【土木計画学研究・講演集　No.22(1)　1999年10月】

シンプルネットワークを用いた動的システム最適配分とランプ流入制御に関する考察

A Study on Dynamic System Optimum Assignment and Ramp Flow Control Employing a Simple Network

熊谷　香太郎*、桑原　雅夫**、吉井　稔雄***

By Kotaro KUMAGAI*, Masao KUWAHARA**, Toshio YOSHII***

1. はじめに

道路整備の推進やボトルネック対策といったハード面の渋滞対策を大幅に進めることが困難な現在、渋滞対策の鍵となるのが交通需要管理である。一口に交通需要管理と言っても、ランプ流入制御、メータリング、リアルタイム交通情報提供システム、ロードプライシング、予約制など、様々な手法が実施、あるいは検討されているが、「現実の動的な交通需要に対して、道路ネットワーク全体を最も効率的に利用するためにはどのような制御を行うべきか」、という重要かつ本質的な問題に関して、これまで十分な検討がなされてきたとは言い難い。

本研究の目的は、動的な交通需要を持ち、高速道路だけでなく一般街路も考慮した道路ネットワークに対して、「ランプ流入制御によって総旅行時間を最小化することが可能なのか」、「可能であるとすれば、具体的にどのような戦略に基づいて制御を行えば良いのか」、という 2 点を明らかにすることである。ここで、実現性は別として、効率性という観点だけから見れば、ランプ流入制御のような間接的に需要を制御する手法よりも、直接的に制御する、即ち、車両 1 台毎に時々刻々経路を指示する動的システム最適（**DSO**：Dynamic System Optimum）配分の方が優れていることは明白である。そこで、まず、究極解である DSO 配分の基本的な性質や解についての検討を行い、次に、シンプルネットワークを用いて、ランプ流入制御の実現可能性と制御の基本的な戦略に関して、考察を行った。

キーワード：交通流、交通制御、システム最適

*　学生員、工修、東京大学生産技術研究所第 5 部
連絡先：〒153-8505　東京都目黒区駒場 4-6-1
TEL：03-5452-6001(内 58175)、FAX：03-5452-6420
E-mail：kotaro@nishi.iis.u-tokyo.ac.jp
**　正会員、Ph.D.、東京大学生産技術研究所第 5 部
***　正会員、工博、高知工科大学社会システム工学科

2. 考察条件

検討に用いたネットワークは、図 1 に示した 1OD、2 経路のシンプルネットワークである。ランプの距離は十分小さく、旅行時間は無視できるものとし、待ち行列は Point Queue として扱う。図中の記号の意味は以下に列挙するが、時刻 t は、需要が起点を出発してネットワークに流入する瞬間を基準とした。

$\lambda_1(t)$ = 一般街路の需要の流率【需要 1】

$\lambda_2(t)$ = 高速道路本線の需要の流率【需要 2】

$$\lambda(t) = \lambda_1(t) + \lambda_2(t) \quad \cdots (1)$$

$\lambda_f(t)$ = 需要 1 のうち高速道路を選択する流率

$\lambda_a(t)$ = 需要 1 のうち一般街路を選択する流率

$\lambda_r(t)$ = ランプ流入制御時にオンランプを通過した交通の流率

$\mu_f(t)$ = 高速道路から流出する流率

$\mu_a(t)$ = 一般街路から流出する流率

$$\mu(t) = \mu_f(t) + \mu_a(t) \quad \cdots (2)$$

μ_f^*, μ_a^* = 高速道路、一般街路の容量

$$\mu^* = \mu_f^* + \mu_a^* \quad \cdots (3)$$

T_f, T_a = 高速道路、一般街路の自由旅行時間

$$\Delta T = T_a - T_f \quad \cdots (4)$$

$\lambda_1(t)$ と $\lambda_2(t)$ は所与で出発時刻は変更せず、$\lambda_r(t)$

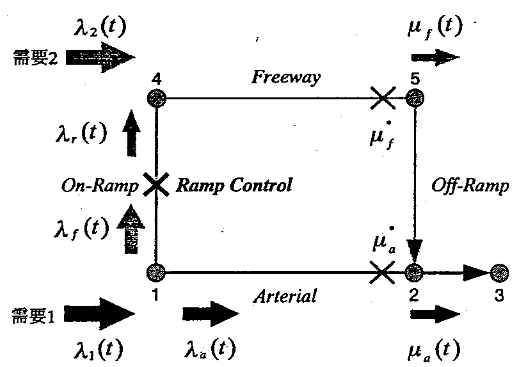

図 1　対象ネットワーク

を制御変数とする。累積交通量に関しては、流入は A 、流出は D で表し、下付き文字は上記の記号と同じ意味を持つものとする。以下に例を示す。

$A_f(t), A_a(t)$ ＝ 時刻 t までに高速道路、一般街路に流入した累積台数

$$A(t) = A_f(t) + A_a(t) \quad \cdots (5)$$

3. DSO 配分

(1)動的限界費用

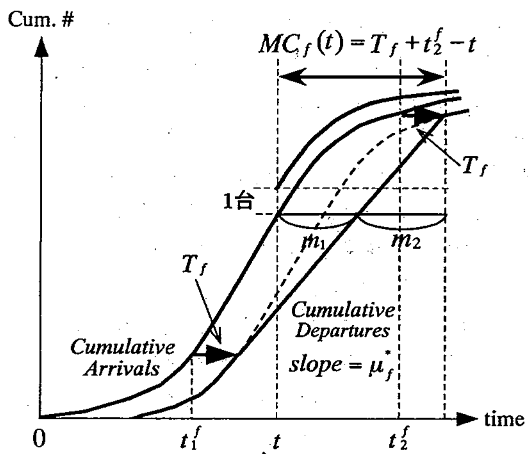

図 2　高速道路の累積図と動的限界費用

動的配分問題でも限界費用を定義することが可能で、DSO を達成するには、経路の限界費用が均衡するよう、需要を制御すれば良い。静的配分問題との違いは、ある時刻に需要を変化させた影響が、渋滞が解消するまで残ることである。例として、図 2 に高速道路の動的限界費用を示す。図中の t_1^f 、t_2^f 、$MC_f(t)$ は、それぞれ、待ち行列開始時刻、待ち行列終了時刻、限界費用である。渋滞中の時刻 t における流入率の変化はその後の時刻 t_2^f まで影響を及ぼし、$MC_f(t)$ は増加した車両の旅行時間 m_1 と、時刻 t 以降の流入車両が増加車両によって被る旅行時間の変化分 m_2 の和として表されるとともに、時刻 t に対して -1 の傾きを持つ関数となることがわかる。

(2)DSO 配分の例と基本戦略

$\Delta T > 0$ かつ $Max.\lambda(t) > \mu^*$ の場合における DSO 配分の結果と限界費用の変化を図 3 に示す。

初め、$0 \le t \le t_1$ では、$\lambda(t) \le \mu_f^*$ より、需要は全て自由旅行時間の短い高速道路を利用し、待ち行列は

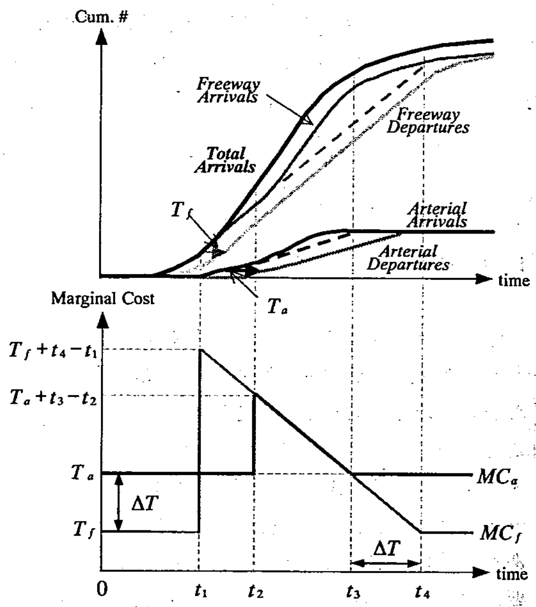

図 3　DSO 配分の結果と限界費用の変化

発生しない。限界費用は共に自由旅行時間に等しく、$\Delta T > 0$ から $MC_a > MC_f$ である。時刻 t_1 を過ぎ $\lambda(t) > \mu_f^*$ となると、1 台でも μ_f^* を超えた需要が高速道路を利用すれば、$MC_f(t)$ は不連続に増加する。従って、$t_1 \le t \le t_2$ では、高速道路はフローを容量一杯に保ち、残りを一般街路に割り振れば良い。時刻 t_2 を過ぎ、需要がさらに増えて $\lambda(t) > \mu^*$ となると、一般街路にも容量以上の需要が流れるようになり、$MC_a(t)$ は時刻 t_2 で不連続に増加する。図に示したように、$t_2 \le t \le t_3$ では $MC_f(t) = MC_a(t)$ が成立し、共に時刻に対して -1 の傾きで減少する。限界費用が両経路で等しいことから、高速道路も一般街路も、単に容量以上の需要が流れていれば良い。時刻 t_3 では、先に $MC_a(t)$ が自由旅行時間 T_a に等しくなるので、一般街路から待ち行列が解消し、高速道路の待ち行列は時刻 t_4 までの ΔT だけ持続する。

この他にも、$\lambda(t)$ と μ^* の大小関係に応じて異なるフローパターンが存在するが、DSO 配分の基本戦略として共通して言えることは、自由走行時間の短い経路から、その容量をちょうど一杯まで使い切り、残りを遅い経路に回すことである。

4. ランプ流入制御の実現可能性と基本戦略

(1) DUE 原則と FIFO 合流条件

ドライバーは、動的利用者均衡（DUE：Dynamic

User Equilibrium）原則に従って経路を選択すると仮定する。また、$\lambda_r(t)$と$\lambda_2(t)$は、図 1 の高速道路のボトルネックにおいて、**FIFO**（First In First Out）でサービスされるため、高速道路に待ち行列が存在している時、ボトルネックの容量は両者の流入比に応じて割り振られる。即ち、高速道路の遅れ時間をw_fとすると、$\lambda_r(t)$と$\lambda_2(t)$に割り振られる容量μ_{f1}、μ_{f2}は次式で示される。

$$\mu_{f1}(t+w_f)=\frac{\lambda_r(t)}{\lambda_2(t)+\lambda_r(t)}\mu_f^* \qquad \cdots (6a)$$

$$\mu_{f2}(t+w_f)=\frac{\lambda_2(t)}{\lambda_2(t)+\lambda_r(t)}\mu_f^* \qquad \cdots (6b)$$

(2) ランプ流入制御の効果がないケース

ランプ流入制御とは、ネットワーク中の特定のリンク容量を低下させることであるため、制御によって常に総旅行時間が減少するわけではない。そこで、制御の効果がないことが自明な場合から説明する。

(a) Case 1-1： $Max.\lambda(t)\le\mu_f^*$

流入率の和が常に高速道路の容量以下であるため、需要 1 は全て自由旅行時間の小さい高速道路を選択するが待ち行列は発生しない。この時、総旅行時間は最小で DSO と同じ状況になっているため、流入制御を行う必要はない。

(b) Case 1-2： $\Delta T=0$

$Max.\lambda(t)>\mu^*$であれば、遅れ時間が等しくなるよう、容量比に応じて双方の経路に待ち行列が発生し、かつ、$\Delta T=0$ならば、待ち行列開始時刻と終了時刻が等しくなる。$Max.\lambda(t)<\mu^*$であれば、一般街路に待ち行列は発生せず、旅行時間差がΔTになるよう高速道路の容量を使い切る。何れであっても、Case 1-1 と同様に DSO が達成されているので、流入制御を行う必要はない。

(c) Case 1-3： $\lambda_2(t)=0$

どのような流入制御をしようとも、DUE の原則から、需要 1 のドライバーは、高速道路と一般街路で旅行時間が常に均衡するように経路を選択する。今、需要 2 が存在しないため、$\lambda_r(t)$がμ_f^*よりも大きければ、総旅行時間は当然変化しない。反対に、$\lambda_r(t)$をμ_f^*以下になるように制御すると、総旅行時間は増加し、状況を悪化させるだけである。従って、この場合は流入制御を行っても効果はない。

(3) ランプ流入制御が有効なケースと制御の基本戦略

Case1-3 とは異なり、需要 2 が存在するならば、流入制御によって高速道路への流入需要を抑制することで需要 2 の旅行時間を短縮することができ、全体としては、この需要 2 の寄与分だけ、総旅行時間は減少する。

結論から言えば、総旅行時間減少の効果が最も大きいのは、高速道路の容量を使い切るように制御した場合である。$Max.\lambda_2(t)<\mu_f^*$ならば、ボトルネックの容量から需要 2 を差し引いた残りだけをオンランプから流入させれば良く、$Max.\lambda_2(t)>\mu_f^*$ならば、容量を超過している時間帯だけ、オンランプを完全に閉鎖すれば良い。このことを以下に説明する。

(a) 時間帯 1： $0\le t\le t_1$

需要 1 は全て自由走行時間の短い高速道路を利用し、この状態は高速道路に待ち行列が発生して遅れ時間がΔTになるまで持続する。流出率の和$\mu(t)$は$\mu_f(t)$に等しく、特に、高速道路に待ち行列が存在する時間帯$t_0\le t\le t_1$ではμ_f^*となる。需要 1 にとっては、待ち行列が発生しても自由流状態の一般街路よりは旅行時間が短いので、高速道路を選択する。流入制御が有効であるためには、この状況を保ちつつ、需要 2 の旅行時間を減少させれば良く、以下の 2 つの条件が成立しなければならない。

【条件 1】

オンランプがボトルネックにならないこと。

$$\lambda_r(t)\ge\mu_{f1}(t+w_f)=\frac{\lambda_r(t)}{\lambda_2(t)+\lambda_r(t)}\mu_f^*$$

$$\rightarrow\ \mu_f^*\le\lambda_r(t)+\lambda_2(t) \qquad \cdots (7)$$

【条件 2】

流入制御の結果、オンランプで待ち行列が発生し、かつ、一般街路を選択する車両がいないこと。

$$\lambda_r(t)\le\lambda_f(t)=\lambda_1(t) \qquad \cdots (8)$$

式(7)と(8)をまとめると、

$$\mu_f^*-\lambda_2(t)\le\lambda_r(t)\le\lambda_1(t)\,. \qquad \cdots (9)$$

となる。式(9)は「高速道路への流入率の和がμ_f^*以上になった時に制御を行えば良い」ということを意味している。

(b) 時間帯 2： $t_1\le t\le t_2$

高速道路と一般街路の旅行時間が常に等しくなるように、一般街路を利用する車両が存在する時間帯

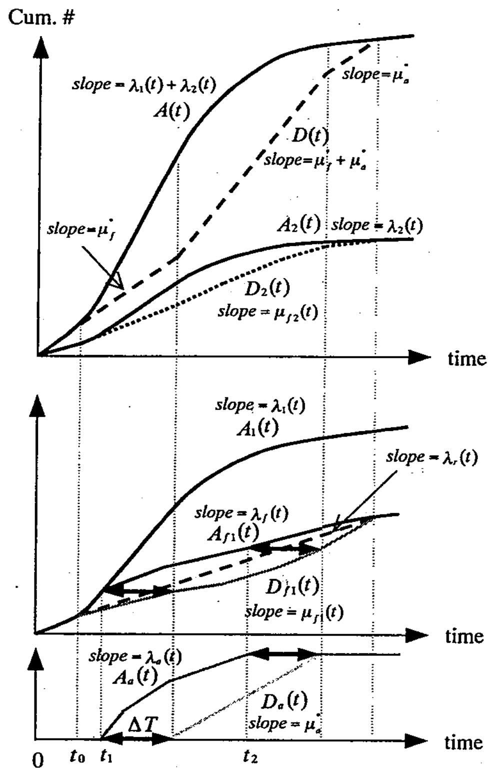

図4　ランプ流入制御を実施した時の累積図

である。ここでは以下の2種類の場合が存在する。

【一般街路に待ち行列が発生しない場合】

一般街路の旅行時間はT_aであるため、時刻tにオンランプに入った車両の遅れ時間はΔTに等しく維持される。

$$\lambda_f(t) = \mu_{f1}(t + \Delta T) \qquad \cdots (10)$$

式(10)、(7)、(8)を組み合わせると、$\lambda_r(t)$が満足すべき条件式が次のように求まる。

$$\mu_f^* = \lambda_2(t) + \lambda_r(t) \qquad \cdots (11)$$

式(11)は、「高速道路は自由流で容量μ_f^*を使い切るように$\lambda_r(t)$を制御すれば、オンランプに遅れ時間がΔTの待ち行列が発生し、総旅行時間は最小化される」ということを意味している。

【一般街路にも待ち行列が発生する場合】

高速道路にも一般街路にも待ち行列が発生するための条件は、以下の通りである。

$$\lambda_a(t) \geq \mu_a^* \qquad \cdots (12)$$

式(11)と同様、式(12)、(7)、(8)を組み合わせると、$\lambda_r(t)$が満足すべき条件式が以下のように求まる。

$$\mu_f^* - \lambda_2(t) \leq \lambda_r(t) \leq \lambda_1(t) - \mu_a^* \qquad \cdots (13)$$

$\lambda_r(t)$の値が式(13)で示した範囲にあるためには、$\lambda(t) \geq \mu^*$であれば良い。即ち、総需要のレートがネットワーク全体の容量以上であるという条件が成立する場合である。

(c) 時間帯3：$t_2 \geq t$

高速道路と一般街路の旅行時間差がΔT以下になり、高速道路を走行した方が早くなるので、再び、一般街路は利用されなくなる時間帯である。$\mu(t)$は高速道路の待ち行列が解消するまではμ_f^*を保つ。

以上から、$\mu(t)$は以下のようにまとめられる。

$$\mu(t) = \begin{cases} \mu_f^* & \text{時間帯1：} 0 \leq t \leq t_1 \\ \mu_f^* + \mu_a^* & \text{時間帯2：} t_1 \leq t \leq t_2 \\ \mu_f^* & \text{時間帯3：} t_2 \geq t \end{cases} \qquad \cdots (14)$$

式(14)から、総旅行時間を最小にするには、総流出率の大きい時間帯2を長くすれば良い。即ち、t_1を小さく、t_2を大きくすれば良い。図4からわかるように、t_1を小さくするには、時間帯1で、高速道路を走行する需要1の遅れ時間ができるだけ早くΔTになるように傾き$\mu_{f1}(t + w_f)$を小さくする必要がある。ここで、式(6a)から$d\mu_{f1}/d\lambda_r \geq 0$となるので、式(7)と(8)を満足する範囲の中での最小の値、

$$\lambda_r(t) = \mu_f^* - \lambda_2(t) \quad or \quad 0 \qquad \cdots (15)$$

（注）0（完全閉鎖）：$\mu_f^* - \lambda_2(t) < 0$

を取れば総旅行時間は最小になる。一方、傾き$\mu_{f1}(t + w_f)$を小さくすればt_2が大きくなることも図4から明らかである。よって、総旅行時間を最小化するための条件式は、式(15)で示されることになる。

これより、ランプ流入制御の基本戦略とは、「自由旅行時間の短い経路の容量を使い切り、余った残りを遅い経路が使う」ということであり、DSOの基本戦略と整合する結果が得られた。

4. 課題

本研究では、シンプルネットワークを用いて、DSO配分とランプ流入制御の基本戦略を明らかにした。今後の課題としては、ランプが複数存在する場合やPhysical Queueの場合への拡張が挙げられる。

参考文献

1) 桑原雅夫、ネットワーク交通流の動的な解析—待ち行列モデルの応用、土木計画学研究・講演集No.21(2)、pp.1-19、1998.
2) 熊谷香太郎、桑原雅夫、吉井稔雄、動的なシステム最適状態を達成する制御手法に関する研究、土木計画学研究・講演集21(1)、pp.427-430、1998.