.W.: Dynamic Network Traffic Assignment Considered as a Continuous Time Optimal Control Problem, *Operations Research*, Vol.37, pp.893-901, 1989.

- 3) Boyce, D.E. , Ran B. and LeBlanc, L.J. : Solving an Instantaneous Dynamic User Optimal Traffic Assignment Model, submitted to *Transportation Science*, 1993.
- 4) Kuwahara, M. and Akamatsu, T. : Dynamic Equilibrium Assignment with Queues for a One-to-Many OD Pattern, *the proceedings of 12th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, pp.185-204, Elsevier, Berkeley, 1993
- 5) 赤松隆, 桑原雅夫 : 渋滞ネットワークにおける動的利用者均衡配分, 土木学会論文集, No. 488/ IV-23, pp.21-30 1994.
- 6) Lam, W.H.K. and H.-S.Huang : Dynamic User Optimal Traffic Assignment Model for Many to One Travel Demand, *Transportation Research* 29B, pp.243-259, 1995.
- 7) Merchant, D.K. and G.L.Nemhouser : A Model and an Algorithm for the Dynamic Traffic Assignment Problems, *Transportation Science* 12, pp.183-199, 1978.7.
- 8) Lighthill, M.J. and Whitham, G.B. : On Kinematic Waves I: Flood Movement in Long Rivers, II: A Theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads, *Proceedings Royal Society, London*, A229, pp.281-345, 1955.
- 9) Newell, G.F. : A Simplified Theory of Kinematic Waves in Highway Traffic, Part II: General Theory, *Transportation Research*, Vol.27B, No.4, pp.289-304, 1993.
- 10) Facchinei, F. and J.Soaes : Testing a New Class of Algorithms for Nonlinear Complementarity Problems, in *Variational Inequalities and Network Equilibrium Problems* (Eds. F.Giannessi and A.Maugeri), Plunum Press, 1995.
- 11) Fisher, A. : A Special Newton-type Optimization Method, *Optimization* 24, pp.269-284, 1992.
- 12) Fukushima, M. : Equivalent Differentiable Optimization Problems and Descent Methods for Asymmetric Variational Inequality Problems, *Mathematical Programming* 53, pp.99-110, 1992.
- 13) Pang, J.-S. and S.A.Gabriel : NE/SQP : A Robust Algorithms for Solving Nonsmooth Equations, *Mathematical Programming* 60, pp.295-337, 1993.
- 14) Wu, J.H., M.Florian and P.Morcotte : A General Descent Framework for the Monotone Variational Inequality Problems, *Mathematical Programming* 61, pp.281-300, 1993.

(1996.3.29 受付)

REACTIVE DYNAMIC USER OPTIMAL ASSIGNMENT WITH PHYSICAL QUEUES FOR A MANY-TO-MANY OD PATTERN

Masao KUWAHARA and Takashi AKAMATSU

This research proposes the formulation and a solution algorithm for the reactive dynamic user optimal assignment with physical queues. Given a many-to-many OD, under the reactive assignment, users are assumed to choose their shortest routes to their destinations based upon current instantaneous travel time, but not based on their actual travel time (or cost). First, the flow conservation and the First-In-First-Out discipline are established as constraints of the assignment. Second, the optimality condition of the reactive assignment is formulated. Third, based on the shock-wave theory, the back-up phenomena of physical queues are included in the model. Finally, a solution algorithm is proposed and demonstrate an example of the assignment using a network with parallel arterial and freeway.