動的ネットワーク解析
－これまでの知見とこれからの展望－

桑原雅夫[1]・赤松隆[2]

1 正会員　Ph.D.　東京大学教授　生産技術研究所　（〒106-8558 東京都港区六本木 7-22-1）
2 正会員　工博　東北大学助教授　情報科学研究科　（〒980-8579　仙台市青葉区荒巻字青葉 06）

本稿では，動的な交通流ネットワーク解析について，これまでの研究成果をまとめるとともに，これからの研究を展望する．まず，動的な解析で満たさなければならない制約条件，Physical Queue の延伸を記述する Kinematic Wave 理論について概説する．次に，DUO（動的利用者最適配分），DUE（動的利用者均衡配分），DSO（動的システム最適配分）という３種類の経路配分理論を紹介するとともに，出発時刻選択における動的均衡モデル，経路選択と出発時刻の同時選択モデルを解説する．さらに，交通管理に関する話題として交通容量と旅行時間のパラドックス，ランプ流入制御について最新の研究成果を報告する．最後に，これからのネットワーク解析における展望をまとめる．

Keywords *: dynamic assignment, departure time choice, capacity paradox, system optimal*

１．はじめに

時間的にダイナミックに変化する旅行時間や渋滞長を情報提供する，あるいは交通状態の時間的な変化を指標とした政策評価など，ネットワーク解析の動学化が求められている．動的な解析で考慮すべき重要な要素は，“渋滞” すなわちネットワーク上に車両が滞留する現象を，交通工学の知見に基づいて時間的にダイナミックに記述することである．この有力な手段が，決定論的な待ち行列理論であり，渋滞の延伸状況を記述する上で欠かせないのが Kinematic Wave 理論である．本稿では，これらの理論に基づいた動的なネットワーク解析について，これまでの研究成果を簡潔にまとめるとともに，これからの研究展望について整理を行う．

まず第 2 章で待ち行列理論に基づいた動的な解析で満たさなければならない制約条件，および Kinematic Wave 理論による渋滞延伸の取り扱いについて整理を行なう．第 3 章では，DUO（動的利用者最適配分），DUE（動的利用者均衡配分），DSO（動的システム最適配分）という３種類の経路配分理論について，配分原理の数学的記述，利用者均衡フローの特性について解説する．第４章では，経路選択とともに動的解析で重要である出発時刻選択について，これまでの理論的な研究成果を解説するとともに，経路・出発時刻の同時選択モデルについて解説する．第５章では関連する話題として，交通容量と旅行時間のパラドックス，ランプ流入制御について紹介し，最後に第 6 章では，これからのネットワーク解析における研究展望をまとめる．

２．動的解析における制約条件と旅行時間の評価

本章では，配分問題に入る前に，動的な交通流の性質についてまとめておく．まず，動的解析において必ず考慮しなければならない制約条件として，ノードにおけるフロー保存則，FIFO サービスをまとめる．さらに，物理的な長さを持つ渋滞列の伝搬の性質を記述する Kinematic Wave 理論と累積交通量図の関係について整理を行う．

(1)　制約条件

ネットワークはリンクとノードから構成され，ノード i から j に向かう有向リンクをリンク (i, j) と書く．動的交通量解析においては，必ず満たさなければならない制約条件がいくつか存在する．第１の制約条件は，ノード i における保存則で，同じ目的地 d を持つ交通に着目して次の様に書ける（なお，出発地別

の変数を用いても交通量保存則は記述できる．）

$$-\sum_k D_{ki}{}^d(t) + \sum_j A_{ij}{}^d(t) - Q_{id}(t) = 0\,,$$

$$i = 1, 2, \ldots, N, \quad i \neq d. \qquad (1)$$

ここに，

$A_{ij}{}^d(t)$ = 　時刻 t 迄にリンク(i, j)に流入した目的地 d を持つ累積台数，

$D_{ij}{}^d(t)$ = 　刻 t 迄にリンク(i, j)から流出した目的地 d を持つ累積台数，

$Q_{od}(t)$ = 　時刻t迄に起点ノードoを出発して終点ノード d に向かう累積台数（所与）．

第２の制約条件は FIFO サービスに関する条件である．リンクの FIFO とは，リンクから流出する順番は流入した順番に等しいということであり，時刻 t にリンク(i, j)に流入した車のリンク旅行時間 $T_{ij}(t)$を介在させて以下のように書ける．

$$A_{ij}{}^d(t) = D_{ij}{}^d(t + T_{ij}(t)). \qquad \forall\, d, \qquad (2)$$

式(2)の両辺を時刻tで微分することによってFIFO条件は次の様に表すこともできる．

$$\mu_{ij}{}^d(t + T_{ij}(t)) = \mu_{ij}(t + T_{ij}(t)) \cdot \frac{\lambda_{ij}{}^d(t)}{\lambda_{ij}(t)} \qquad \forall\, d. \qquad (3)$$

ただし，　$\lambda_{ij}{}^d(t)=d\,A_{ij}{}^d(t)/dt$,　$\mu_{ij}{}^d(t)=d\,D_{ij}{}^d(t)/dt$,

$\lambda_{ij}(t)=d\,A_{ij}(t)/dt$,　$\mu_{ij}(t)=d\,D_{ij}(t)/dt$.

以上の様に，FIFO サービスを通して，リンク旅行時間がリンク流入・流出率と関連づけられること(式(2))，目的地別リンク流出率が他の目的地を持つ交通にも依存した形になること(式(3))が留意点である．

(2) Physical Queue の取り扱い

Kinematic Wave によれば，特性曲線上では交通流率が変化しない．この性質を用いて，Newell [63]は Wave 速度と累積交通量との関係を導いている．特に，自由流側は v_{ij} , 渋滞流側は $-v'_{ij}$ という２種類の Wave 速度で表される交通流率ー密度関係の場合には，リンクの任意の位置 x における Physical Queue の累積図が**図-1** のように簡単に描ける．ただし位置 x は，リンク上流端から下流に向かう方向（車両の進行方向と同じ）を正に取り，l_{ij} はリンクの長さである．

図-1 にあるように，リンクへの流入交通量 $A_{ij}(t)$は Wave 速度 v_{ij} で前進するので，下流端の累積交通量は，$A_{ij}(t)$を水平方向にシフトした $A_{ij}(t- l_{ij}/v_{ij})$となる．ここで，もしも $A_{ij}(t- l_{ij} / v_{ij})$の傾きがリンク (i,j) の容量を上回れば，Backward Wave が発生し，上流に向かって伝播する．

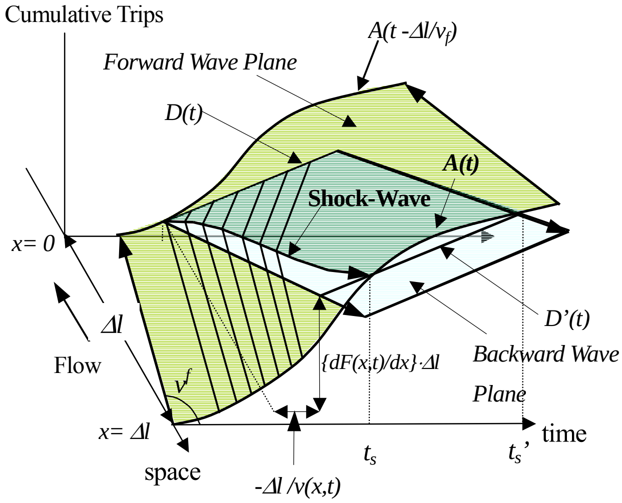

図-1　３次元平面における車両走行軌跡とウェーブ

Backward Wave のリンク上流端における累積は $D_{ij}(t)$を水平方向に l_{ij} / v'_{ij} だけ，鉛直方向に $k^{\max}{}_{ij} \cdot l_{ij}$ だけシフトさせた $D_{ij}(t- l_{ij} / v'_{ij})$ + $k^{\max}{}_{ij} \cdot l_{ij}$ となる．これと $A_{ij}(t)$ との交点が Shock を表し，$A_{ij}(t)$ と $D_{ij}(t- l_{ij} / v'_{ij})$ + $k^{\max}{}_{ij} \cdot l_{ij}$ のうちの小さい量が Physical Queue のリンク上流端における累積交通量となる．

このように，交通流率ー密度関係と時刻 t までの累積交通量 $A_{ij}(t)$と $D_{ij}(t)$から，リンク内の任意の地点における Physical Queue の累積図が書けることになる．なぜなら，時刻 t における shockwave の位置が決定できるからである．すなわち，Backward wave **は速度**$-v'_{ij}$で距離$-(\ell_{ij} - x_{ij}{}^*(t))$だけ移動し，Forward wave は速度 v_{ij} で距離 $x_{ij}{}^*(t)$を移動するので，時刻 t における Shockwave の位置 $x_{ij}{}^*(t)$は，次の条件を満足する位置として求められる．

$$A_{ij}\left(t - \frac{x^*_{ij}(t)}{w_{ij}}\right) = D_{ij}\left(t - \frac{\ell_{ij} - x^*_{ij}(t)}{w'_{ij}}\right) + k^{max}_{ij} \cdot (\ell_{ij} - x^*_{ij}(t)) \qquad (4)$$

このような Physical Queue の取り扱いを動的なネットワーク分析に応用している例としては，我が国で昭和 40 年代に提案されたブロック密度法 [1]がある．また，類似の方法として近年 Daganzo が提案した Cell Transmission モデル [2]がある．両者ともに，リンクをいくつかのブロック（Cell)に分割し，各ブロック間の流量の出入りとブロック内の密度の関係を交通量ー密度関係に従って記述するシミュレーションモデルである．Daganzo は，このようなモデルと Kinematic Wave 理論との関連づけを行ったという点で貢献している．また，桑原・赤松 [3]は，Many-to-Many の OD を持つネットワークにおける DUO 配分に，Kinematic Wave 理論を適用して渋滞の延伸状況を再現している．

３．動的な経路配分モデル

本章では，利用者の動的な経路配分原則を導入する．そして，動的なネットワーク交通流が物理的に満たすべき条件と動的経路配分原則を組合わせた “固定需要型” の動的配分モデルを示す．ただし，以下では，様々な応用モデルのベンチマークとなりうる基本的なモデルについてのみ簡単に述べる．

(1)　基本的な動的経路配分原則

静的な交通ネットワーク配分モデルでは，システム最適（**SO**: *System Optimal*）配分と利用者均衡（**UE**: *User Equilibrium*）配分が代表的な配分原則としてよく知られている． SO は完全に全てのフローを制御可能な中央制御センターの存在を想定した場合の規範的モデルであり，UE は全ての利用者の完全最適行動を想定した場合の記述的モデルである．

動的なネットワーク・フローについても，上の２つに対応した配分原則を考えることは自然である．実際，SO に対応した動的配分原則として動的システム最適（**DSO***: Dynamic System Optimal*）配分が従来から提案されている．また, UE に対応した動的配分原則として，動的利用者最適（**DUO***: Dynamic User Optimal*）配分と動的利用者均衡（**DUE***: Dynamic User Equilibrium*）配分の２種類が考えられている．以下では，これら３種の配分原則の定義を述べる．

1) **DSO** 配分とは，ある計画時間帯におけるネットワークシステム全体での総走行費用を最小化するような時々刻々のフロー・パターンを求める配分原則である．言うまでもなく，これはシステム全体の効率性のみを追求したときの究極点であり，利用者間の“公平性”は保証されない．

   なお，この配分原理を最初に定式化した Merchant and Nemhauser[4]の離散時間 DSO 配分モデルやそれを連続時間化した Friesz et al.[5]のモデルは，式(2)と(3)の代わりに，“exit function”と呼ばれる関数を用いてリンクフローの流入・流出条件を表現している．しかし，そのようなモデルでは，リンクでの FIFO 条件が満足されない（i.e. 極端な場合，リンクに入った瞬間にジャンプして流出するフローが現れうる）．従って，最近では，その種のモデリングは，交通流の解析モデルとしては，不適当とみなされている（DUO 配分を扱った Lam et al.[6] , Wie et al.[7]のモデルにも同様の問題点がある）．

2) **DUO** 配分とは，各リンク／ノードにいるフローを，“瞬間的な最短経路”へ時々刻々配分するものである．ここで，時刻 t における “瞬間的な最短経路” とは，時刻 t に実現しているリンクコスト・パターン，$\{c_{ij}(t)\ \ \forall(i,j)\in L\}$,をもとに計算される目的地までの所要時間が最小の経路である．

   ネットワーク上のリンクコスト・パターンは定常的ではないから，瞬間的な最短経路は時間の経過とともに変化する．その変化にともない，この配分原則では，過去の決定とは異なった新たな瞬間的最短経路へ “適応的”に配分する．つまり，この配分は，各瞬間の状況についてのみ完全な情報を持つ各利用者が，時々刻々，将来の変化の先読みはせず “近視眼的”に意志決定を行うと考えた場合のフロー・パターンとみなすことができる．ただし，当然のことながら，その逐次的な “最適”決定経路が事後的に見たときの“真の最小所要時間経路”になっている保証は全くない．

3) **DUE** 配分とは，全ての瞬間における全ての利用者が選択した経路が事後的に見ても各自の真の最短経路となるようなフロー・パターンを求める配分原則である．これは自分が終点へ到達するまでに将来経験する所要時間を完全に予測していることに相当する（そのため，DUE は “予測的利用者最適”とも呼ばれる）．この配分では，各瞬間において，同一起終点を持つ利用者間では，どの経路を走行する利用者も結果的には所要時間が同じになる．このような状態は，DSO のようにシステム全体での“効率性”が最適化されているわけではないが，個々の利用者にとっては，最も不満のない状態といえる．

(2)　動的な利用者均衡フローの特性

DUE 配分では，動的なネットワーク・フローの持つ一般的性質や制御法を考察する上で有用な多くの事実が，従来の研究により明らかにされている．本節では，（経路選択のみに関する）DUE 配分の持つ一般的特性，静的配分問題との数理的関係と計算法，容量制御問題との関係について簡単に紹介する．

a）動的均衡配分の分解特性

DUE 配分は，そのネットワーク・フロー・パターンを解析する上で役に立ついくつかの際立った特徴を持っている．その第一は，起点出発時刻あるいは終点到着時刻別に問題を分解できることである．より具体的には，DUE 状態のフロー・パターンは，１起点・多終点ネットワークでは起点出発時刻別（多起点・１終点ネットワークでは終点到着時刻別）に逐次求めて行くことができる．これは，DUE の定義とリンクの FIFO 原則からノード間の通過順序が常に保持され，その結果として成立する DUE 特有の性質である（詳細は文献8), 9), 10)参照）．

第２章で示されたように，動的な交通ネットワーク流を記述するための基本的な変数は，一般には，時刻 t

までにリンク(i,j)へ流入する車の累積台数$A_{ij}(t)$，累積流出台数$D_{ij}(t)$，存在台数$X_{ij}(t)$（あるいはそれらの微分変数）である．しかし，上述の分解原則を利用すると，DUE配分は，より簡潔に表現される．すなわち，起点出発時刻 s 毎に分解されたDUE配分は，2種類の変数 (y_{ij}^s, τ_i^s) のみを用いて表現できることが知られている[8), 9)]：τ_i^s は起点を時刻 s に出発した利用者のノード i への均衡最早到着時刻，y_{ij}^s は起点出発時刻 s に関する均衡リンク交通流率である（i.e. $y_{ij}^s \equiv dA_{ij}(\tau_i^s)/ds$，ここで $A_{ij}(t)$ はリンク (i, j) に時刻 t までに流入する車の累積台数）．なお，起点を時刻s までに出発し終点が dの車の累積台数 $Q_{od}(s)$（i.e. 起点出発時刻別OD需要）は分析対象の全ての s について与件とする．

これらの変数を用いると，起点出発時刻 s ごとに分解されたDUE配分の定式化は（point queueを仮定した場合），以下の表現に帰着する[8), 9)]：

1) リンク旅行時間関数：

$$\dot{c}_{ij}(s) \equiv \frac{dc_{ij}^s}{ds} = \begin{cases} \dfrac{y_{ij}^s}{\mu_{ij}} - \dfrac{d\tau_i^s}{ds} & if\ queue\ exists \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{5}$$

$$c_{ij}^s = \int_0^s \dot{c}_{ij}(\omega)d\omega + c_{ij}^0 \tag{6}$$

2) 最短経路条件：

$$\begin{cases} y_{ij}^s \cdot (c_{ij}^s + \tau_i^s - \tau_j^s) = 0 \\ \quad c_{ij}^s + \tau_i^s - \tau_j^s \ \geq 0,\ y_{ij}^s \geq 0 \end{cases} \quad \forall (i,j) \in L,\ \forall s \tag{7}$$

3) フロー制約：

$$\sum_i y_{ik}^s - \sum_j y_{kj}^s - \frac{dQ_{ok}(s)}{ds} = 0 \quad \forall k \in N,\ \forall s \tag{8}$$

ここで，c_{ij}^s は起点出発時刻sの利用者がリンク(i,j)通過に要する時間 i.e. $c_{ij}^s \equiv c_{ij}(\tau_i^s)$，$\mu_{ij}$はリンク (i,j) の最大流出率（リンク容量）である．

この定式化の数理構造は，静的な利用者均衡配分と類似している．しかし，以下の２点が静的配分と決定的に異なることに注意されたい：1)ここで用いられているフロー変数 $\mathbf{y}$ は，静的配分における交通量とは異なり，あくまでも起点出発時刻（あるいは終点到着時刻）に関する累積台数の変化率である，2) リンク旅行時間関数 c_{ij}^s がリンクでの待ち行列の進展条件を反映したものとなっている，すなわち，出発時刻 sに対応したリンク旅行時間の<u>変化率</u>が，フロー変数 y_{ij}^sのみならず τ_i^s にも依存している．

b）動的均衡配分の一般的表現と計算法

前節で示された定式化は，そのままでは，特性を調べたり，収束の保証されたアルゴリズムを開発することは困難である．また，リンク旅行時間関数がフロー変数以外の変数にも依存しているため，静的均衡配分におけるBeckman型最適化問題に相当する等価最適化問題を構成することもできない．しかし，この困難は，標準形の非線形相補性問題 (**NCP**: Non-linear Complementarity Problem)，変分不等式問題 (**VIP**: Variational Inequality Problem)の枠組み用いれば，解消できる．NCPやVIPとは，凸計画問題や非線形連立方程式を特殊ケースとして含む数学的枠組みである．この枠組みは，近年，数理的性質の解明，効率的アルゴリズム開発等の進展が著しく[11), 12)]，また，様々な経済均衡問題への応用が広がっている[12), 13)]．

赤松[8), 14)]は，前節で定式化されたDUE配分が，以下に示すような NCPあるいはVIPと等価である（詳細は文献2)を参照）ことを明らかにしている：

a) *NCP* (**F**): *Find* $\mathbf{x}^*$ *in* $K_1 = R_+^L \times R_+^N$ *such that*

$$\mathbf{x}^* \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}^*) = 0, \mathbf{x}^* \geq \mathbf{0}, \mathbf{F}(\mathbf{x}^*) \geq \mathbf{0} \tag{9}$$

b) *VIP*(K_1,**F**): *Find* $\mathbf{x}^*$ *in* K_1 *such that*

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}^*) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \geq \mathbf{0} \quad \forall \mathbf{x} \in K_1 \tag{10}$$

ここで，$\mathbf{y}, \mathbf{c}$ は，各々，y_{ij}^s, c_{ij}^sを要素に持つ L 次元列ベクトル，$\boldsymbol{\tau}, \mathbf{q}$ は τ_i^s, q_i^s を要素に持つ N 次元列ベクトル，**A** はノード・リンク接続行列，

$$\mathbf{x} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix},\ \mathbf{F}(\mathbf{x}) \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{c}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\tau}) \\ -\mathbf{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{A}^T \\ \mathbf{A} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}. \tag{11}$$

上記の NCP/VIP としての表現を利用すると，解の存在・一意性のような DUE 状態に関する一般的特性を知ることができる．その結果, point queue モデルを含むかなり広い範囲のリンク・モデルの下で，解の存在が保証されることが明らかにされている．解の一意性については，一般には保証できない．ただし，point queue モデルの場合，非一意性は，渋滞していないリンクのフローに関してのみであり，渋滞リンクでの均衡フローおよび最早到着時刻 $\boldsymbol{\tau}$ に関しては一意に決まる．

NCP/VIP としての上記の表現は，DUE 配分の効率的アルゴリズムを開発する際にも活用することができる．具体的なアルゴリズムとしては，様々なものが考えられるが，特に，NCP に対する最新の解法である大域収束的 Newton 法 [15)]を応用したアルゴリズムは有効である [14), 16), 17)]．これは，大域収束的Newton 法で解く補助問題が，DUE 配分の場合には,極めて効率的に解ける線形システムに帰着する（より具体的には，次節で述べ

る“飽和ネットワーク”でのDUE配分問題と同形式となる）ことを利用したものである．このアルゴリズムは，数千リンク以上の大規模ネットワークにおいても，極めて効率的に厳密解を求められることが，数値実験結果により実証されている[14),16)]．なお，従来，DUE配分問題をヒューリスティックで解く試みが多くなされている（例えば文献 18)）．しかし，そのような方法は問題点が多い（eg.正しい均衡解が求められない）ことが，Heydecker[19)]によって議論されている．

ただし，以上で述べたアルゴリズムは，いずれも，１起点・多終点あるいは多起点・１終点の OD 構造を前提としたものである．多起点・多終点の場合については，１起点・多終点問題のアルゴリズムと cyclic decomposition の考え方を組み合わせたアルゴリズムが有望である．しかし，現時点では，収束の保証，大規模ネットワークでの適用を可能とするための効率化等，検討すべき点が未だ残されており，今後の重要な研究課題である．

c）飽和ネットワークにおける均衡解

DUE配分は，その解析解や一般特性を極めて容易に知ることができる場合がある．その中でも重要と考えられるのは，次の２つの条件を満たした “飽和ネットワーク” を対象とした場合である：(*a*)全てのリンクのフローは正である，(*b*)全てのリンクで渋滞が発生している．条件(*b*)は，一見すると，非現実的にも思える仮定である．しかし，より一般的な場合も，非渋滞リンクを縮約するという簡単なネットワーク変換により，結局は，飽和ネットワークでのDUE配分と等価な問題に帰着することが知られている（詳細は文献20）を参照）．従って，条件(*b*)は，DUE配分の本質的な特性をより簡明に示すための仮定であって，特殊なケースでのみ成立する特性を扱うためのものではない点に注意されたい．

飽和ネットワークでは，全てのリンクが利用されているから，起点を時刻 s に出発する利用者の最短経路選択条件は以下のように表される．

$$\tau_j^s - \tau_i^s = c_{ij}^s \qquad \forall (i,j), \tag{12}$$

ここで，方程式 (12) は任意の出発時刻 s について成立するから， s について微分をとって得られる

$$\dot{\mathbf{c}}(s) + \mathbf{A}^T\ \dot{\boldsymbol{\tau}}(s) = 0 \qquad \forall s \tag{13}$$

も成立する．ここで $\dot{\mathbf{c}}(s)$ は要素 dc_{ij}^s/ds をもつ L次元列ベクトル，$\dot{\boldsymbol{\tau}}(s)$ は要素 $d\tau_i^s/ds$ をもつ N-1 次元ベクトル．

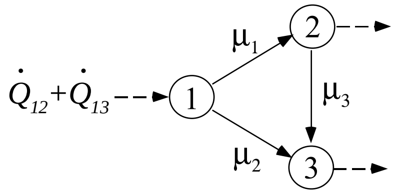

図-2　１起点・２終点ネットワーク

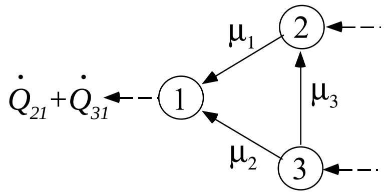

図-3　２起点・１終点ネットワーク

DUE 状態にある飽和ネットワークでは，リンクの旅行時間変化率は，

$$\dot{\mathbf{c}}(s) = \mathbf{M}^{-1}\ \mathbf{y}(s) - \mathbf{A}_+^T\ \dot{\boldsymbol{\tau}}(s) \qquad \forall s, \tag{14}$$

と表現される．ここで $\mathbf{M}$ はa番目対角要素にリンクaの容量 μ_a をもつ L×L 対角行列, $\mathbf{A}_+$ はノード・リンク接続行列 $\mathbf{A}$ の –1 要素を全て0 にして得られる行列， $\mathbf{y}(s)$ は要素 y_{ij}^s をもつ L 次元列ベクトルである．式 (14) を式 (13) に代入し整理すると

$$\mathbf{y}(s) = -\mathbf{M}\mathbf{A}_-^T\ \dot{\boldsymbol{\tau}}(s) \qquad \forall s \tag{15}$$

なる関係式が得られる．ここで，$\mathbf{A}_-$ は $\mathbf{A}$ の +1 要素を全て 0 にして得られる行列である．

３.(2)a)の定式化でも示されたように，出発時刻別に分解された DUE 配分では，各リンクでの FIFO 条件と各ノードでのフロー保存条件からなるフロー制約は，以下の方程式に帰着する：

$$-\mathbf{A}\ \mathbf{y}(s) = \dot{\mathbf{Q}}(s) \qquad \forall s \tag{16}$$

ここで $\dot{\mathbf{Q}}(s)$ は要素 $dQ_{od}(s)/ds$ をもつ N-1次元ベクトルである．これと式 (15)を組合せ，変数 $\mathbf{y}$ を消去すれば，DUE 配分の解 $\dot{\boldsymbol{\tau}}(s)$ は，以下の方程式に支配されていることがわかる：

$$\left(\mathbf{A}\mathbf{M}\mathbf{A}_-^T\right)\dot{\boldsymbol{\tau}}(s) = \dot{\mathbf{Q}}(s) \qquad \forall s. \tag{17}$$

方程式 (17) は，行列 $\mathbf{V} \equiv \mathbf{A}\mathbf{M}\mathbf{A}_-^T$ の階数が N-1 ならば, DUE 配分の解が一意的に決まることを意味している．一方，この$\mathbf{V}$の階数は，起点を参照ノードに設定すれば，常に N-1となる．従って，飽和ネットワークにおけるDUE 配分の解は，以下の式で与えられる：

$$\dot{\boldsymbol{\tau}}(s) = \mathbf{V}^{-1}\ \dot{\mathbf{Q}}(s). \tag{18}$$

なお，均衡リンクフローパターン $\mathbf{y}(s)$ は，式(18) を式(15)に代入すれば容易に得られる．

以上では，１起点･多終点ネットワークでの均衡解を導出した．全く同様に，多起点・１終点の場合についても，終点到着時刻 u 別の均衡解 $\dot{\boldsymbol{\tau}}(u)$ は，以下の方程式に支配されていることが判る：

$$\left(\mathbf{AMA}_{-}^{T}\right)\dot{\boldsymbol{\tau}}(u)=\dot{\mathbf{Q}}(u) \qquad \forall u. \tag{19}$$

ここで $\dot{\mathbf{Q}}(u)$ は要素 $dQ_{od}(u)/du$ をもつ N-1次元ベクトル，$Q_{od}(u)$ は終点に時刻 uまでに到着した累積交通量（i.e. 終点到着時刻別OD需要）である．

多起点・１終点の場合に注意すべきは，方程式(19)は，式(17) と全く同じ形式に見えるにも関わらず，一般的に，かなり異なった性質を持つ点である．

この事実をより具体的に見るために，**図-2，3** に示す１起点２終点および２起点１終点の各ネットワーク上でのフロー・パターンを比較してみよう．

まず，**図-2**のネットワークでは，式(18)より

$$\dot{\tau}_2(s)=\frac{\dot{Q}_{12}(s)}{\mu_1}+\frac{\mu_3}{\mu_1}\dot{\tau}_3(s),\ \dot{\tau}_3(s)=\frac{\dot{Q}_{13}(s)}{\mu_2+\mu_3},$$

となり（$\dot{\tau}_1$ は定義より常に１），これを式(15)に代入すれば，以下の均衡リンクフローが得られる：

$$y_1(s)=\dot{Q}_{12}(s)+y_3(s),$$

$$y_2(s)=\frac{\mu_2\,\dot{Q}_{13}(s)}{\mu_2+\mu_3},\quad y_3(s)=\frac{\mu_3\,\dot{Q}_{13}(s)}{\mu_2+\mu_3} \tag{20}$$

一方，**図-3**のネットワークでは，式(19)から，$\dot{\tau}_1$ および $\dot{\tau}_2$ は

$$\dot{\tau}_1(u)=\frac{\mu_1+\mu_2}{\mu_1+\mu_2}=1,\ \dot{\tau}_2(u)=\frac{\mu_1-\dot{Q}_{21}(u)}{\mu_3}$$

と決まるが，$\dot{\tau}_3$ を求めることはできない．なぜなら，行列 $\mathbf{V}\equiv\mathbf{AMA}_{-}^{T}$ のノード３に対応する列は常に０となり，式(19)には，$\dot{\tau}_3$ を決定する条件は含まれないからである．この問題を回避するためには，ODペア式(12) については，起点出発時刻別のOD交通量（終点ではなく，起点で測定したOD交通流率）$\hat{q}_{31}\equiv dQ_{31}(u)/d\tau_3(u)=\dot{Q}_{31}(u)/\dot{\tau}_3(u)$ を与件とすればよい．こうすれば，$\dot{\tau}_3$ は,

$$\dot{\tau}_3(u)=\frac{\dot{Q}_{31}(u)}{\hat{q}_{31}(u)}=\frac{\mu_1+\mu_2-\dot{Q}_{21}(u)}{\hat{q}_{31}(u)}$$

と決めることができ，均衡リンクフローは，以下のように与えられる：

$$y_1(u)=\mu_1,\quad y_2(u)=\mu_2,$$

$$y_3(u)=\mu_1-\dot{Q}_{21}(u) \tag{21}$$

静的な配分では（リンク間の相互干渉を考慮したコスト関数を用いない限り，どのようなモデルであっても），**図-2，3**のような（リンクの向きおよびOD需要を反転させると互いに一致する）ネットワークのフロー・パターンは，全く同一となる．また，OD交通量を起点ベースか終点ベースかで区別する必要もない．しかし，渋滞を考慮した動的配分では，式(20), (21)の比較から明らかなように，両ネットワークでのフロー・パターンは全く異なったものとなる．また，OD交通量は起点ベースで（“上流側”から）与えなければ，解が一意に決められない．言いかえると，渋滞を考慮した動的配分モデルでは，静的配分とは異なり，“フローの方向性” が極めて重要な役割を果たすことが理解できる．

４． 動的均衡モデルにおける出発時刻と経路選択の組み合わせ

本章では，まず出発時刻選択における動的均衡モデルを紹介し，次に経路選択と出発時刻選択の同時均衡モデルについて解説する．

(1) 出発時刻選択の動的均衡モデル

a）単一ボトルネックにおける分析

出発時刻選択における動的均衡モデルは，勤務開始時刻という明確な時間的な制約のある道路通勤交通を対象にして，単一ボトルネックのネットワークにおいて，研究されてきた [21), 22), 23), 24), 25), 26), 27), 28)]．混雑による渋滞待ち費用とスケジュール費用（勤務開始時刻と実際の到着時刻の差による費用）を考慮しながら，通勤者の出発時刻を決定するという問題である．

住居と勤務地を結ぶ１本の道路上に単一のボトルネックが存在しており，各利用者は，それぞれ異なった勤務地への希望到着時刻 t_w（勤務開始時刻）を持ち，固定のサービス容量μ（所与）で FIFO サービスを行うボトルネックを通って勤務地に通勤する．希望到着時刻 t_wをもつ１個人を考えた場合，旅行費用 $p\{t,\ t_w\}$は，以下のようにボトルネックでの待ち時間によるもの $f_w\{w(t)\}$ ，スケジュールディレイによるもの $f_s\{s(t,\ t_w)\}$ から構成されている．

$$p\{t, t_w\} = f_w\{w(t)\} + f_s\{s(t, t_w)\} \tag{22}$$

$w(t)$ = 時刻 t にボトルネックを流出した場合のボトルネックでの待ち時間

$s(t, t_w)$ = 希望到着時刻t_wを持つ利用者が時刻tにボトルネックを流出した場合のスケジュールディレイ $=t_w - t$

$f_w\{w\}$ = ボトルネックでの待ち時間 w を費用に変換する関数

$f_s\{s\}$ = スケジュールディレイ s を費用に変換する関数

利用者は各自の旅行費用 $p\{t, t_w\}$ を最小にするように，ボトルネックからの流出時刻 t を選択するものとする．すなわち数学的には，各利用者は自分の希望到着時刻 t_w を固定して，

$$\partial p\{t, t_w\}/\partial t = 0 \tag{23}$$

となる出発時刻 t を選択する．この意味で本問題は，利用者均衡原理に基づいた出発時刻選択問題である．

さて，このように定義された単一ボトルネック問題についてのこれまでの研究成果を簡単にまとめると，次のことが明らかにされている．(1)スケジュールディレイ（s）を費用に変換するスケジュール費用関数（ $f_s\{s\}$）が，s について凸であれば，希望到着時刻の早い順番にボトルネックを通過するという FIFW（First In First Work）原則が成立する．(2)スケジュール費用関数（ $f_s\{s\}$）が s について凸で，待ち時間費用関数 $f_w\{w\}$ が w について単調増加かつ $f_w\{0\}=0$ であるなら，累積曲線 $A(t)$, $D(t)$も，各利用者の出発時刻も唯一に決められる．ところが， $f_s\{s\}$が厳密に凸でなく例えば線形の場合には，$A(t)$と $D(t)$は唯一に求まるものの，各利用者の出発時刻は一つに定まらない．

b）分析の拡張

単一ボトルネック問題は，その後いくつかの拡張が行われてきた．まず，複数存在するボトルネックを持つネットワークに発展させようとする研究が行われている．Kuwahara et. al.[29), 30)]は，Many-to-One のＯＤパターンを持つネットワークに分析を拡張している．また，２つの連続するボトルネック（Tandem Bottleneck）における研究も， Kuwahara[31)]や Arnott et. al.[32)]らによって行われている．さらに，最近では，Akamatsu and Kuwahara[33)]，Bernstein et. al.[34)]，Ran Bin et. al.[35)]が，より一般的なネットワークにおける出発時刻と経路の同時選択問題の定式化を提案している．

以上の研究では，費用関数 $f_w\{w\}, f_s\{s\}$ は全ての利用者に共通の関数形であったが，Newell[36)]は単一ボトルネックにおいて，これらに個人差がある場合にも，時間的均衡条件を満たす解が求められることを示している．すなわち，$f_w\{w\}, f_s\{s\}$の関数形に個人差がある場合であっても，すべての利用者の時間的均衡条件を満たす待ち時間 $w(t)$が求められることを示した．これをロードプライシングに当てはめてみれば，$w(t)$をプライシングの課金額，$f_w\{w(t)\}$を課金の知覚コストと見直せば，利用者の料金価値に差がある場合であっても，ボトルネック待ち行列がなくせるような時間的にダイナミックな課金額 $w(t)$が存在しうることを示唆している．また井料，桑原[37)]は，Newell の理論を組替えて，式(22)に混雑料金の項を追加した分析を行っている．

De Palma et al.[38)]，Ben Akiva et al.[39), 40)]らは，決定論的な待ち行列モデルとランダム効用理論を組み合わせて，従来のモデルを確率的なものに拡張している．これらの分析は，単一ボトルネックあるいは1ODの平行路線に1つずつボトルネックが存在するネットワークを対象としており，希望到着時刻がすべての利用者について同じ場合であり，費用関数 $f_w\{w\}, f_s\{s\}$ は線形を仮定したものである．また，これらの研究では，簡単なシミュレーションが行われているのみで，均衡解の基本特性に関する理論的考察は行われていない．

(2) 出発時刻と経路選択の同時均衡配分

前節で述べられた出発時刻選択の動的均衡モデルは，第３章で述べた（経路選択の）DUE配分と整合的に統合することができる．以下では，その概要のみを簡単にまとめておく（詳細は文献 8)を参照）．なお，以下のモデルでは，利用者が選択可能な事項は，出発時刻と経路のみであり，各ＯＤペア (o,d) の対象時間帯での総ＯＤ交通量Q_{od} は与件とする．

勤務開始時刻が t_w で，起点 o を出発し終点(＝勤務地) に時刻 u に到着するような利用者の不効用が

$$U_{od}^{(i)}(u, t_w) = V_{od}(u, t_w) + \varepsilon^{(i)} \tag{24}$$

$$V_{od}(u, t_w) = f_w(u - \tau_o(u)) + f_s(t_w - u) \tag{25}$$

で与えられると仮定する．ここで，$\tau_o(u)$ は終点に時刻 u に到着する利用者が起点 o を出発する時刻，f_w と f_s は前節と同様に定義された関数である．また，$\varepsilon^{(i)}$ は利用者 i に固有の確定的効用項である．

各利用者は，式(24), (25)で定義された自分の不効用が最小となる到着時刻 u を確定的に選択するものと仮定しよう．いま，利用者集団全体にわたる $\varepsilon^{(i)}$ の分布が（通勤者数が十分に大きく，連続分布で近似できるものと仮定し） i.i.d. Gumbell 分布に従うと仮定する．さらに，各ＯＤペアでの勤務開始時刻の分布（確率密度）が $W_{od}(\cdot)$ として与えられていると仮定すれば，起点 o を出発し終点 d に時刻 u に到着する（集計的）ＯＤ交通需要（流率）は

$$q_{od}(u) = Q_{od}\int_{\underline{w}}^{\overline{w}} W_{od}(t_w)\, p_{od}(u, t_w)\, dt_w \tag{26}$$

$$p_{od}(u, t_w) = \frac{\exp[-\theta V_{od}(u, t_w)]}{\int_{\underline{u}}^{\overline{u}} \exp[-\theta V_{od}(v, t_w)]dv} \tag{27}$$

により与えられる．ここで，$\overline{w}$ と $\underline{w}$ は各々，勤務開始時刻の上限と下限，$\overline{u}$ と $\underline{u}$ は各々，終点到着時刻の上限と下限，θは利用者の異質性（$\varepsilon^{(i)}$ の分散）を反映したパラメータである．

式(26), (27)でＯＤ交通需要を決定する間接効用関数 V の値は，到着時刻 u，勤務開始時刻，および起点出発時刻 $\tau_o(u)$の関数である．この $\tau_o(u)$は，利用者が経路選択に関して完全に最適な行動を行うなら，経路選択に関する DUE 配分の結果として（経路にはよらず），到着時刻 u ごとに決まる．つまり，DUE 配分によって OD 間の所要時間 $\boldsymbol{\tau}$ が決まれば，出発時刻選択条件式(26)により，OD 交通流率 $\mathbf{q}$ が決る．一方，経路選択に関する DUE 配分は, OD 交通流率 $\mathbf{q}$ を入力としている．つまり，$(\mathbf{q}, \boldsymbol{\tau})$は，相互にフィードバック効果を与える構造となっている．

いま，“全ての利用者が，経路あるいは出発時刻を変更しても，自分の不効用を改善できない状態” を均衡状態と定義しよう．すると，均衡状態では，経路選択に関する DUE 条件と到着時刻/出発時刻選択に関する最適条件式(26), (27)が，同時に整合的に成立することがわかる．そのような均衡状態を求めるモデルが，経路・出発時刻の同時均衡配分である．

このモデルは，第３章で述べた経路選択のみの DUE 配分と同様, NCP/VIP として表現することができる [8]．そして，その結果を用いて，均衡解の基本特性が明らかにされている．また，経路選択のみの DUE 配分と同様, 大域収束的 Newton 法の枠組で極めて効率的なアルゴリズムが構築できることが示されている [41]．

５．交通管理問題への展開

(1) 動的ネットワーク流における“パラドクス”

第３章で述べた飽和ネットワークでの解析は，動的ネットワーク交通流の一般的特性を把握する上で有用であり，様々な応用が可能である．本節では，そのような応用の一例として，交通ネットワークにおける “容量パラドクス” (“Braess[42] / Smith[43] のパラドクス”）の解析を紹介する．ただし，以下では，紙面に制約があるため，解析の概要のみを述べる（詳細な証明，解説等については文献 20)参照）．

“容量パラドクス” とは，交通ネットワークの局所的改善（容量増強，道路の新設等）が，ネットワーク全体の利用効率性をかえって低下させる現象である．この現象の特性は, 従来，静的なネットワーク・フローを前提として解析されてきた. しかし, 静的枠組では, 現実の交通ネットワークの利用効率を考える上で最も影響の大きい渋滞現象を適切に考慮することができない．そのため，渋滞の生起している現実的なネットワークについては, “パラドクス” の基本的な特性－現実に頻繁に起こりうるのか，どのような状況で起こりやすいのか等－が未だ明らかにされていない．それに対し，前節の結果を用いると，渋滞状態を考慮した“パラドクス” の特性を明確に把握することが可能となるのである．

まず, 起点出発時刻 0～T の全利用者が費やした所要時間の総和 TC をネットワーク利用効率性の指標とする：

$$TC \equiv \int_0^T \mathbf{y}(s)^T \mathbf{c}(s)\, ds = \int_0^T \dot{\mathbf{Q}}(s)^T (\boldsymbol{\tau}(s) - s\mathbf{1})\, ds.$$

そして，リンク a の容量 μ_aを増加（減少）させても TC が減少（増加）しない現象を “容量パラドクス” と呼ぶことにしよう．つまり, “ 容量パラドクスが起こる ” ⇔ $\partial TC / \partial \mu_a \geq 0$ である．

$\partial TC / \partial \mu_a$ を明示的に求めてみよう．TC の定義から,

$$\frac{\partial TC}{\partial \mu_a} = -\int_0^T \dot{\mathbf{Q}}(s)^T \left(\int_0^s \frac{\partial \dot{\boldsymbol{\tau}}(t)}{\partial \mu_a} dt \right) ds. \tag{28}$$

である．従って，$\partial TC / \partial \mu_a$ を導くためには，リンク a の容量に対する $\dot{\boldsymbol{\tau}}(s)$ の感度を知る必要がある．これは，第３章の (18)から，以下のように得られる：

$$\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\mu})}{\partial \mu_a} = -\mathbf{V}^{-1}(\boldsymbol{\mu})\, \mathbf{A}\, \mathbf{I}_a \mathbf{A}_-^T\, \mathbf{V}^{-1}(\boldsymbol{\mu})\, \dot{\mathbf{Q}}(s) \tag{29}$$

ここで $\partial \dot{\boldsymbol{\tau}}(s) / \partial \mu_a$ は要素 $\partial \dot{\tau}_i(s) / \partial \mu_a$ をもつN-1次元ベクトル，$\mathbf{I}_a$ は a 番目対角要素が１でその他要素は全て０の L×L 行列．この感度公式(29)を式 (28) に代入すれば，容量パラドクス生起に関する以下の命題が得られる．

命題１ 飽和ネットワークのリンク (i, j)で容量パラドクスが生起するための必要十分条件は,

$$-\int_0^T \sum_k \dot{Q}_{ok}(s)\, (v_{kj}^{-1} - v_{ki}^{-1})\, (\, \tau_j(s) - \tau_j(0)\,)\, ds \geq 0$$

命題１の結果は，ネットワーク構造と関連付けると理解／応用しやすい．そのために，まず，線形システムとして表現された DUE 条件式 (18)をグラフ理論的方法 [44), 45), 46), 47), 48)]で表現しておこう．

補題 1 飽和ネットワークのノード i での均衡解 $\dot{\tau}_i(s)$ は，ノード i と終点間の経路上のリンク容量のみを用いて表現しうる：

$$\dot{\tau}_i(s) = \sum_{k \in N} \alpha_k \sum_{r \in P(i,k)} \prod_{(p,q) \in r} \alpha_{pq}\,, \tag{30}$$

ここで，$I(i)$はノード i に流入するリンクの集合, $P(i,k)$ はノード i から k への経路の集合,

$$\alpha_k \equiv \dot{Q}_{ok}(s) / \sum_{(\ell,k)\in I(k)} \mu_{\ell k}\ ,\ \alpha_{pq} \equiv \mu_{pq} / \sum_{(m,p)\in I(p)} \mu_{mp}\ .$$

この補題と前節の命題１を組み合わせれば，容量パラドクス生起の判定に関する以下の命題が得られる．

命題２ 飽和ネットワークのリンク (i, j)で容量パラドクスが生起するための必要十分条件は, $P(i, k)$ と $P(k, i)$ に含まれる経路上のリンク容量のみを用いた以下の条件式で与えられる：

$$\int_0^T (\dot{\lambda}_i(s) - \dot{\lambda}_j(s))\,(\tau_j(s) - \tau_j(0))\, ds \geq 0$$

ここで $\dot{\lambda}_i(s) \equiv \sum_{k\in N} \alpha_k \sum_{r\in P(k,i)} \prod_{(p,q)\in r} \hat{\alpha}_{pq}\ ,$

$$\hat{\alpha}_{pq} \equiv \mu_{pq} / \sum_{(m,q)\in I(q)} \mu_{mq}\ .$$

命題２を応用すると，OD 需要パターン **Q**，容量パターン**M**が不明の場合についても有用な知見が得られる．すなわち，**Q**, **M** の如何によらず，ネットワークの構造のみから，容量パラドクス生起の有無が判定できる場合がある：

命題３a 次の条件を満たす飽和ネットワークのリンク(i,j)では，容量パラドクスは決して起こらない：(*a*) 各終点d に対して, 終点d からノード i への経路が存在せず，(*b*) 少なくとも一つの終点d に対して, 終点d からノード j への経路が存在する．

命題３b 次の条件を満たす飽和ネットワークのリンク(i,j)では，容量パラドクスが必ず起こる：(*a*) 各終点d に対して，終点 d からノード j への経路は，ノードi を通る経路を除くと，存在せず，(*b*) 少なくとも一つの終点d に対して，終点d からノード i への経路が存在する．

図-4, 5 は，各々，命題 3a, 3b の各条件を満たしたネットワークの簡単な例である．このような構造（渋滞しているリンクのみをつなぎあわせてできるネットワークの構造）は，現実のネットワークでも散見され，この命題の条件を満たすより実際的なパターンも容易に構成できることに注意されたい．

また, このような解析は, 高速道路ランプ制御の有効性を検討する際にも有効であろう．例えば，“パラドクスが必ず起こるネットワーク” のリンク (*o*, *j*), (*j*,*2*)を高速道路，(*1*,*i*) を一般街路，(*i*, *j*)を高速オンランプとみなせば，これは，ランプ制御（リンク(i, j)の容量減少／閉鎖）が（高速道路のみならず）ネットワーク全体の効率性を高めることを意味している．つまり，この理論によって，ランプに対応するリンクで容量

パラドクスが起こるか否かを判定し，パラドクスが起こるような渋滞パターンでは，ランプ制御／閉鎖を実施するという様な制御方策が考えられるのである．

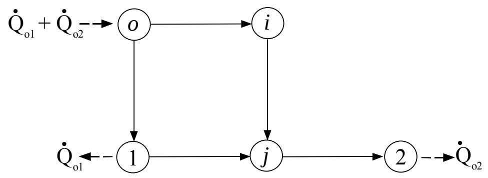

図-4 “パラドクス”が決して起こらないネットワーク

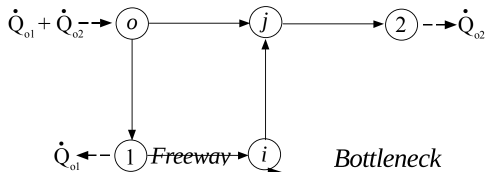

図-5 “パラドクス”が必ず起こるネットワーク

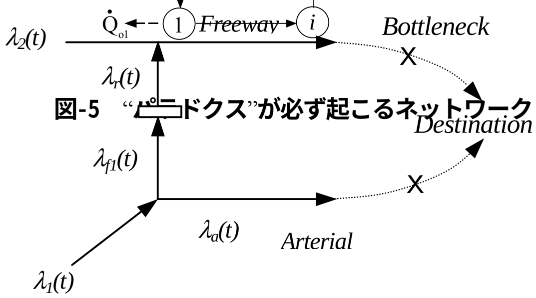

図-6 ランプ部の構造

(2) ランプ流入制御

前節では，飽和ネットワークにおける容量パラドックスについて解説したが，ランプ流入制御もリンク容量を制限することにより，システム全体として好ましい交通状況を作り出そうという方策であるので，容量パラドックスの１種である．本節では，飽和状態に限らず非飽和状態も含めて，ランプ流入制御の基本戦略について考察を加える．

ランプ流入制御を行えば，高速道路に流入する交通量を調整できるわけであるから，高速道路だけを考えれば総費用を低減できることは明白である．ところが，一般街路も考慮に入れた場合に，果たして総費用が減少させられるのかどうか明確な結論は得られていない．この点を明らかにするために本稿では，高速道路と一般街路の両方を対象としていかなる場合にランプ流入制御が効果的なのかについて簡単なネットワークを用いて考察を行う．

図-6 にあるように，需要１のレート$\lambda_1(t)$は，高速道路へ$\lambda_{f1}(t)$，一般街路に$\lambda_a(t)$ずつ流れるものとする（$\lambda_1(t) = \lambda_{f1}(t) + \lambda_a(t)$）．このうち高速道路を利用する$\lambda_{f1}(t)$は，ランプで流入制御を受けるために需要１が高速道路に流入できるレートは$\lambda_r(t)$に制限される．従って，もしも，$\lambda_r(t) < \lambda_{f1}(t)$ならば, ランプにおいて待ち行列が発生することになる．この$\lambda_r(t)$が，本分析の制御変数である．

高速道路のボトルネックに流入する需要１と２のレ

ートは$\lambda_r(t)$と$\lambda_2(t)$であり，FIFO サービスなので，容量μ_fが需要１, ２に割り振られる比率は$\lambda_r(t) : \lambda_2(t)$である．従って，ランプ流入制御で需要１を抑制する（$\lambda_r(t)$を小さく制限する）ということは，言い換えればこの容量μ_fを需要２により多く割り当てることである．

ランプ流入制御は，ランプ部で需要１に遅れを生じさせると考えるよりも，このように高速道路の容量の割り振りを調整する機能があると考えるべきである．制御変数$\lambda_r(t)$の設定によって需要１，２への容量配分が決められるので，需要１と２の累積曲線は独立に設定された容量に従って書くことができる．言い換えれば，ランプ流入制御を行わない DUE 状態では，高速道路を利用する需要１と需要２の旅行時間は等しいという関係が成立しなければならなかった．すなわち，容量μ_fが需要１，２に割り振られる比率は，常に $\lambda_{f1}(t) : \lambda_2(t)$ であるという制約があった．ところが，ランプ流入制御ではこの制約を断ち切り，制御変数$\lambda_r(t)$によって容量の需要１, ２への配分を調整できるわけである．これがランプ流入制御の役割である [49]．

このようなランプ制御の機能を発揮するためには，ランプ自体がボトルネックにならない条件,

$$\lambda_r(t) \geq \mu_{f1}(t + w_f(t)) = \mu_f \frac{\lambda_r(t)}{\lambda_2(t) + \lambda_r(t)}$$

$$\Leftrightarrow \quad \lambda_r(t) \geq \mu_f - \lambda_2(t)$$

および，制御量以上の需要がランプに到着する条件,

$$\lambda_r(t) \leq \lambda_{f1}(t)$$

を満たすことが必要であり，これらをまとめて，

$$\mu_f - \lambda_2(t) \leq \lambda_r(t) \leq \lambda_{f1}(t) \qquad (31)$$

と書ける．（ランプから高速道路本線への流入レートの最大値は，道路幾何構造等によって決められることが多いので，これも制約に追加する事が現実的であろう．）

紙面の関係で結論だけ述べるが，総旅行時間を最小化するためのランプ流入制御の基本戦略は，制約条件(31)を満足する範囲で, なるべく高速道路は容量一杯まで需要を割り振り，それ以上は一般街路を利用させることである [49]．すなわち，制御変数を$\lambda_r(t) = \mu_f - \lambda_2(t)$ とし，もしも$\mu_f - \lambda_2(t) < 0$ ならば，$\lambda_r(t) = 0$ とすることである．

この結論を最も理解しやすいのは，一般街路の交通容量が十分に大きいために，一般街路には待ち行列が発生しない場合である．このときには，ランプ流入制御をどのように行ったとしても，需要１の旅行時間は一般街路の自由旅行時間T_aより大きくはならない．すなわち，需要１からみれば，何らかのランプ流入制御を行ったとしても, 旅行時間はDUE状態と同じである．従って, 明らかに流入制御によって需要２を優遇して, その旅行時間を短縮することが総旅行時間の最小化につながる．

６．議論と今後の展望

(1) 動的な交通ネットワーク・フロー・システムを理解するための各種アプローチ

ここまでで見たように，動的なネットワーク・フローを記述し，その挙動特性を知る上で必要な条件（サブ・モデル）は，以下の３つである：

① 交通ネットワーク流が満たすべき物理的条件：
　a) ネットワーク流が物理的に満たすべき条件，　b) 待ち行列の時間進展条件，c) ネットワークのトポロジー・物理的条件等；

② 利用者の行動に関する条件：
　a) 経路選択行動，b) 出発時刻選択行動，c) その他の消費者行動全般，d)予測・経験による学習行動；に関する条件等；

③ 情報・料金・規制等の外部制御要因（と利用者行動の関係）に関する条件.

そして，これら①～③の条件の相互作用の結果，交通ネットワーク上で複雑な動的現象が生じている．我々が直面している “**第一の研究課題**”は，その現象（さらには，交通現象の影響を受ける経済システムの状態）の挙動特性を理解すること（“現象理解問題”）である．また，それを理解した上で，望ましい状態を実現するには，どのような方策を行えば良いかを考えること（“制御問題”）が，“**第二の研究課題**”である．

これらの課題に対して，本稿で述べてきた方法も含めて, いくつかのアプローチがとられてきた. 第一は, 現象の観測・実証による “経験的アプローチ”である．第二は，個々の利用者の詳細な行動モデルと詳細な交通ネットワーク条件を計算機モデルとして表現した行動・交通流シミュレーション・モデル（以下 “**BS モデル**”）によるアプローチである．第三は，本稿で中心に述べてきた数理的なネットワーク・モデル（以下 “**MN モデル**”）によるアプローチである.

いうまでもなく，各アプローチには，一長一短がある．まず，経験的アプローチは，最も基本的で重要である．しかし，このアプローチでは，様々な要因が相互作用した結果が観測されるのみであり，複雑なシステム現象のメカニズムを理解することは難しい（ただし，今後の ITS の普及によって，極めて多くの詳細な情報を観測することが可能となる．これは，①，②の部分システムのメカニズムを理解するための有力な材料となるだろう）．また，各種条件下での実験がほとん

ど不可能であるため，我々の第二の研究課題に対する解答を与えることは困難である．従って，このアプローチの主な役割は，a)重要な現象／問題の発見；b)システム要素モデル構築のための基礎情報提供；および，c) 他の２つのアプローチによる結論の妥当性を検証すること；と見るべきであろう．

次に，BS モデルの構築と利用は，交通網での動的現象の**個別・具体的な**解析のためには，自然かつ強力なアプローチである．条件①の物理的条件を正確に再現したり，条件②の利用者行動の詳細な条件をモデルに導入できることは，このアプローチならではの長所である. 実際, モデルの構築と計算を行うだけであれば，先に挙げた①～③の詳細な条件をすべて導入したモデルの実現も可能であろう．

さらに，このアプローチは，経験的アプローチに対する新たな手段と見ることもできる．すなわち，実現象の観測に代わる新たな "現象観測"や "実験と検証" の方法としての役割である．例えば , 今後の ITS 普及に応じて変化する交通システムからは，従来，予想もされなかった様な新たな問題が生じる可能性がある．その様な現象の発見，MN モデルで使用される仮定の検証等，様々な応用が期待される．

しかし, このように強力な BS モデルによるアプローチにもいくつかの "泣き所"が残されている．最も致命的といえるのは，精緻なシミュレーション・モデルを構築・実行するには，膨大なデータの収集と多数のパラメータの調整が必要なことである．また，それらの値には，膨大な組合せ数のバリエーションがあり，シミュレーション結果の出力も，膨大な量となるのが通常である．そのため，このアプローチで導かれた "結論"に 100%の保証／証明をつけることは，論理的に不可能である．さらに，個別のケースについては何らかの結果は出せるものの，**ユニバーサルな法則性**を見出すのは難しい．よって，ある程度汎用的/広域的な交通施策の基本方針や方向を考えるに足る情報や論理をシミュレーションの結果のみから得ることは，現状では難しい．

最後の MN モデルによるアプローチは，他のアプローチの限界を補うものである．すなわち，システム全体の状態を眺める上で基本的と考えられる状態（より複雑な場合への拡張のベースとなる "ベンチマーク"）や規範的状態のユニバーサルな特性を明確化することを主な目的としている．そのため，現在，理論的背景の確かなモデル体系が存在すると言えるのは，かなり限定的な条件下（i.e.利用者行動が完全予測と近視眼的予測の場合）のみである．

なお，システム挙動の理解を，このような理想的"ベンチマーク"状態の特性を探ることから始めるというアプローチは，他の多くの分野における複雑なシステムの解析にも共通する常套手段である．例えば，"複雑系"的な振る舞いをする可能性のある力学系の挙動特性を理論的に理解する場合を考えてみよう．この場合でも，まずは，平衡点の基本特性を知らなければ，系の挙動特性一般を明らかにするより高度な解析に進む（さらには理論を確立する）ことは困難である．この例と同様，MN モデルは，システム全体を眺めるという観点からは，"最も理解しやすい"場合（i.e. 理想的な動的均衡状態やシステム最適状態）を記述したものとなっている．

また，このアプローチが他のアプローチと異なる点は，第二の研究課題（"制御問題"）への展開の可能性を視野に入れていることである．その具体例は，第５章で述べたとおりである．

(2) モデルの要件と理論構築の重要性

交通管理／計画において必要とされる情報は，（空間・時間・対象集団等について各種セグメンテーションは行うにしても）基本的には "集計量" である．膨大な数に上る個々人に関する全情報を収集・予測することは不可能であるし，また，交通管理計画の実行に際して，全ての個別情報を考慮・有効利用できるわけではない．従って，我々の第一の研究課題では，交通ネットワーク・システム全体の挙動特性を理解することに重点をおくのが合目的である．

その理解のためには，モデル構築の次の研究ステップとして，ネットワーク・システムの挙動特性を 適確に説明する理論を構築しなければならない．これは，その理論／モデルが個々の部分システム／要素の状態を正確に再現できることとは必ずしも直結しない．例えば，個々の利用者の意思決定行動を単独に観察したときには極めて重要に見える要因であっても，集計化されたシステム状態の挙動にはあまり影響を与えないことがある．また，ある要因が与える影響の仕方は，個々人やシステムの一部分への現れとシステム全体への現れとで全く異なってしまうものもある．例えば，混雑等の外部不経済のあるシステムでは，第５章で述べたように（素朴な直感とは相容れない） "パラドクス"現象が生じうる．

ネットワーク・システムの挙動特性を "適確に説明する" とは，言いかえれば，現象が持つ膨大な情報から，"必要最小限のシステム固有の情報を抽出"することである．従って，BS モデル，MN モデルのいずれのアプローチをとるにせよ，理論を確立するための "良い"モデルとは，現象を細部まで全て忠実に写し取ったものではなく，システムの本質的なメカニズムやその挙動の重要な特性を理解するための道具となるモデル

である．そして，モデルから得られた情報を圧縮し，理論化を行うステップへ進むことが重要である．さらに, その理論を踏まえて, 第二の研究課題 (“制御問題”) へ進む必要がある．一方で，それらの理論の現実的妥当性を経験的アプローチや BS モデルによって検証し，また新たな問題・現象の発見を行い，それを新たに理論化し... といったフィードバック・プロセスを構成することが望まれる.

(3)　動的交通配分研究の今後の重要課題

a）現象のメカニズムと予測不可能状況の明確化

動的交通配分の理論的研究によって明らかとなってきた重要な事実の一つは，条件①の queue spill back 現象と単純な経路選択行動 (条件② a)) の結合のみでも，予測が困難な場合が生じてしまうということである [50]. この事実を踏まえれば, 今後の重要課題の一つとして, どのような交通ネットワーク・システム（現象）に対してなら，現象を予測できるのか／できないのかを明確化し，状況の系統的分類を行うことがあげられる.

この課題に関連して，システム構成要素／要因のなかの何がシステム挙動の予測／制御を難しくしているのかを明確化することも重要である．例えば, 第５章で示されたように, queue spill back の無い状態での動的均衡配分では, 待ち行列の生じているリンク集合が判れば，フロー予測の問題は線形系となる．これは，システム特性を明快に知ることのできるシステムであり，効果的な制御方策考察への展開が可能となる.

b）システムの制御可能性と制御方策

“制御問題”に関しては，まず，どのようなシステムなら制御できるのか／できないのかという根本的な問題を考える必要がある.

さらに，制御が理論的には可能と考えられる場合，最適な（あるいは現実問題を改善できる）制御方策の理論的基礎を構築する必要がある．具体的には，容量制御，混雑料金，勤務開始時刻分散，経路誘導，割当制，利用予約制，信号制御等の様々な制御方策，さらには，それらのパッケージに対する基礎理論が必要である．紙面の制約もあるため，以下では，容量制御と混雑料金についてのみ簡単に触れておく.

容量制御問題については，第５章で，その一例を示した．これは，ランプ流入制御だけではなく，信号制御や道路建設投資等の最適化にもつながる基礎的課題である．この理論の一般化，より現実的な状況への対応等は今後の重要課題である.

混雑料金問題については，経済学の分野で，古くから多くの理論的蓄積がある．しかし，それらの多くは静的な枠組に基づいた議論である．また，ネットワークの部分的リンクでしか料金徴収ができないという類の現実的状況に関しては，理論が確立しているとは言い難い．動学的な混雑料金問題では，経路および出発時刻の 2 種類の選択行動に関わる問題となる. 後者は, OD 需要の時間平滑化につながり, 勤務開始時刻の分散問題とも関連する．第３，４章で述べた動的な同時均衡配分をベースにすれば，これらの問題を論理整合的に扱うことができるだろう.

c）システムの評価問題

“制御”と密接な関係にある重要な課題として，どのようにシステム状態の望ましさを測るか，すなわち，“システム評価”の問題がある（これは，BS/MN の各アプローチに共通する課題である)．これは広く深い問題であり，その全貌を議論することは，本稿の域を越えている．ここでは，技術的問題ではあるが重要と思われる研究課題として，ITS 投資に対する論理整合的な便益評価法の問題にのみ触れておこう．ITS の様に社会的影響が広範にわたる投資の便益帰着分析を考える場合，長期的には，交通市場のみならず他の経済システムに与える影響を考慮する必要がある．現状では，そのような評価では，静的枠組に基づいた経済均衡モデルを用いるのが通常である．しかし，ITS の影響を対象としながら，一方で渋滞，不確実性等の動学的現象を無視することは，評価結果に著しいバイアスを生じさせる可能性がある．従って，静的な経済均衡モデルと動的ネットワーク・モデルを組合せる必要が生じよう．このような場合，標準的な経済学的評価理論を利用するなら，動的ネットワーク・モデルは，単なる交通現象記述にとどまらず，上位の経済均衡モデルとの論理的互換性を備える必要がある．一方，従来の経済学的評価理論の不備を主張するなら，従来の経済理論を拡張した枠組の構築が必要となる. いずれにしろ, これらを整合的に取り扱う方法の確立は，今後の研究が望まれる課題である.

d）各種アプローチによる知見の体系化

MN モデルによるアプローチでは，動的な交通ネットワーク・フロー・システムの挙動に関して，ある程度の理論化がなされてきた．また，制御問題への理論展開も進行中である．しかし，そのモデル自体は，実際の現象を非常に単純化したレベルにとどまっている. 特に，ITS 関連の課題を考えた場合，経路選択行動に関して，不確実性，情報提供効果，利用者の異質性の導入等，モデルの一般化が望まれる．しかし，それに対応した（一般構造ネットワークを対象とした）理論の構築は，現状では難しいといわざるを得ない.

一方，BS モデルによるアプローチでは，かなり現実的な要因を導入した大規模なモデルが構築され，実行可能となっている．しかし，そのシステム挙動の理論化は，ほとんど進んでいない．また，多種多様なモデ

ルが乱立していることもあって，各モデルから得られる知見の系統的蓄積も困難な状況にある．

上記のような状況を改善するためには，長期的には，BS モデルにおける "情報圧縮問題"を改善する方法の開発，各アプローチの相互利用，研究段階／アプローチ間のフィードバック・プロセスの構成等が重要な課題となろう．

参考文献

1) 交通工学研究会；交通管制における交通状況予測手法に関する研究，交通工学研究会報告書， 1971.

2) Daganzo, C.F.: The cell transmission model, Part II: Network traffic, *Transportation Research*, Volume 29B, No.2, 79-94, 1995.

3) 桑原雅夫，赤松隆：多起点多終点ＯＤにおける渋滞延伸を考慮したリアクティ動的利用者最適交通量配分，土木学会論文集, No. 555/ IV-34, pp.91-102, 1997.

4) Merchant, D.K. and Nemhouser, G.L.: A Model and an Algorithm for the Dynamic Traffic Assignment Problems, *Transportation Science* 12, pp.183-199, 1978.

5) Friesz, T.L., Luque, J., Tobin, R. and Wie, B.: Dynamic Network Traffic Assignment Considered as a Continuous Time Optimal Control Problem, *Operations Research* 37, 893-901, 1989.

6) Lam, W.H.K. and Huang, H.-S.: Dynamic User Optimal Traffic Assignment Model for Many to One Travel Demand, *Transportation Research* 29B, pp.243-259, 1995.

7) Wie, B.W., Friesz, T.L. and Tobin, R.L.: Dynamic User Optimal Traffic Assignment on Congested Multi-destination Networks, *Transportation Research* 24B, pp.431-442, 1990.

8) 赤松隆： 交通流の予測・誘導・制御と動的なネットワーク配分理論，土木計画学研究・論文集 No.13, pp.23-48, 1996.

9) 赤松隆，桑原雅夫：渋滞ネットワークにおける動的利用者均衡配分，土木学会論文集, No.488, pp.21-30, 1994.

10) Kuwahara, M. and Akamatsu, T. : Dynamic Equilibrium Assignment with Queues for a One-to-Many OD Pattern, the proceedings of 12th *International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, pp.185-204, Elsevior, Berkeley, 1993.

11) Fukushima, M.: Equivalent Differentiable Optimiza-tion Problems and Descent Methods for Asymmetric Variational Inequality Problems, *Mathematical Programming* 53, pp.99-110, 1992.

12) Harker, P.T. and Pang, J.-S.: Finite-dimentional Variational Inequality and Nonlinear Complement-arity Problems: A Survey of Theory, Algorithms and Applications, *Mathematical Programming* 48, pp.161-220, 1990.

13) 赤松隆, 半田正樹, 長江剛志:変分不等式アプローチによる多地域一般均衡モデル, 土木計画学研究・論文集 15, pp.175-185,1998.

14) Akamatsu, T.: An Efficient Algorithm for Dynamic Traffic Equilibrium Assignment with Queues, submitted to *Transportation Science*, 2000.

15) Facchinei, F. and Soares, J.: Testing a New Class of Algorithms for Nonlinear Complementarity Problems, in *Variational Inequalities and Network Equilibrium Problems* (Eds. F.Giannessi and A.Maugeri), Plunum Press, 1995.

16) 赤松隆，大石直史，高松望：動的利用者均衡配分の数値解法の比較実験，土木計画学研究・講演集 No.20, pp.287-290, 1997.

17) 赤松隆，高松望：動的な利用者均衡配分の効率的解法，土木計画学研究・講演集 No.19, pp.549-552, 1996.

18) Wie, B.W., Tobin, R.L., Bernstein, D. and Friesz, T.L.: A Discrete Time, Nested Cost Operator Approach to the Dynamic Network User-Equilibrium Problem, *Transportation Science*, Vol.29, pp.79-92, 1995.

19) Heydecker, B. G. and Verlander, N.: Calculation of Dynamic Traffic Equilibrium Assignment, preprint for *the European Transport Conference*, 1999.

20) Akamatsu, T. and Heydecker, B. G.: Some Methods for Detecting a Capacity Paradox in Dynamic Traffic Assignment, submitted to *Transportation Science*, 2000.

21) Daganzo, C.F.: The Uniqueness of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck, *Transportation Science*, Vol.19, pp.29-37, 1985.

22) Fargier, P.H.: Effects of the Choice of Departure Time on Road Traffic Congestion, Proceedings of the Eighth *International Symposium on Transportation and traffic Theory*, Toronto, Canada, 1981.

23) Hendrickson, C. and Kocur, G.: Schedule Delay and Departure Time Decisions in a Deterministic Model, *Transportation Science*, Vol.15, 1981.

24) Hendrickson, C., Nagin, D. and Plank, E.: Characteristics of Travel Time and Dynamic User Equilibrium for Travel-to-Work, Proceedings of the Eighth *International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Toronto, Canada, 1981.

25) Hendrickson, C. and Plank, E.: The Flexibility of Departure Times for Work Trips, *Transportation Research*, Vol.18A, 1984.

26) Hurdle, V.F.: The Effect of Queuing on Traffic Assignment in a Simple Road Network, Proceedings of the Sixth *International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Sydney, 1974.

27) Hurdle, V.F.: Equilibrium Flows on Urban Freeways, *Transportation Science*, Vol.15, 1981.

28) Smith, M.J.: The Existence of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck, *International Symposium on Frontiers in Transportation Equilibrium and Supply Models*, Montreal, 1981.

29) Kuwahara, M.: A Time-Dependent Network Analysis for Highway Commute Traffic in a Single Core City, Institute of Transportation Studies, *University of California, Berkeley, Dissertation Series*, UCB-ITS-DS-85-2, 1985.

30) Kuwahara, M. and Newell, G.F.: Queue Evolution on Freeways Leading to a Single Core City during the Morning Peak, Proceedings of the 10th *International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, pp.21-40, Boston, 1987.

31) Kuwahara, M.: Equilibrium Queueing Patterns at a Two-Tandem Bottleneck during the Morning Peak, *Transportation Science* Vol.24, pp.217-229, 1990.

32) Arnott, R., De Palma, A. and Lindsey, R.: Properties of Dynamic Traffic Equilibrium Involving Bottlenecks, Including a Paradox and Metering, *Transportation Science* 27, 148-160, 1993.

33) Akamatsu, T. and Kuwahara, M.: Dynamic Network Equilibrium Model of Simultaneous Route/ Departure Time Choice for a Many-to-One OD Pattern, submitted to *Transportation Research B*, 2000.

34) Bernstein, D., Friesz, T.L., Tobin ,R.L. and Wie, B.W.: A Variational Control Formulation of the Simultaneous Route and Departure Choice Equilibrium Assignment, Proceedings of the 12th *International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, pp.107-126, 1993.

35) Ran, B., Hall, R.W. and Boyce, D.E.: A Link-based Variational Inequality Model for Dynamic Departure Time / Route Choice, *Transportation Research* 30B, pp.31-46, 1996.

36) Newell, G.F.: The Morning Commute for Non-Identical Travelers, *Transportation Science*, Vol.21, pp.74-88, 1985.

37) 井料隆雅，桑原雅夫：道路交通における動的な混雑料金

の理論的考察－個人差を考慮した出発時刻選択問題－，生産研究，Vol.51，No.7，pp.28-31，1999.7.
38) De Palma, A., Ben-Akiva, M., Lefevre, C. and Litinas, N.: Stochastic Equilibrium Model of Peak Period Traffic Congestion, *Transportation Science*, Vol.17, No.4, 198338)
39) Ben Akiva, M., Cyna, M. and De Palma, A.: Dynamic Model of Peak Period Congestion, *Transportation Research* Vol.18B, No.4/5, pp.339-335, 1984.
40) Ben Akiva, M., De Palma, A. and Kanaroglou, P.: Dynamic Model of Peak Period Traffic Congestion with Elastic Arrival Rates, *Transportation Science*, Vol.20, No.2, 1986.
41) 赤松隆，早崎俊和，大石直史：弾性需要型動的ネットワーク均衡配分の大域収束的解法，土木計画学研究・講演集 No.22, 1999.
42) Braess, D.: Uber ein Paradoxen der Verkehrs-planing, *Unternehmensforschung* 12, 258-268 (1968).
43) Smith, M.J. : In a Road Network, Increasing Delay Locally Can Reduce Delay Globally, *Transportation Research* 12, 419-422 (1978).
44) Bott, R. and Mayberry, J.P.: Matrices and Trees in O. Morgenstern (ed.), *Economic Activity Analysis*, 391-400, John Wiley, 1954.
45) Chen, W.K.: Topological Analysis for Active Networks, *IEEE Trans. Circuit Theory*, CT-12, 85-91 (1965).
46) Dodd, G.G.: On Unistar Graphs, *IEEE Trans. Circuit Theory*, CT-14, 154-159, 1967.
47) Talbot, A.: Topological Analysis for Active Networks, *IEEE Trans. Circuit Theory*, CT-13, 111-112 (1966).
48) Tutte, W.T. : “The Dissection of Equilateral Triangles into Equilateral Triangles”, *Proc. Cambridge Philos. Soc*. 44, 463-482 (1948).
49) 桑原雅夫，吉井稔雄，熊谷香太郎：動的システム最適配分とランプ流入制御に関する研究－簡略ネットワークにおける基礎的分析－，土木学会論文集（投稿中）
50) Daganzo, C.F.: Queue Spillovers in Transportation Networks with a Route Choice, *Transportation Science* 32, 3-11, 1998.

(1999.11.18 受付)

DYNAMIC NETWORK ANALYSES
– PRESENT KNOWLEDGE AND FUTURE EXPLORATION –

Masao KUWAHARA and Takashi AKAMATSU

This paper summarizes previous studies on the dynamic network analysis and discusses future research needs. First, the required constraints for the dynamic network analysis are introduced and the kinematic wave theory which illustrates queue evolution is explained. Second, three dynamic assignments of DUO (Dynamic User Optimal), DUE (Dynamic User Equilibrium), and DSO (Dynamic System Optimal) are summarized. Third, departure time choice models as well as the simultaneous route-departure time equilibrium model is introduced. Forth, as topics on traffic management, the latest analyses on the capacity paradox and the ramp control are briefly discussed. Finally, the future research needs are summarized.