

# 道路交通における出発時刻選択に関する研究解説

桑原雅夫

正会員 Ph.D. 東京大学助教授 生産技術研究所 (〒106-8558 東京都港区六本木 7-22-1)

本稿は、渋滞対策として注目されている交通需要の時間平滑化に関する基礎理論、すなわち道路交通における出発時刻選択に関するこれまでの理論的な成果を解説するものである。まず、明確な時間制約のある通勤交通を対象に 1960 年代後半から始められた単一ボトルネックにおける研究をレビューして、出発時刻選択問題の均衡条件、解の存在性・唯一性の条件などについて解説する。次に、単一ボトルネック分析が、複数ボトルネックネットワークにおける分析、費用関数に個人差がある場合の分析、ランダム効用理論の適用等へと拡張されていった内容についても概説する。

**Key Words:** departure time choice, bottleneck, queue, commute traffic

## 1. はじめに

本稿は、道路交通における出発時刻選択に関する研究のこれまでの理論的な成果を解説するものである。社会問題である交通渋滞対策として、現存する道路インフラを効率的に利用する施策が望まれており、その 1 つとして集中する交通需要を時間的に平滑化する TDM 施策が重要であると認識されている。例えば、フレックスタイム制やロードプライシングの効果、導入可能性などが盛んに議論されつつある。需要を時間的に平滑化させることはトリップの出発時刻を変化させようとするもので、道路交通における出発時刻選択に関する研究は 1960 年代後半から始められてきた。今後の研究のためにはこれまでの研究蓄積を理解しておくことが必要であり、本解説では出発時刻選択に関する理論的な研究をレビューして紹介する。

出発時刻選択に関する研究は、勤務開始時刻という明確な時間的な制約のある通勤交通を対象に 1960 年代後半から Vickrey<sup>1)</sup>, Henderson<sup>2)</sup> などの経済学者によって始められた。旅行費用として、混雑による費用と勤務開始時刻と実際の到着時刻のズレによる費用（スケジュール費用）を考慮しながら、通勤者の出発時刻を決定するという分析で、彼らはこの出発時刻選択問題を通して時間的に変動する有料料金制度について分析を行っている。交通分野では、これに類似した研究として 1970 年代から、単一のボトルネックにおける待ち時間による費用とスケジュール費用を考慮した決定論的な待ち行列理論を用いた分析が、Hurdle<sup>3)</sup>, Hendrickson et al.<sup>4)</sup>, Fargier<sup>5)</sup>, Smith<sup>6)</sup>, Daganzo<sup>10)</sup> 等によって行われ、費用関数による解の特性、解の存在・

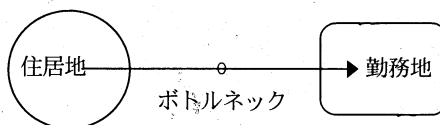


図-1 単一ボトルネックを持つネットワーク

唯一性などの理論的基礎が固められていった。その後、この単一ボトルネックにおける分析は、複数ボトルネックネットワークにおける分析 (Kuwahara et al.<sup>11)</sup>, Arnott et al.<sup>12)</sup>), 費用関数に個人差がある場合への拡張 (Newell<sup>13)</sup>), ランダム効用理論の適用 (De Palma et al.<sup>14)</sup>, Ben Akiva et al.<sup>15), 16)</sup>, Mahmassani et al.<sup>17)</sup>) 等へと発展していった。

本稿では単一ボトルネックにおける基礎理論を中心に解説し、その後上記のモデル拡張について概説する。

## 2. 単一ボトルネックにおける出発時刻選択

### (1) 問題の概要

最も単純なネットワーク形状として、図-1で示されるように勤務地に通じる 1 本の道路があり、その道路上にボトルネックが 1ヶ所存在しているネットワークを考える。考慮する全ての利用者は、このボトルネックを通過して勤務地に通勤していると仮定する。この単一ボトルネックにおいて、図-2のような 3 種類の累積分布を定義することができる。

- $A(t)$  = 時刻  $t$  迄にボトルネックに流入したトリップ数
- $D(t)$  = 時刻  $t$  迄にボトルネックを流出したトリップ数
- $W(t)$  = 時刻  $t$  迄に勤務地への希望到着時刻を持つトリップ数 (所与)

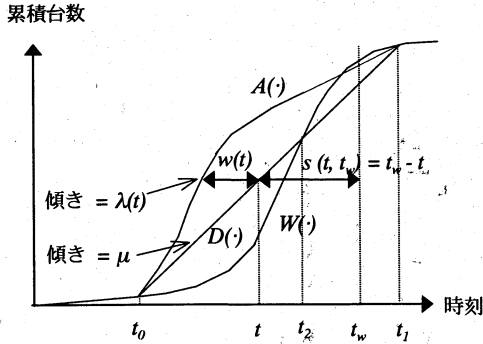


図-2 単一ボトルネックでの累積分布

累積流出量  $D(t)$  はボトルネックのサービス容量によって決まる関数である。ボトルネックに待ち行列が存在する場合は、固定のサービス容量  $\mu$  (所与) を傾きを持つ直線であり、存在しない場合は累積流入量  $A(t)$  と一致する。また、希望到着時刻分布  $W(t)$  は与えられているものとする。

各利用者の旅行費用を次のように定義する。

$$TC\{t, t_w, x\} = f_m\{m(x)\} + f_w\{w(t)\} + f_s\{s(t, t_w)\} \\ = f_m\{m(x)\} + p\{t, t_w\} \quad (1)$$

- $t$  = ボトルネックからの流出時刻
- $t_w$  = 希望到着時刻 (所与)
- $x = (x_1, x_2)$  = 利用者の住居位置 ( $x_1$ ) と勤務地位置 ( $x_2$ ) を表す位置ベクトル (所与)
- $TC\{t, t_w, x\}$  = 位置ベクトル  $x$  と希望到着時刻  $t_w$  を持つ通勤者が、時刻  $t$  にボトルネックを流出した場合の旅行費用
- $m(x)$  = 住居位置  $x_1$  と勤務地位置  $x_2$  間のフリーフロー移動時間 (静的)
- $w(t)$  = 時刻  $t$  にボトルネックを流出した場合のボトルネックでの待ち時間
- $s(t, t_w)$  = 希望到着時刻  $t_w$  を持つ利用者が時刻  $t$  にボトルネックを流出した場合のスケジュールディレイ  $= t_w - t$
- $f_m\{m\}$  = 移動時間  $m$  を費用に変換する関数
- $f_w\{w\}$  = ボトルネックでの待ち時間  $w$  を費用に変換する関数
- $f_s\{s\}$  = スケジュールディレイ  $s$  を費用に変換する関数
- $p\{t, t_w\}$  = 動的費用  $= f_w\{w(t)\} + f_s\{s(t, t_w)\}$

希望到着時刻  $t_w$  をもつ利用者考えた場合、旅行費用  $TC\{t, t_w, x\}$  は静的な移動時間によるもの  $f_m\{m(x)\}$ 、

ボトルネックでの待ち時間によるもの  $f_w\{w(t)\}$ 、スケジュールディレイ (利用者の目的地への希望到着時刻と実際の到着時刻との時間差) によるもの  $f_s\{s(t, t_w)\}$  の3つの項から構成されている。先ず移動時間  $m(x)$  であるが、ボトルネック以外では全く遅れが生じないという仮定より、 $m(x)$  は住居から勤務地までの距離と静的なフリーフロー旅行速度によって決まるので、ベクトル  $x$  のみの関数として表すことができる。従って、利用者は出発時刻をいつに決めても一定の移動時間を費やさなければならないため、この移動時間はトリップの出発時刻の選択には全く影響を及ぼさない。つまり、単一ボトルネック問題の場合には旅行費用  $TC\{t, t_w, x\}$  のうちの動的費用  $p\{t, t_w\}$  のみを考慮すればよい。静的な移動費用  $f_m\{m(x)\}$  は、複数のボトルネックが存在して経路選択の余地がある場合に必要な項である。

時刻  $t$  にボトルネックを流出した利用者のボトルネックでの待ち時間  $w(t)$  は、待ち行列を物理的な長さを持たない Point Queue と考え、待ち行列システムに FIFO (First In First Out) を仮定すれば、図-2のように流出時刻のみの関数として表現できる：

$$w(t) = t - A^{-1}\{D(t)\} \quad (2)$$

スケジュールディレイは、移動時間が静的であるという仮定より、図-2のように  $s(t, t_w) = t_w - t$  と表すことができる。つまり、希望到着時刻  $t_w$  を実際の勤務開始時刻からボトルネックと勤務地間の移動時間を差し引いた時刻 (ボトルネックからの希望流出時刻) というように考えるわけである。  $s(t, t_w)$  は正または負の値を取ることができ、  $s(t, t_w)$  が負であるということは、勤務開始時刻よりも遅れて勤務地に到着したことを示している。

出発時刻選択問題は、希望到着時刻の分布  $W(t)$  とボトルネックのサービス容量 ( $D(t)$  の傾き  $\mu$ ) が与えられた時にボトルネックへの累積流入量  $A(t)$  を決定する問題と定義できる。なぜなら  $A(t)$  が決まれば、FIFO サービスを行っているボトルネックへの到着時刻、さらに住居からの出発時刻も静的な移動時間を用いて決められるからである。また別の解釈をすれば、住居からの出発時刻を決める代わりに、ボトルネックからの流出時刻を決める問題ともとらえることができる。これは FIFO サービスを行うボトルネックでは流出時刻が決まれば流入時刻が決まり、流入時刻から住居からの出発時刻も決まるからである。単一ボトルネック問題では、分析の容易さのため、住居からの出発時刻に代わって、ボトルネックからの流出時刻  $t$  を決定する問題として以下の解説を行う。

(2) 時間的均衡条件

利用者は自分の旅行費用が最小になるようにボトルネックからの流出時刻  $t$  を選択すると仮定すれば、最適な流出時刻  $t$  は次の条件を満足する。

$$\frac{\partial TC(t, t_w, x)}{\partial t} = \frac{\partial p(t, t_w)}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

これに式(1)を代入して変形すれば、次のようになる(付録1参照)。

$$\frac{df_w\{w(t)\}}{dt} = f_s'\{s(t, t_w)\} \quad (4)$$

$$\frac{dw(t)}{dt} = \frac{f_s'\{s(t, t_w)\}}{f_w'\{w(t)\}} \quad (5)$$

ここに  $f_w'\{w\} = \frac{df_w\{w\}}{dw}, f_s'\{s\} = \frac{df_s\{s\}}{ds}$

式(4)あるいは(5)は、流出時刻に着目して表現した時間的均衡条件である。この均衡条件は、ボトルネックでの待ち時間  $w(t)$  に関する微分方程式であり、後述するようにこれを解くことによって  $w(t)$  をスケジュールディレイ  $s(t, t_w)$  の関数として表すことができる。

(3) First In First Work 原則

First In First Work 原則とは、希望到着時刻の早い順にボトルネックに流入するという原則である。待ち行列内では FIFO が成立するので、FIFW 原則は、希望到着時刻の早い順にボトルネックを流出するという原則とも言え、これによって、流出時刻  $t$  と希望到着時刻  $t_w$  が関係づけられる。FIFW 原則はスケジュールコスト関数  $f_s\{s\}$  が  $s$  について凸であれば成立することが、次のような方法で Daganzo<sup>10)</sup>によって証明されている。

今2人の通勤者  $i$  と  $k$  を考え、彼らの希望到着時刻を  $t_{wi}$  と  $t_{wk}$ 、実際のボトルネックからの流出時刻を  $t_i$  と  $t_k$  とし、それらは次のように FIFW を満たさない関係にあるものとする： $t_{wi} > t_{wk}$  および  $t_i < t_k$ 。各通勤者は、自分の費用を最小するように流出時刻を選択するのであるから、次の関係を満たさなければならない：

通勤者  $i$  :

$$f_w\{w(t_i)\} + f_s\{t_{wi} - t_i\} \leq f_w\{w(t_k)\} + f_s\{t_{wi} - t_k\},$$

通勤者  $k$  :

$$f_w\{w(t_k)\} + f_s\{t_{wk} - t_k\} \leq f_w\{w(t_i)\} + f_s\{t_{wk} - t_i\}.$$

この2つの条件を足し合わせると、

$$f_s\{t_{wk} - t_i\} - f_s\{t_{wk} - t_k\} \geq f_s\{t_{wi} - t_i\} - f_s\{t_{wi} - t_k\}$$

となるが、これを書き換えると次のようになる。

$$f_s\{z_2 + \delta\} - f_s\{z_2\} \geq f_s\{z_1 + \delta\} - f_s\{z_1\}, \quad (6)$$

ここに、  $z_2 = t_{wk} - t_k < z_1 = t_{wi} - t_k, \quad \delta = t_k - t_i > 0$ .

しかしながら、この条件はもしも  $f_s\{s\}$  が  $s$  について厳密に凸であれば、満たし得ない条件であるので厳密に凸の場合は FIFW が成立することの証明ができた。

FIFW が成り立つ場合には、 $D(t) = W(t_w)$  の関係が成り立つので、希望到着時刻  $t_w$  とボトルネックからの流出時刻  $t$  は次のように関係づけられる。

$$t_w(t) = W^{-1}(D(t)), \text{ あるいは } t(t_w) = D^{-1}(W(t_w)) \quad (7)$$

すなわち、FIFW のもとでは、所与である  $W(t)$  に適切な待ち行列開始時刻  $t_0$  から傾き  $\mu$  をもつ  $D(t)$  を重ね合わせれば、スケジュールディレイは  $D(t)$  と  $W(t)$  の間の水平距離としてすべての流出時刻  $t$  について評価できることになる。したがって、 $s(t, t_w)$ 、 $p(t, t_w)$  も次のように流出時刻  $t$  あるいは希望到着時刻  $t_w$  のみの関数として表せることになる。

$$s(t) = s(t, t_w(t)), p(t) = p(t, t_w(t)) \quad (8)$$

あるいは

$$s(t_w) = s(t(t_w), t_w), p(t_w) = p(t(t_w), t_w) \quad (9)$$

FIFW は、 $f_s\{s\}$  が厳密に凸であれば希望到着時刻  $t_w$  を持つ利用者は、式(7)を満足する流出時刻のときに  $p(t, t_w)$  が唯一の最小値をとることを意味している。一方、 $f_s\{s\}$  が  $s$  について線形のように厳密には凸でない場合には、式(6)の等号が成立するので、FIFW を満足しない希望到着時刻と流出時刻の関係もあることになる。つまり、各個人の費用  $p(t, t_w)$  を最小にするような流出時刻は1つに定まらないが、FIFW を満足する流出時刻も解の1つである。この意味で、線形関数の場合も含めて、 $f_s\{s\}$  が  $s$  について凸の場合には FIFW が成立するものとして解析することができる。

(4) 均衡解

さて、式(4)に FIFW から得られた式(8)を代入すれば、

$$\frac{df_w\{w(t)\}}{dt} = f_s'\{s(t)\}$$

と書くことができ、この微分方程式を解いて  $w(t)$  を次

のようにスケジュールディレイの関数として表すことができる (付録2参照)。

$$w(t) = f_w^{-1} \left[ \int_{t_0}^t f_s' \{s(x)\} dx \right] \quad (10)$$

ここに,  $t_0$  = 待ち行列発生時刻,  
 $w(t_0) = 0$

また, 待ち行列が存在する時間においては,  $A(t)$ の微分値である流入レートを  $\lambda(t)$  とおけば,  
 $\frac{dw(t)}{dt} = 1 - \frac{\mu}{\lambda(t)}$  の関係があるので, 式(5)より流入レート  $\lambda(t)$  は次のように書くことができる。

$$\lambda(t) = \mu \left[ 1 - \frac{dw(t)}{dt} \right]^{-1} = \mu \left[ 1 - \frac{f_s' \{s(t)\}}{f_w' \{w(t)\}} \right]^{-1} \quad (11)$$

$\lambda(t)$  = 時刻  $t - w(t)$  における流入レート (注: 時刻  $t$  はポトルネック流出時刻であり, 図-2の様に  $\lambda(t)$  は時刻  $t$  にポトルネックを流出する利用者の流入レートを表わす。)

ただし, 流入レートは常に非負で無ければならないので, 式(11)より, 関数  $f_w(w)$  と  $f_s(s)$  は

$$f_w' \{w(t)\} \geq f_s' \{s(t)\}, \quad \forall t \quad (12)$$

を常に満たすような関係にある必要がある。

従って, スケジュールディレイ  $s(t)$  が全ての時刻において評価できれば, 待ち時間  $w(t)$  も流入レート  $\lambda(t)$  も決定することができ, さらに流入レート  $\lambda(t)$  の時間積分値である累積流入量  $A(t)$  も決定できる。

### (5) 単一ポトルネック問題の例

これまでの結果を用いて, 単一ポトルネックにおいて時間的均衡状態における累積流入量がどの様に求められるのかを見てみよう。

#### a) 希望到着時刻が一定の場合

単純なケースとして, すべての通勤者が同じ希望到着時刻  $t_w$  を持つ場合を考える。まず, 図-3(a)のように  $W(t)$  を時刻  $t_w$  に鉛直な直線として描き, 次に適当な待ち行列開始時刻  $t_0$  から累積流出量  $D(t)$  を傾き  $\mu$  の直線として書くことができる。

はじめに, スケジュール費用関数  $f_s(s)$  と待ち時間費用  $f_w(w)$  が次のような線形関数の場合を考えよう。

$$f_s \{s\} = \begin{cases} c_1 s, & s \geq 0, \\ -c_2 s, & s < 0, \end{cases} \quad c_1 > 0, c_2 > 0, \quad (13)$$

$$f_w \{w\} = b w, \quad b \geq c_1 > 0, \quad w \geq 0. \quad (14)$$

式(4)より

$$\frac{df_w \{w(t)\}}{dt} = f_s' \{s(t)\} = \begin{cases} c_1, & s(t) \geq 0, \\ -c_2, & s(t) < 0, \end{cases}$$

なので, 待ち時間費用  $f_w(w)$  はスケジュール費用  $f_s(s)$  を相殺するように線形に増減する。  $f_w(w)$  も線形なので, 式(11)を用いてポトルネックへの流入レートを求めれば,

$$\lambda(t) = \begin{cases} \mu \left(1 - \frac{c_1}{b}\right)^{-1}, & s(t) \geq 0, \\ \mu \left(1 + \frac{c_2}{b}\right)^{-1}, & s(t) < 0, \end{cases} \quad (15)$$

のようになり,  $A(t)$  も2本の直線で表現できることが確認できる。また, 希望到着時刻  $t_w$  を持つ者 (この場合は全ての利用者) の待ち時間費用とスケジュール費用の和である  $p(t, t_w)$  は, 図-3(b)のように流出時刻によらず  $[t_0, t_w]$  の範囲で一定となる。

次に, スケジュール費用関数に線形ではなく以下のような非線形凸関数を, 待ち時間費用関数に単調増加関数を考えよう:

$$\begin{cases} f_s \{s\} \geq 0, & s \geq 0, \\ f_s \{s\} < 0, & s < 0, \end{cases} \quad (16)$$

$$\frac{d^2 f_s \{s\}}{ds^2} > 0.$$

$$\frac{df_w \{w\}}{dw} > 0, \quad f_w \{0\} = 0, \quad w \geq 0. \quad (17)$$

この場合には, 図-4のような累積関数と費用の変化となる。この場合にも  $f_w(w)$  は  $f_s(s)$  を相殺するように変化し, 希望到着時刻が利用者全員等しく基本的に利用者には区別がないため, 厳密に凸なスケジュール費用関数を用いても,  $p(t, t_w)$  は  $[t_0, t_w]$  の範囲で一定となる特殊ケースである。

待ち行列開始時刻  $t_0$  の決め方であるが, 待ち行列が終わる時刻  $t_1$  において,  $A(t_1) = D(t_1) = W(t_1)$  となることが条件となる。すなわち, 以下の条件を満たすように  $t_0$  を決める必要がある。

$$\int_{t_0}^{t_1} \lambda(t) dt = \mu(t_1 - t_0) = W(t_1) - W(t_0) \quad (18)$$

累積台数

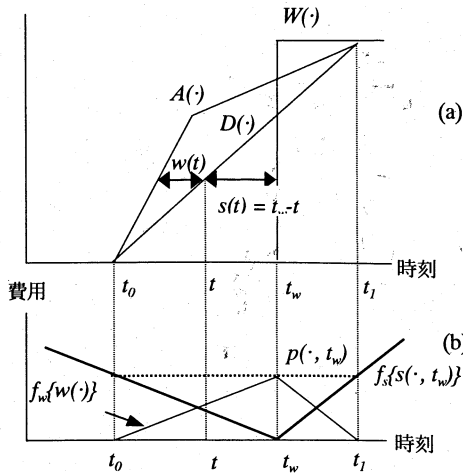


図-3 希望到着時刻が一定，線形費用関数の場合の累積図

累積台数

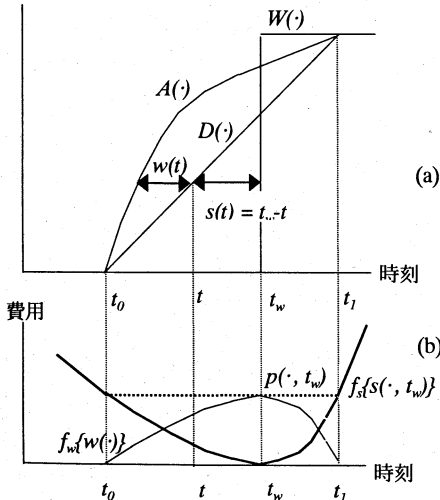


図-4 希望到着時刻が一定，非線形費用関数の場合の累積図

b) 希望到着時刻が分布する場合

希望到着時刻が利用者によって様々な値をとり， $W(t)$

が分布する場合について，まず式(13)，(14)のように $f_w(w)$ と $f_s(s)$ には線形関数を用いて分析する。適当な待ち行列開始時刻 $t_0$ から $D(t)$ を $W(t)$ に重ね合わせると，すべての時刻 $t$ についてスケジュールディレイが評価できる。従って，ボトルネックへの流入レート $\lambda(t)$ は式(15)と同様に与えられ，図-5(a)のように $A(t)$ は図-3と同じ傾きの2本の直線で与えられる。 $f_s(s)$ が線形であるために， $\lambda(t)$ は $s(t)$ の正負のみによって決まり， $A(t)$ は希望到着時刻の分布が例えば図-5(a)の破線のように変わっても変化しないという性質がある。

図-5(b)は希望到着時刻 $t_w$ を持つ利用者の動的費用 $p(t, t_w)$ がボトルネック流出時刻 $t$ によってどのように変化するのかわかっている。 $t_0 < t < t_w$ の範囲では，線形に増加するスケジュール費用は待ち時間費用に完全に相殺されるため， $p(t, t_w)$ は一定値をとる。しかし， $t_w < t < t_1$ では，スケジュール費用も待ち時間費用も増加するため， $p(t, t_w)$ は急激に増加に転じる。最後に， $t_2 < t < t_1$ においては，再びスケジュール費用と待ち時間費用が打ち消しあうために $p(t, t_w)$ は一定となる。この場合には，希望到着時刻 $t_w$ をもつ利用者にとっては，流出時刻を $t_0 < t < t_w$ の範囲のどこにとっても費用の最小値は同じである。このように線形のスケジュール費用関数の場合には，費用の最小を与える流出時刻が1つではないために，FIFWを満たさない解も存在する。しかしながら，累積流入量 $A(t)$ の形状は次節で解説するように唯一に決めることができる。

ここで注意すべきは，この $p(t, t_w)$ の変化は希望到着時刻 $t_w$ をある値に固定した利用者にとっての費用変化であり，FIFWを満たす流入パターン $A(t)$ 上の各利用者の費用 $p(t) = p(t, t_w(t))$ の変化とは異なることである。 $p(t)$ の変化は，ボトルネックからの流出時刻に着目して変化量を見れば，時間的均衡条件を考慮して次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \frac{dp(t)}{dt} &= \frac{dp(t, t_w(t))}{dt} = \frac{\partial p(t, t_w(t))}{\partial t} + \frac{\partial p(t, t_w(t))}{\partial t_w} \cdot \frac{dt_w(t)}{dt} \\ &= \frac{\partial p(t, t_w(t))}{\partial t_w} \cdot \frac{dt_w(t)}{dt} = f_s' \{s(t, t_w(t))\} \cdot \frac{dt_w(t)}{dt} \end{aligned} \quad (19)$$

$dt_w(t)/dt$ は常に非負なので，式(13)の線形のスケジュール費用関数の場合には，スケジュールディレイが正の場合に $dp(t)/dt \geq 0$ ，スケジュールディレイが負の場合に $dp(t)/dt < 0$ となる。つまり， $p(t)$ はボトルネック流出時刻が待ち行列開始時刻 $t_0$ に等しい利用者から増加し始め，スケジュールディレイが正から負に転じる時刻 $t_2$ で最大となり，その後減少するという変化となる。

次に，式(16)，(17)のような非線形の費用関数の場合

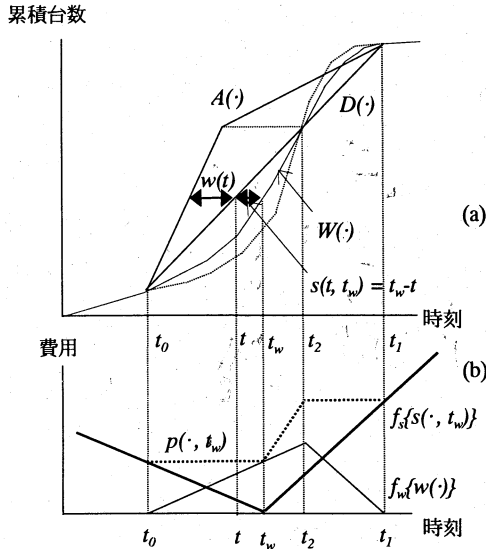


図-5 希望到着時刻が分布し、線形費用関数の場合の累積図

であるが、図-6(b)は希望到着時刻  $t_w$  を持つ利用者の費用  $p(t, t_w)$  を表している。この費用変化でスケジュール費用関数が線形の場合と大きく異なることは、 $p(t, t_w)$  が最小になる流出時刻が FIFW 原則を満たすように唯一に決まることである。まず、 $D(t)$  と  $W(t)$  より  $s(t)$  が求められ、式(4)より  $f_w(w(t))$  が決められる。また、希望到着時刻  $t_w$  の利用者のスケジュール費用  $f_s(s(t, t_w))$  を描けば、図-6(b)の太線のようになる。その個人にとっての動的費用  $p(t, t_w) = f_w(w(t)) + f_s(s(t, t_w))$  は、FIFW の証明で述べたように、FIFW を満たす流出時刻  $t = D^{-1}(W(t_w))$  で最小値をとる。

なお、この場合も均衡状態における各利用者の動的費用  $p(t)$  の変化は、式(19)より線形スケジュール費用関数の場合と同じように、希望到着時刻以前に到着する者については増加し、遅れる者については減少するという変化をする。

#### (6) 解の存在性と唯一性の条件

$A(t)$ 、 $D(t)$ 、 $W(t)$  の3種類の累積曲線が、待ち行列開始時刻  $t_0$  と終了時刻  $t_1$  で1点で交わるような累積曲線  $A(t)$ 、 $D(t)$  の存在と唯一性については、Smith<sup>9)</sup>、Daganzo<sup>10)</sup>、Kawahara<sup>10)</sup>らによって証明されている。証明の詳細は付録3を参照されたいが、結論としては、もしも  $f_s(s)$  が  $s$  について凸で、 $f_w(w)$  が  $w$  について単調増加で  $f_w(0) = 0$  であるなら、時間的均衡条件を満たす累積曲線  $A(t)$ 、 $D(t)$  は唯一に存在するというものである。ここで留意すべきは、 $f_s(s)$  が線形のように厳密に凸でない場

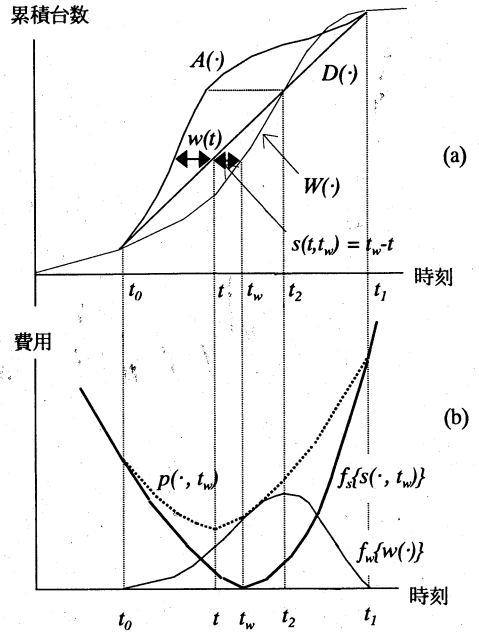


図-6 希望到着時刻が分布し、非線形費用関数の場合の累積図

合には累積曲線  $A(t)$ 、 $D(t)$  は唯一に求められるが、FIFW の証明で述べたように利用者の流出時刻  $t$  は唯一に決められないことである。すなわち利用者のボトルネックへの流入・流出の順番は唯一に決まらないが、 $A(t)$  と  $D(t)$  の形状は唯一に決まることである。

#### (7) 需要の時間平滑化施策に関する考察

道路交通需要を時間的に平滑化して渋滞を緩和しようとする施策として、時差出勤、フレックスタイム制、ロードプライシングなどが議論されている。本節では、これらの施策と出発時刻選択問題との関わりについて、利用者の行動をいくつかの仮定をもうけて簡略化した本モデルを用いて考察する。渋滞軽減のためには、時間的均衡条件を満たしつつ待ち時間  $w(t)$  を最小化するような施策をとる必要があるため、時間的均衡条件から得られる式(10)が成立していなければならない。

第1に、スケジュールディレイ  $s(t)$  自体をゼロに持っていくことができたとすれば、式(10)より  $w(t)$  もゼロに近づく。これは利用者の希望到着時刻を制御して  $W(t)$  をできるだけ  $D(t)$  に近づけようとするものであり、通勤交通を考えた場合の施策としては時差出勤などの施策に相当すると思われる。

第2に、スケジュールディレイ  $s(t)$  はゼロにならなくても、スケジュール費用を非常にフラットな関数に

して勾配  $f'_s\{s(t)\}$  をゼロに近づけてあげても、 $w(t)$  はゼロに近づく。フレックスタイム制のように出勤時刻を固定にしない施策などがこれに類似したものであろう。

第3に、均衡状態における各利用者の待ち時間費用をそっくり課金で徴収することができたのなら、均衡状態を保ちながら待ち行列を無くせることになる。これはよく言われていることであって、時間的にダイナミックなロードプライシングである。

第4に公平性についてであるが、仮定のようにスケジュール費用関数が凸であれば、式(19)で示したようにスケジュール遅れが正の場合には動的費用  $p(t)$  は増加し、逆の場合には減少することになる。すなわち、均衡状態でスケジュール遅れがゼロの利用者（流出時刻が  $t_2$  の利用者）が一番多くの動的費用を負担することになる。これは興味深い結果で、丁度希望する時刻に到着できた利用者の動的費用が、他人の行動によって一番高くなってしまふということである。これを是正するための方法は、全員の希望到着時刻を同じにすることが考えられるが、これは  $w(t)$  をゼロにもっていく施策と相対する。一方、上記の  $s(t)$  あるいは  $f'_s\{s(t)\}$  をゼロに近づけようとする施策を導入すれば、待ち時間  $w(t)$  がゼロに近づくだけでなく、動的費用  $p(t)$  の変化も小さくすることができ、公平性の観点からも望ましいと言えるだろう。すなわち均衡状態において、利用者固有の希望到着時刻の違いによる動的費用の格差を小さくすることができる。

以上は、利用者の行動をいくつかの仮定をもうけて簡略化した本モデル上の考察であり、実際の利用者行動を完全に記述しているものではないことは当然であるが、ある施策をとった場合に渋滞がどちらの方向に変化するのかを定性的に理解するためには有意義である。

### 3. 単一ボトルネック分析の拡張

出発時刻選択問題の基本的な理論は、単一ボトルネック分析で述べたとおりである。本章では、単一ボトルネック分析が、複数ボトルネックネットワークにおける分析、費用関数に個人差がある場合の分析、ランダム効用理論の適用などへと拡張された内容について簡単に紹介する。

#### (1) 複数のボトルネックを持つネットワークへの拡張

前述の出発時刻選択問題に関する研究を、複数存在するボトルネックを持つネットワークに発展させようとする研究がいくつか行われている。

Kuwahara and Newell<sup>(1)</sup>は、Many-to-One のODパターンを持つ図-7のようなネットワークにおいて、複数

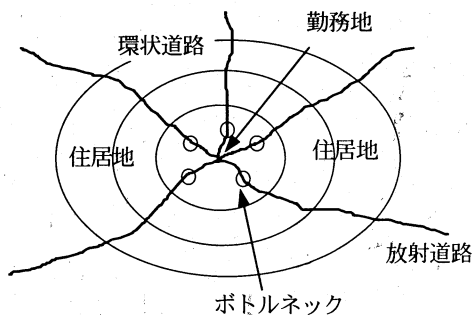


図-7 複数ボトルネックが存在するネットワーク

のボトルネックにおけるそれぞれの累積到着分布を求める方法を提案している。放射道路と環状道路によって構成されるネットワークにおいて、利用者は面的に広がる周辺住居地から1点に集中する勤務地に向かう。利用者が勤務地にアクセスするためには、必ず1回いずれかのボトルネック  $j, j = 1, 2, \dots, J$  を通過しなければならない。ボトルネックに関わる待ち時間費用とスケジュール費用、そして移動時間費用を勘案しながら出発時刻とボトルネックの選択を同時に行う問題である。

単一ボトルネック分析と同じように、住居位置と希望到着時刻は対象とする利用者全部について所与であると仮定すれば、対象需要は図-8のような3次元の空間に表すことができる。つまり、3次元空間内の点は2次元平面上の住居位置と縦軸の希望到着時刻を持つ利用者を表す。ここで、仮に3次元空間を利用者がアクセスするボトルネック別に分割することができたとすれば、分割空間ごとの希望到着時刻を集計することによって、対応するボトルネック  $j$  に関する希望到着時刻分布  $w_j(t)$  が与えられる。従って、各々の分割空間ごとの問題は単一のボトルネック分析に帰着させることができる。

いま、全てのボトルネック  $j$  について、累積流入量  $A_j(\cdot)$ 、累積流出量  $D_j(\cdot)$ 、希望到着時刻分布  $w_j(\cdot)$  が図-9の実線のように、希望到着時刻  $t_w$  の利用者についてまで決められているとしよう。この3本の累積曲線によって、希望到着時刻が  $t_w$  の利用者の待ち時間とスケジュール遅れを図中の  $w_j(t(t_w))$  と  $s_j(t(t_w))$  のように求めることができる。各ボトルネック  $j$  で評価された  $w_j(t(t_w))$ 、 $s_j(t(t_w))$  および住居から勤務地までの静的な移動時間から、希望到着時刻が  $t_w$  の利用者はどのボトルネックにアクセスするのが最小費用となるのかを決めることができる。言い換えれば、図-8の3次元空間において時刻  $t_w$  から  $t_w + dt_w$  に含まれる点（利用者）をアクセスするボトルネック別に分割することができる。

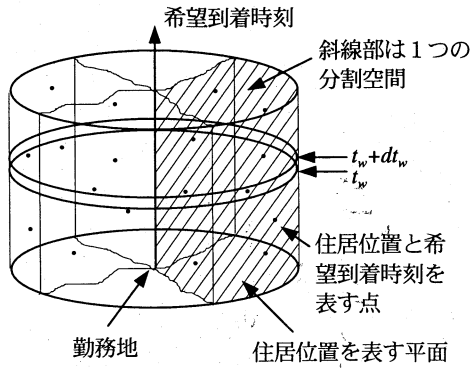


図-8 3次元空間に表現された利用者の住居位置と希望到着時刻

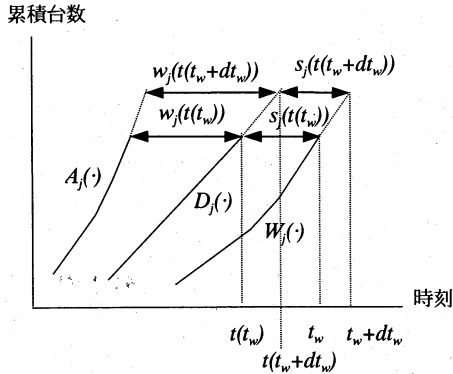


図-9 複数ボトルネック問題における累積曲線の延長

この分割以降は、それぞれの分割された領域内における単一ボトルネック分析を適用すればよい。すなわち、分割された空間に含まれる希望到着時刻が  $t_w$  から  $t_w + dt_w$  の範囲の分布から  $W_j(\cdot)$  を破線のように時刻  $t_w + dt_w$  まで延長できる。累積流出曲線  $D_j(\cdot)$  は所与のボトルネック容量  $\mu_j$  を傾きを持つ線として延長できるので、希望到着時刻  $t_w + dt_w$  を持つ利用者のスケジュール遅れ  $s_j(t_w + dt_w)$  が評価できる。さらに、式(10)より  $w_j(t_w + dt_w)$  も決めることができる。この様にして、3次元空間を逐次分割しながら、3本の累積曲線を順次延長していくことができる。

このほかの複数ボトルネック分析としては、図-10のように、2つの連続するボトルネック (Tandem Bottleneck) における研究が、Kuwahara<sup>19)</sup>や Arnott et al.<sup>12)</sup>によって行われている。住居地2に住む利用者は両方のボトルネックを、また住居地1に住む利用者は下流側のボトルネックだけを通過して勤務地に向かうことができる場合の出発時刻選択問題である。この

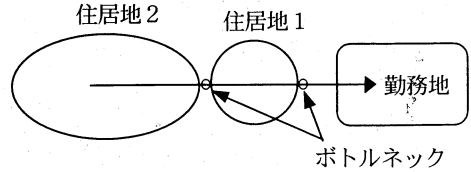


図-10 2つの連続するボトルネックを持つネットワーク

問題では、住居地1, 2は固定されておりボトルネックの選択は含まれないので、単一ボトルネック問題の時間的均衡条件を適用して解くことができる。注意が必要な点は、FIFW原則の証明に立ち戻れば明らかのように、FIFW原則は、各住居地の利用者間でしか適用できないことである。従って、累積曲線を求めるためには、各住居地の利用者別に時間的均衡条件を適用しながら、ボトルネックにおけるFIFOサービスを満たすように均衡解を求めることになる。

この分析で興味深いのは、均衡状態を達成しようとすると、住居地の位置によって利用者の優先順位にかなりの差が生じる可能性を指摘したことである。典型例として、住居地2の利用者の希望到着時刻分布の傾きが上流側のボトルネック容量を常に超えない場合、すなわち住居地2の利用者が全員希望到着時刻に到着するように行動しても上流側ボトルネック容量よりも低い流入レートの場合を考えよう。この場合、下流側ボトルネックに待ち行列が全く発生しない場合には、明らかに上流側ボトルネックにも待ち行列は発生しない。しかし、下流側ボトルネックに待ち行列が発生する場合には、時間的な均衡条件を達成するために、住居地2の利用者は出発時刻を早めなければならない、上流側のボトルネックにも待ち行列ができてしまうことがある。つまり、均衡達成のためには住居地1の利用者の選択行動によって、住居地2の利用者は必要以上に出発時刻を早めなければならない、その分多くの旅行費用を負担させられてしまうわけである。

以上、2種類の複数ボトルネック分析を紹介したが、研究はこのような限定されたネットワークにとどまっており、より一般的なネットワークにおける出発時刻と経路の同時選択問題は今後の課題である。

## (2) 旅行費用関数に個人差がある場合への拡張

これまでの研究では、費用関数  $f_w(w)$ ,  $f_s(s)$  は全ての利用者に共通の関数形であったが、Newell(1985)は単一ボトルネックにおいて、これらに個人差がある場合にも、時間的均衡条件を満たす解が求められることを示している。特に、式(13), (14)にある線形の費用関数



について、スケジュールディレイと待ち時間の費用係数  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $b$  が利用者の中でどの様に分布しているのかを所与とした場合の累積曲線の求め方を提案している。

興味深いのは、この様に利用者の時間価値に差がある場合でも、時間的均衡条件を満たす累積曲線が求められることである。ロードプライシングの議論では、ボトルネックにおける待ち時間費用に相当するプライシングを行うことによって渋滞列を無くすることが議論されている。利用者の料金価値が同じ場合であれば、ボトルネック待ち時間費用  $f_w\{w(t)\}$  をそのままプライシングすればよいことになる。しかし、ここでの結果によれば、 $f_w\{w\}$ ,  $f_s\{s\}$  の関数形に個人差がある場合であっても、すべての利用者の時間的均衡条件を満たす待ち時間  $w(t)$  が求められる。すなわち、 $w(t)$  をプライシングの課金額、 $f_w\{w(t)\}$  を知覚コストと見直せば、利用者の料金価値に差がある場合であっても、ボトルネック待ち行列がなくなるような時間的にダイナミックなプライシングが存在しうると示唆している。

### (3) ランダム効用理論に基づいた出発時刻選択

De Palma et al. (1983) は、決定論的な待ち行列モデルとランダム効用理論を組み合わせ、従来のモデルを確率的なものに拡張している。この分析は、単一ボトルネック問題で、希望到着時刻がすべての利用者  $N$  人について同じ場合であり、費用関数  $f_w\{w\}$ ,  $f_s\{s\}$  は線形を仮定したものである。誤差項  $\epsilon_i$  にワイブル分布を仮定した効用関数、 $U_i(t, t_w) = -p(t, t_w) + \epsilon_i$  からある流出時刻  $t$  を選択する確率  $Prob(t)$  がロジットモデルによって表せることを示している。この  $Prob(t)$  と流入レート  $\lambda(t)$  には、 $\lambda(t) = Prob(t) \cdot N$  の関係があることから、 $\lambda(t)$  についての微分方程式を導き、これを解析的に解いて、流入レート  $\lambda(t)$  を求めたものである。

Ben Akiva et al. (1984, 1986) らは、これを 1OD ではあるが、複数の平行経路（各経路には 1 つずつだけボトルネックが存在する）がある場合についてモデルを発展させている。この問題では、出発時刻の選択以外に経路の選択も入るため解析的には解けず、次のようなヒューリスティックな解法を提案している。時間軸を適当な小区間に分割し、対象とする通勤者の出発時刻と経路の初期値を適当に仮定する。それによって発生する各ボトルネックの待ち時間とスケジュールディレイより効用  $U(t, t_w)$  を再評価しながら、ロジットモデルによって出発時刻と経路を選択しなおす、といった繰り返し計算である。

Mahmassani et al.<sup>17)</sup> も類似した確率的な研究を発表している。Ben Akiva らと異なるのは、旅行費用はボトルネックにおける待ち時間に着目しているというよりも、ボトルネック上流の道路区間の混雑による遅れ時

間を交通密度と速度の関係式 (Green-shield タイプ) を用いて表現している点である。

これらの研究において共通する問題点は、希望到着時刻をすべての利用者に同一の時刻を仮定しており、希望到着時刻が分布する場合について分析されていないことである。この理由は、確率モデルでは FIFW が成立せず、希望到着時刻が分布する場合においては、流出時刻  $t$  と希望到着時刻  $t_w$  が 1 対 1 に対応しないため、スケジュールディレイを流出時刻  $t$  だけで評価できないからである。この点については、各利用者は効用の期待値を最大にするというような仮定をもうけて FIFW を成立させて、従前の決定論的な研究と同様に解析することが考えられよう。

もう一つの課題は、OD が 1 つの場合に限定されていることである。1OD で複数の平行経路がある場合についても、解析的に解くことが難しく、確率的な取り扱いを如何により一般的なネットワークに拡張していくかが今後の課題であろう。

### 4. まとめ

本稿は、道路の単一ボトルネックにおける出発時刻選択に関する研究をレビューし、これまでの理論的な成果をわかりやすく解説したものである。主な点をまとめると、

- (1) 通勤交通のような明確な到着時刻制約のあるトリップを対象とし、利用者の旅行費用はフリーフロー旅行速度で走行した場合の移動時間の費用（静的）、ボトルネックにおける待ち時間による費用、スケジュールディレイ（希望到着時刻（所与）と実際の到着時刻の時間差）による費用から構成される。
- (2) 利用者は、自分の旅行費用を最小にするように出発時刻を選択するという仮定から、時間的均衡条件が導出される。
- (3) スケジュールディレイ ( $s$ ) を費用に変換するスケジュール費用関数 ( $f_s\{s\}$ ) が、 $s$  について凸であれば、希望到着時刻の早い順番にボトルネックを通過するという FIFW (First In First Work) 原則が成立する。
- (4) ボトルネックにおける需要の流入レートは非負の値をとらなければならない、そのためには待ち時間費用関数  $f_w\{w\}$  とスケジュール費用関数  $f_s\{s\}$  の間には  $f_w\{w(t)\} \geq f_s\{s(t)\}$  の関係が常に成立しなければならない。すなわち、ある単位時間をボトルネックでの待ち時間として費やすよりも、スケジュールディレイとして使う方が費用が安いことが必要である。
- (5) スケジュール費用関数 ( $f_s\{s\}$ ) が  $s$  について凸で、

待ち時間費用関数  $f_w(w)$  が  $w$  について単調増加かつ  $f_w(0)=0$  であるなら、時間的均衡条件を満たす累積曲線  $A(t)$ ,  $D(t)$  も、各利用者の出発時刻も唯一に決められる。ところが、 $f_s(s)$  が厳密に凸でなく例えば線形の場合には、 $A(t)$  と  $D(t)$  は唯一に求まるものの、各利用者の出発時刻は一つに定まらない。

また、単一ボトルネックの研究が、複数ボトルネックネットワークにおける分析、費用関数に個人差がある場合の分析、ランダム効用理論の適用等へと発展していった経緯についても簡単に紹介した。

また、今後の主要な課題としては、次があげられる。

- (1) ロードプライシング、フレックスタイム制、時差出勤、旅行予約制などの政策変数を明示的に出発時刻選択モデルの中に組み込むことが必要であろう。
- (2) 旅行費用に個人差がある場合については、単一ボトルネックにおいて、わずかに Newell の研究があるのみである。待ち行列費用とスケジュール費用だけでなく、上記の政策変数に対する感度にも個人差を考慮したモデル化が求められよう。
- (3) 対象とするネットワークの一般化は、大きな課題である。理想的には、Many-to-Many の OD を持つネットワークに拡張することであるが、経路選択のみを考えている動的な均衡配分問題も、十分には解明されていないのが現状である。One-to-Many の OD の場合には、希望到着時刻というある特定の時刻に着目して、問題をその時刻で分解して解くことができたのであるが、Many-to-Many の OD の場合には、すべての OD に共通の時刻というのが見つからないので、複雑な問題をうまく分解することができていない。この点に関しては、決定論的なモデル、確率論的なモデルに共通の課題として残されている。

本解説で取り上げたモデルは、利用者の出発時刻選択行動を簡略化したものであり、実務にそのまま結びつくものではない。しかしながら、これらは理論的な基礎を与えるものであり、出発時刻選択をモデル化する際には、これまでの研究の蓄積の上に立つことが必要である。特に、待ち行列費用  $f_w(w)$ 、スケジュール費用  $f_s(s)$  などの関数形と FIFW 原則成立の条件、解の存在性・唯一性の条件との関連性は、今後新たな政策変数をモデルに組み込んでいく上で、理解しておかなければならない事項であろう。

ロードプライシング、フレックスタイム制などの交通需要の時間平滑化をねらった TDM 施策に関する研究がますます盛んになってきているが、本稿が今後の研究の一助となれば幸いである。

#### 付録1

$f_s(s)$  が  $\hat{s}$  において連続微分可能でない場合は、 $s$  が  $\hat{s}$  の

プラス側（マイナス側）の近傍にある場合には、

$dp/dt$  は負（正）でなければならないので、

$$\frac{f_s'(\hat{s}_-)}{f_w'(\hat{w}(t))} \leq \frac{dw(t)}{dt} \leq \frac{f_s'(\hat{s}_+)}{f_w'(\hat{w}(t))}$$

が条件となる。

#### 付録2

本文中ではボトルネックからの流出時刻に着目して時間的均衡条件を表現し、これを解いて  $w(t)$  を導出しているが、次のように希望到着時刻  $t_w$  に着目して分析することもできる。まず、FIFW の結果に従って流出時刻を希望到着時刻の関数、 $t(t_w)$ 、とおき、時間的均衡条件を考慮して動的費用の全微分をとると、

$$\begin{aligned} \frac{dp(t_w)}{dt_w} &= \frac{\partial p(t(t_w), t_w)}{\partial t_w} + \frac{\partial p(t(t_w), t_w)}{\partial t} \cdot \frac{dt(t_w)}{dt_w} \\ &= f_s'(\hat{s}(t_w, t_w)) \quad (\because \frac{\partial p(t(t_w), t_w)}{\partial t} = 0) \end{aligned}$$

と書くことができる。これも1つの時間的均衡条件の表現であるが、式(4)と比較すると非常に類似した形である。すなわち、流出時刻に着目すれば、 $f_s'(s)$  は  $f_w'(w(t))$  の変化量を表し、希望到着時刻に着目すれば  $p(t_w)$  の変化量を表すわけである。 $p(t_w)$  の微分方程式も式(10)と同じように解いて、

$$p(t_w) = \int_{t_0}^{t_w} f_s'(\hat{s}(x)) dx$$

のように  $p(t_w)$  を表すことができる。

#### 付録3

Smith<sup>9)</sup>, Daganzo<sup>10)</sup> は、待ち時間関数  $f_w(w(t))$  が式(14)の線形関数の場合、Kawahara<sup>10)</sup> は式(17)の単調増加関数の場合について、証明を行っている。

図-A1のように希望到着時刻分布  $W(t)$  の傾きがシングルピークを持つように与えられたとすると、傾き  $\mu$  を持つ  $D(t)$  の  $W(t)$  への上側、下側の接線を描くことにより、待ち行列開始時刻  $t_0$  の可能範囲として、 $[t_l, t_r]$  が求められる。また、本節の証明に際して、次のような変数を待ち行列開始時刻  $t_0$  の関数として定義する：

- $D(t|t_0)$  = 待ち行列開始時刻が  $t_0$  である場合の流出時刻  $t$  における  $D(t)$
- $w(t|t_0)$  = 待ち行列開始時刻が  $t_0$  である場合の流出時刻  $t$  における  $w(t)$
- $s(t|t_0)$  = 待ち行列開始時刻が  $t_0$  である場合の流出時刻  $t$  における  $s(t)$
- $t_l(t_0)$  = 待ち行列開始時刻が  $t_0$  である場合の  $D(t|t_0)$

と  $W(t)$  の最終交差時刻  $t_1$   
 $t_2(t_0)$  = 待ち行列開始時刻が  $t_0$  である場合の  $D(t|t_0)$   
 と  $W(t)$  の中間交差時刻  $t_2$

式(4)より,

$$f_w\{w(t_1(t_0)|t_0)\} = \int_{t_0}^{t_1(t_0)} f_s'\{s(t|t_0)\} dt$$

であるが、この積分を次のように2つの区間に分割することができる。

$$f_w\{w(t_1(t_0)|t_0)\} = \int_{t_0}^{t_2(t_0)} f_s'\{s(t|t_0)\} dt + \int_{t_2(t_0)}^{t_1(t_0)} f_s'\{s(t|t_0)\} dt.$$

希望到着時刻分布  $W(t)$  はその傾きにシングルピークを持つ単調増加関数であるので、待ち行列開始時刻  $t_0$  を  $\Delta t_0$  だけシフトさせた場合には、次のような関係が成立する。

$$\begin{aligned} t_0 &< t_0 + \Delta t_0 \\ t_2(t_0) &> t_2(t_0 + \Delta t_0) \\ t_1(t_0) &< t_1(t_0 + \Delta t_0) \\ s(t|t_0) &> s(t|t_0 + \Delta t_0). \end{aligned}$$

また、 $f_s(s)$  が  $s$  について凸関数であるなら、 $f_s'\{s(t|t_0)\} \geq f_s'\{s(t|t_0 + \Delta t_0)\}$  なので、

$$\begin{aligned} &f_w\{w(t_1(t_0 + \Delta t_0)|t_0 + \Delta t_0)\} - f_w\{w(t_1(t_0)|t_0)\} \\ &= \int_{t_0 + \Delta t_0}^{t_2(t_0 + \Delta t_0)} f_s'\{s(t|t_0 + \Delta t_0)\} dt - \int_{t_0}^{t_2(t_0)} f_s'\{s(t|t_0)\} dt \\ &+ \int_{t_2(t_0 + \Delta t_0)}^{t_1(t_0 + \Delta t_0)} f_s'\{s(t|t_0 + \Delta t_0)\} dt - \int_{t_2(t_0)}^{t_1(t_0)} f_s'\{s(t|t_0)\} dt < 0. \end{aligned}$$

第1項の方が第2項よりも小さいので、最初の1, 2項の和は負であり、同様に第3, 4項の和も負である。したがって、 $f_w\{w(t_1(t_0)|t_0)\}$  は  $t_0$  に関して単調減少である。

一方、 $t_0$  が  $t_1$  あるいは  $t_E$  と等しい場合には次が成立する：

$$f_w\{w(t_1(t_1)|t_1)\} = \int_{t_1}^{t_1(t_1)} f_s'\{s(t|t_1)\} dt > 0$$

$$f_w\{w(t_1(t_E)|t_E)\} = \int_{t_E}^{t_1(t_E)} f_s'\{s(t|t_E)\} dt < 0$$

待ち行列が終了する時刻  $t_1$  において待ち時間は  $w(t_1)=0$  であるべきなので、 $f_w(0)=0$  を満たす待ち時間費用関数を仮定するならば、 $f_s\{w(t_1|t_0)\}=0$  となる  $t_0$  は唯一  $[t_1, t_E]$  の範囲に存在することがいえる。さらに、 $f_w\{w\}$  が  $w$  について単調増加であれば、明らかに  $w(t)$  も唯一存在する。

累積台数

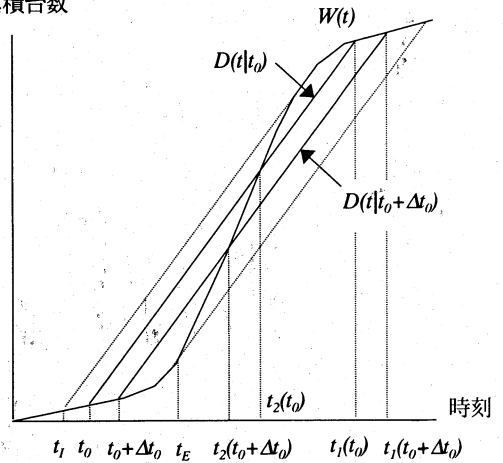


図-A1 待ち行列開始時刻のシフトによるスケジュール遅延の変化

#### 参考文献

- 1) Vickrey, W.S.: Congestion Theory and Transportation Investment, *American Economic Review* 59, 1969.
- 2) Henderson, J.V.: Road Congestion - A Reconsideration of Pricing Theory, *Journal of Urban Economics* 1, 1974.
- 3) Hurdle, V.F.: The Effect of Queueing on Traffic Assignment in a Simple Road Network, *Proceedings of the Sixth International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Sydney, 1974.
- 4) Hurdle, V.F.: Equilibrium Flows on Urban Freeways, *Transportation Science*, Vol.15, 1981.
- 5) Hendrickson, C., and Kocur, G.: Schedule Delay and Departure Time Decisions in a Deterministic Model, *Transportation Science*, Vol.15, No.1, 1981.
- 6) Hendrickson, C., Nagin, D., and Plank, E.: Characteristics of Travel Time and Dynamic User Equilibrium for Travel-to-Work, *Proceedings of the Eighth International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Toronto, Canada, 1981.
- 7) Hendrickson, C., and Plank, E.: The Flexibility of Departure Times for Work Trips, *Transportation Research*, Vol.18A, No.1, 1984.
- 8) Fargier, P.H.: Effects of the Choice of Departure Time on Road Traffic Congestion, *Proceedings of the Eighth International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Toronto, Canada, 1981.
- 9) Smith, M.J.: The Existence of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single

- Bottleneck, *International Symposium on Frontiers in Transportation Equilibrium and Supply Models*, Montreal, 1981.
- 10) Daganzo, C.F.: The Uniqueness of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck, *Transportation Science*, Vol.19, pp.29-37, 1985.
  - 11) Kuwahara, M., and Newell, G.F.: Queue Evolution on Freeways Leading to a Single Core City during the Morning Peak, *Proceedings of the 10th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, pp.21-40, Boston, 1987.
  - 12) Arnott, R., De Palma, A., and Lindsey, R.: Properties of Dynamic Traffic Equilibrium Involving Bottlenecks, Including a Paradox and Metering, *Transportation Science* Vol.27, No.2, pp.148-160, 1993.
  - 13) Newell, G.F.: The Morning Commute for Non-Identical Travelers, *Transportation Science*, Vol.21, No.2, pp.74-88, 1985.
  - 14) DePalma, A., Ben-Akiva, M., Lefevre, C., and Litinas, N.: Stochastic Equilibrium Model of Peak Period Traffic Congestion, *Transportation Science*, Vol.17, No.4, 1983.
  - 15) Ben Akiva, M., Cyna, M., and De Palma, A.: Dynamic Model of Peak Period Congestion, *Transportation Research* Vol.18B, No.4/5, pp.339-335, 1984.
  - 16) Ben Akiva, M., De Palma, A., and Kanaroglou, P.: Dynamic Model of Peak Period Traffic Congestion with Elastic Arrival Rates, *Transportation Science*, Vol.20, No.2, 1986.
  - 17) Mahmassani, H.S. and Chang, G.L.: Experiments with Departure Time Choice Dynamics of Urban Commuters, *Transportation Research*, Vol.20B, No.4, 1986.
  - 18) Kuwahara, M.: A Time-Dependent Network Analysis for Highway Commute Traffic in a Single Core City, Institute of Transportation Studies, University of California, Berkeley, Dissertation Series, UCB-ITS-DS-85-2, 1985.
  - 19) Kuwahara, M.: Equilibrium Queueing Patterns at a Two-Tandem Bottleneck during the Morning Peak, *Transportation Science* Vol.24, No.3, pp.217-229, 1990.

(1998. 2. 4 受付)

## REVIEW OF THEORY ON DEPARTURE TIME CHOICE FOR HIGHWAY TRAFFIC

Masao KUWAHARA

This paper summarizes theory on departure time choices for highway traffic in order to understand the basic theory for demand control measures to alleviate traffic congestion. First, the single bottleneck analyses since late 1960s are reviewed focusing on commute trips with clear time constraints to explain the temporal equilibrium condition and properties of existence and uniqueness of the solution. Then, the extension such as to the multi-bottleneck analysis, to incorporation of non-identical travelers, and to inclusion of the random utility theory are briefly introduced.