

# 動的システム最適配分とランプ流入制御に関する研究 — 簡略ネットワークにおける基礎的分析 —

桑原雅夫<sup>1</sup>, 吉井稔雄<sup>2</sup>, 熊谷香太郎<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 Ph.D. 東京大学教授 生産技術研究所第五部 (〒153-8505 東京都目黒区駒場 4-6-1)

<sup>2</sup>正会員 工博 高知工科大学助教授 社会システム工学科 (〒782-8502 高知県香美郡土佐山田町)

<sup>3</sup>学生会員 工修 東京大学大学院 生産技術研究所第五部 (〒153-8505 東京都目黒区駒場 4-6-1)

本研究は、高速道路と一般街路が並行して走る簡単なネットワークを対象として、動的システム最適配分(DSO)とランプ流入制御について考察し、理論的な基礎を整理することを目的とする。まず、DSO において重要な役割を担う動的マージナルコストを定義し、それと関連づけながら DSO の解について検討する。次に、DSO の検討結果に基づいて、ランプ流入制御の基本戦略について考察する。ランプ流入制御は、ネットワークの一部であるランプ部の容量を減少させる制御であるので、一般街路も含めた総費用が、本当に減少させられるのか明確な答えは得られていない。分析の結果、ランプ流入制御が有効に機能する条件と、ランプ流入制御の基本戦略を明らかにすることができた。

*Key Words: Dynamic System Optimal Assignment, Ramp Control, Network Analysis*

## 1. はじめに

渋滞を明示的に考慮することができる動的配分については、近年数多くの研究が発表されているが、その多くは動的利用者均衡配分(DUE: Dynamic User Equilibrium), あるいは利用者が現在の交通状況にもとづいて経路選択すると仮定した動的利用者最適配分(DUO: Dynamic User Optimum)を扱った研究であり、動的システム最適配分(DSO: Dynamic System Optimum)に関する理論的分析は数少ない。Yang ら<sup>1)</sup>は DSO を達成するための混雑料金について研究を行っているが、経路選択のないネットワークにおける分析にとどまっている。Ziliaskopoulos<sup>2)</sup>は DSO フローを計算する LP を提案しているが、単一の目的地のネットワークに限定されている。さらに、これらの既往の研究からは DSO 状態におけるフローパターンが DUE あるいは DUO とどのように異なるのか、その性質に関する分析が希薄である。そこで本研究では、2 経路の簡単なネットワークを対象として、DSO のフローの性質を DUE と比較しながら考察する。

次に、利用者均衡を達成しようとする利用者に対して、ランプ流入制御を施した場合に総費用が減少する可能性について分析を行う。これまでもランプ流入制御についての動的な枠組みにおける研究は行われているが、その多くは高速道路だけを対象として総費用の減少あるいは流入交通量最大化をはか

ろうとするものであった(飯田ら<sup>3,4,5)</sup>, 朝倉ら<sup>6,7,8)</sup>, 松井ら<sup>9)</sup>, 森地ら<sup>10)</sup>)。また、二反地ら<sup>11)</sup>は、一般街路も考慮した流入制御に関する研究を発表しているが、経路選択のないネットワークにおける分析に限定されている。海外では Zhang<sup>12,13)</sup>らがランプ流入制御に関する研究を発表しているが、高速道路の交通状況だけを考慮したニューラルネット制御を提案しており、一般街路を対象としていないこと、また経路選択を考慮していないという問題点がある。

流入制御を行えば、高速道路に流入する交通量を調整できるわけであるから、高速道路だけを考えれば総費用を低減できることは明白である。ところが、一般街路も考慮に入れた場合に、果たして総費用が減少させられるのかどうか明確な結論は得られていない。ランプ流入制御は、ネットワークの一部であるランプ部の容量を減少させる制御であるので、直感的には総費用はかえって増加してしまうのではないかと考えるのが自然である。この点を明らかにするために本研究では、高速道路と一般街路の両方を対象としていかなる場合にランプ流入制御が効果的なのかについて考察を行う。

## 2. ネットワークと交通需要

図1のような 1 O D 2 経路の簡単なネットワークを考える。起点から終点までは高速道路と一般街路を利用した 2 種類の経路があるが、遅れのない自由

旅行時間は、高速利用の場合に  $T_f$ 、一般街路利用の場合に  $T_a$  である。また、ランプ部の距離は十分に短く、その旅行時間は無視できるものとする。本研究では、高速道路料金は扱わない。利用者の経路選択基準は、利用者個人の旅行時間の短い経路を選択するものと仮定する。

高速道路と一般街路はそれぞれ  $\mu_f, \mu_a$  の容量を持ち、終点の直上流のボトルネック位置で待ち行列が鉛直に生成される(Point Queue)ものとする。また、ボトルネックでのサービスは FIFO(First In First Out) とする。

また、起点を時刻  $t$  に出発して終点に向かう所との需要レートを  $\lambda(t)$  と表し、対象時間帯においてシングルピークを持つものと仮定する。この需要が高速道路と一般街路利用に配分されるのであるが、それぞれの経路の時刻  $t$  における流入流出レートを次のように書く。

$\lambda_f(t), \lambda_a(t)$  = 時刻  $t$  に、それぞれ高速道路、一般街路に流入するレート、

$\mu_f(t), \mu_a(t)$  = 時刻  $t$  に、それぞれ高速道路、一般街路から流出するレート。

さらに、累積交通量を次のように定義する。

$A_f(t), A_a(t)$  = 時刻  $t$  迄に、それぞれ高速道路、一般街路に流入した累積台数、

$A(t) = A_f(t) + A_a(t)$ 、

$D_f(t), D_a(t)$  = 時刻  $t$  迄に、それぞれ高速道路、一般街路から流出した累積台数。

### 3. 動的マージナルコスト

対象時間帯  $0 \leq t \leq \tau$  におけるネットワーク全体の総旅行時間  $TC$  は、次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} TC &= TC_f + TC_a \\ &= \int_0^\tau \{T_f + w_f(t)\} \cdot \lambda_f(t) dt + \int_0^\tau \{T_a + w_a(t)\} \cdot \lambda_a(t) dt \end{aligned} \quad (1)$$

ただし、

$TC_f, TC_a$  = それぞれ高速道路と一般街路の総旅行時間、

$w_f(t), w_a(t)$  = 時刻  $t$  に対象区間に流入した車両の、それぞれ高速道路本線上と一般街路上ボトルネックでの待ち時間、

ここで、流入レートが時刻  $t$  に 1 単位変化した場合にその経路の総旅行時間がどのように変化するかを表すマージナルコスト  $MC_f(t), MC_a(t)$  を考えよう。

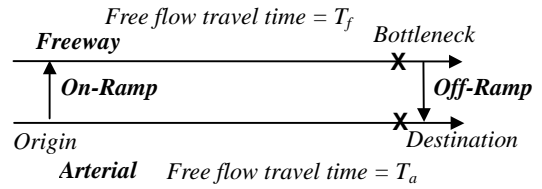


図 - 1 対象ネットワーク図

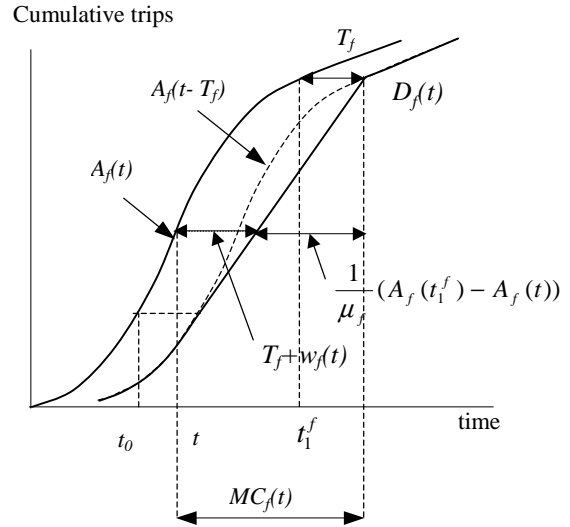


図 - 2 累積図とマージナルコスト

高速道路については、

$$\begin{aligned} MC_f(t) &= \frac{\partial TC_f}{\partial \lambda_f(t) dt} \\ &= \frac{\partial \int_0^\tau \{T_f + w_f(u)\} \cdot \lambda_f(u) du}{\partial \lambda_f(t)} \cdot \frac{1}{dt} \\ &= T_f + w_f(t) + \int_t^{t_1^f} \frac{\partial w_f(u)}{\partial \lambda_f(t)} \lambda_f(u) du \cdot \frac{1}{dt} \\ &= T_f + w_f(t) + \int_t^{t_1^f} \frac{dt}{\mu_f} \lambda_f(u) du \cdot \frac{1}{dt} \\ &= T_f + w_f(t) + \frac{1}{\mu_f} (A_f(t_1^f) - A_f(t)) \\ &= T_f + w_f(t) + \{(t_1^f + T_f) - (t + T_f + w_f(t))\} \\ &= T_f + t_1^f - t \end{aligned} \quad (2)$$

$t_0 < t < t_1^f$

$t_1^f$  = 高速道路の待ち行列終了時刻 (図2参照)

式(2)は、静的な解析におけるマージナルコストと違って、ある時刻  $t$  の流入レートの変化は、それ以後待ち行列が終了する時刻  $t_1^f$  までにその経路に流入した車両の旅行時間にも影響を与えることを示して

いる。図2は、これを図示したものであるが、高速道路への累積流入量  $A_f(t)$  を右に自由旅行時間分シフトさせるとボトルネックにおける累積流入量  $A_f(t-T_f)$  が求められる。一方、ボトルネックからの累積流出量  $D_f(t)$  は、 $A_f(t-T_f)$  に傾き  $\mu_f$  の直線を下側から接するように描くことができる。時刻  $t_1^f$  は、高速道路で待ち時間を経験する最後の利用者の高速道路への流入時刻を表している。

式(2)の marginal cost を図上で考えれば、時刻  $t$  以降は一律に累積交通量が需要 1 単位分だけ変化するため、 $MC_f(t) = \text{需要 1 単位の旅行時間}(T_f + w_f(t)) + \text{時刻 } t \text{ より後に流入した車両の総遅れ時間の変化分} (1/\mu_f (A_f(t_1^f) - A_f(t))) = T_f + t_1^f - t$  と書ける。

同様に、一般街路についても  $MC_a(t) = T_a + t_1^a - t$  となる。

総旅行時間を最小にするシステム最適は、式(1)で表される総旅行時間  $TC$  を最小にする  $\lambda_f(t)$ ,  $\lambda_a(t)$  を求めることなので、両経路の marginal cost を均衡させるように需要を調節することと等しい。

#### 4. 動的システム最適配分

##### (1) 一般街路に待ち行列が発生しない場合

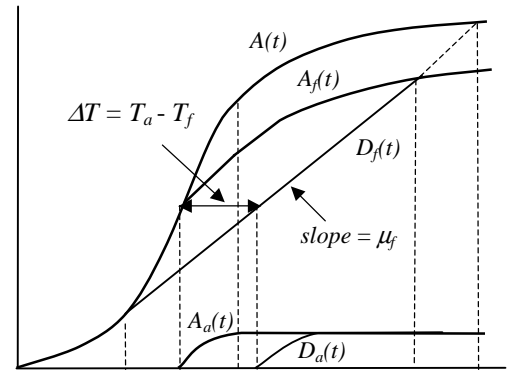
$$(\mu_f < \text{Max } \lambda(t) < \mu_f + \mu_a)$$

一般街路の交通容量が十分に大きいために、一般街路には待ち行列が発生しない状況において、最初に自由旅行時間  $T_f$  と  $T_a$  が等しい場合を考える。この時には、どちらの経路を通っても旅行時間に差がないので、総需要  $\lambda(t)$  を容量  $\mu_f + \mu_a$  の単一ボトルネックが処理を行う問題に等しく DSO の解は DUE と同じになる。

次に、自由旅行時間  $T_f$  が  $T_a$  よりも短い場合である： $\Delta T = T_a - T_f > 0$ 。なお、簡潔にするために、以後高速道路の自由旅行時間  $T_f = 0$  と仮定する。全体の累積需要を  $A(t)$  として、すべての需要を高速道路だけに配分した場合の高速道路の待ち行列発生時刻と終了時刻を、それぞれ  $t_0$ ,  $t_e$  と定義する（図3参照）。

この場合の DUE の解は、図3のようになる。最初は、高速道路の自由旅行時間の方が短いので、全員が高速道路を利用する。時刻  $t_0$  になると高速道路に待ち行列が発生し始め、やがて時刻  $t_2$  には一般街路の旅行時間と等しい旅行時間が必要になる。時刻  $t_2$  から  $t_3$  までは、高速道路の旅行時間を一般街路の自由旅行時間  $T_a$  と等しくするように両方の経路に需要が配分される。時刻  $t_3$  になると、全体の需要が高速道路

Cumulative Trips



Marginal Cost

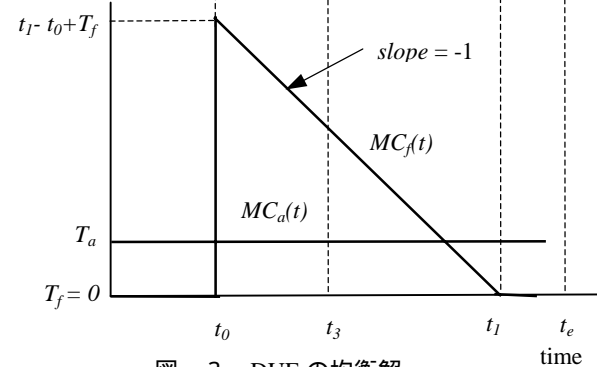


図 - 3 DUE の均衡解

の容量を下回るため、再びすべての需要が高速道路を利用する。よって、時刻  $t_3$  以降は全体の需要  $A(t)$  と高速道路の累積量  $A_f(t)$  は同じ傾きを持つ。

図3の下側には、この場合の両経路の marginal cost が示されている。時刻  $t_0$  に高速道路に待ち行列が発生すると  $MC_f(t)$  は瞬時に  $t_1 - t_0 + T_f$  まで不連続に増大し、式(2)から明らかなように以後 -1 の傾きを持って、高速道路の待ち行列が消滅する時刻  $t_1$  まで減少を続ける。一方、一般街路の marginal cost は、待ち行列ができないので、常に一定値  $T_a$  をとる。この図の例のように、 $t_1 - t_0 + T_f > T_a$  の場合には、marginal cost は均衡しておらず、時刻  $t_0$  以後は  $MC_f(t) > MC_a(t)$  であるので、高速道路に需要が配分されすぎていることがわかる。

次に DSO について考える。仮にすべての需要を高速道路だけに配分したとしたら、marginal cost は図4の一点鎖線のようになる。もしも、 $t_e - t_0 < T_a - T_f = \Delta T$  であれば、すべての需要を高速道路に配分しても、なお一般街路の marginal cost (この場合には自由旅行時間) が、常に大きい場合であるので、すべての需要を高速道路に配分することが DSO の解となる。

一方、 $t_e - t_0 > \Delta T$  であれば、高速道路の marginal

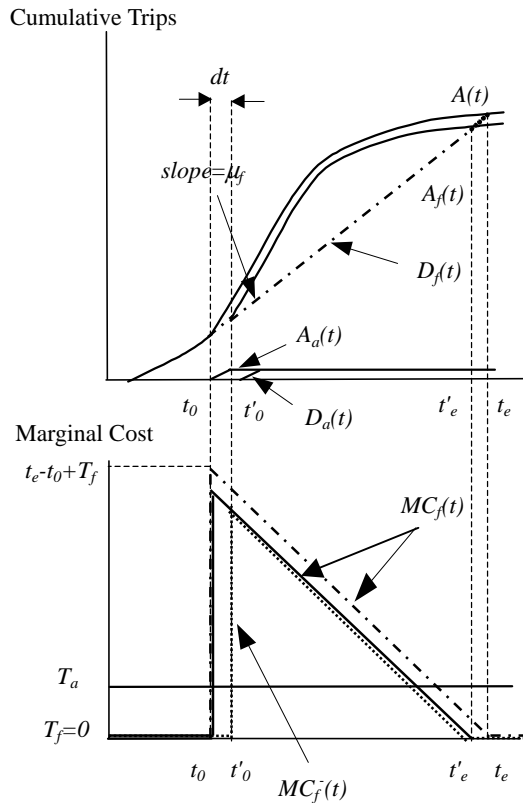


図 - 4 高速から一般街路への需要シフト

コストが、 $T_a$ を上回る時間帯が存在するので、一般街路にも需要を配分するのが得策となる。そこで、最もマージナルコストの差が大きな時刻  $t_0$  直後の  $dt$  間の需要の一部を一般街路にシフトさせた場合を考える。この間は需要が高速道路の容量を上回っているため、待ち行列が発生している。そのため、高速道路の需要を一般街路にシフトさせれば、渋滞の開始時刻が  $t_0$  から  $t_0'$  に、解消時刻が  $t_e$  から  $t_e'$  に変化する。

需要シフト量であるが、一般街路へのシフト量が高速道路容量を上回る需要超過分に等しくなると、もはやそれ以上シフトしても渋滞の解消時刻に影響を与える事が無くなる。もしも、容量未満の需要しか高速道路に乗らないと、容量に余裕ができるのでマージナルコストは自由旅行時間  $T_f$  となり、 $T_a$  以下となってしまう。よって、時刻  $t_0 \sim t_0'$  では、ちょうど容量いっぱいの需要を高速道路に配分し、残りを一般街路に配分するのが最適である。

図4には、需要を1単位減少させた場合のマージナルコスト  $MC_f(t)$  が破線で示されている。時刻  $t_0 \sim t_0'$  のように、容量一杯に需要を配分している場合には、需要を1単位追加した場合の実線で示されている  $MC_f(t)$  と1単位減少させた場合の  $MC_f(t)$  は不連続にジャンプする。

このように、順に時刻を後ろにずらして、同様に

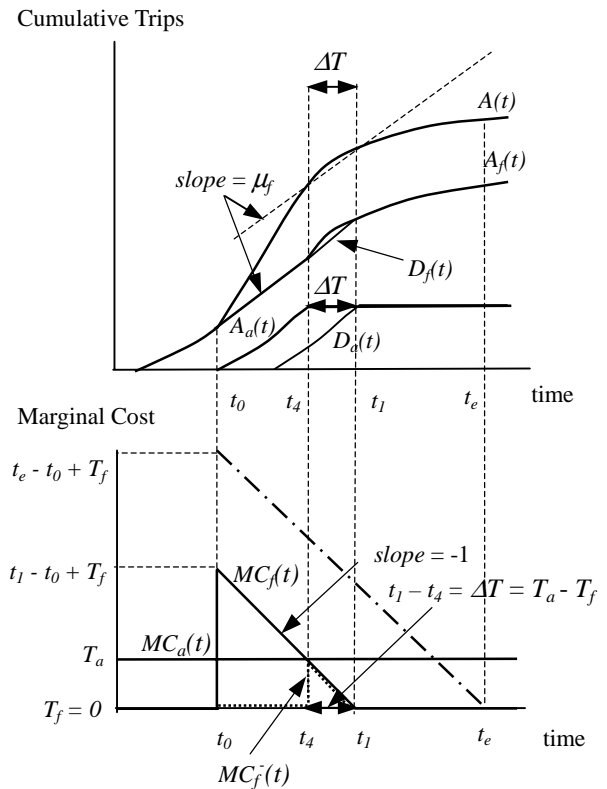


図 - 5 DSO の最適解

して超過需要分に相当する需要を一般街路へシフトしていくと、やがて、図5に示されるように、 $MC_f(t)$  の最大値が  $T_a$  に等しくなる。このとき、全ての時間帯において、 $MC_f(t) < T_a (=MC_a(t))$  となるので、これ以上高速道路の需要をシフトすると総旅行時間は増大してしまう。

図5は、DSOの解を示したものであるが、時刻  $t_0 \sim t_4$  の間は、高速道路にちょうど容量に等しい需要を配分している。時刻  $t_4$  からは一般街路に需要は配分されなく、 $A(t)$  と  $A_f(t)$  の傾きは等しい。そのため  $t_4 \sim t_1$  の間は、高速道路上に待ち行列が発生する。 $MC_f(t)$  は  $MC_a(t)$  を下回る時刻  $t_4$  から待ち行列が終了する時刻  $t_1$  まで傾き-1で減少するので、DSO状態では  $t_1 - t_4 = \Delta T$  となる。

時刻  $t_1$  と  $t_4$  を決定するには、図5の上側の図にあるように総需要の累積曲線  $A(t)$  に傾きが高速道路容量  $\mu_f$  に等しい線(破線)を重ね合わせていって、それらの交点の差がちょうど  $\Delta T$  と等しくなるように  $t_1$  と  $t_4$  を決めてあげればよい。さて、 $\Delta T$  が次第に大きくなると  $t_4 \sim t_1$  の間が広がり、やがて  $t_4 = t_0$ 、 $t_1 = t_e$  となる。この場合は、先に述べた  $t_e - t_0 \leq \Delta T$  に相当し、一般街路の自由旅行時間が大きすぎるために、一般街路を利用させることが得策とはならない場合である。

図3のDUEと比べると、DSOの興味深い点は、高速道路の待ち行列継続時間(図3の $t_1 - t_0$ )が自由旅行時間差 $\Delta T$ よりも大きい場合には、需要を一般街路により多く配分すべきと言う点である。(DUEでは、高速道路の待ち時間 $w_f(t)$ が $\Delta T$ よりも大きい場合に一般街路に迂回する。)例えば、高速道路の待ち時間 $w_f(t)$ が常に $\Delta T$ よりも小さくDUE状態では全員が高速道路を利用する場合であっても、待ち行列継続時間が $\Delta T$ よりも長ければ、一般街路への迂回策によって総旅行時間を減少させられることを意味している。

(2) 一般街路にも待ち行列が発生する場合

$$(\mu_f + \mu_a < \text{Max } \lambda(t))$$

まず前節と同様に、総需要の累積曲線 $A(t)$ に高速道路容量 $\mu_f$ を下側に接するようにして、時刻 $t_0$ と $t_e$ を決める。さらに今回は、図6のように高速道路と一般街路の容量の和 $\mu_f + \mu_a$ と $A(t)$ の接点から時刻 $t_2$ と $t_3$ が求められる。次に、図5と同じように、高速道路のマージナルコストが一般街路のそれよりも小さくなる時間 $t_4 \sim t_1$ を、 $A(t)$ に傾きが高速道路容量 $\mu_f$ に等しい線を重ね合わせて、その幅がちょうど $\Delta T$ になるように決められることができる。この時間 $t_4 \sim t_1$ が、時刻 $t_0$ 、 $t_e$ 、 $t_2$ 、 $t_3$ に対してどこに存在するのかによって、各種のDSOパターンがあり得る。

図6は、その中の1つのDSOパターン(Case1)である。時刻 $t_0$ までは総需要のレート $\lambda(t)$ が高速道路の容量 $\mu_f$ を越えないので、全員が高速道路を利用して待ち行列は発生しない。従って、この時刻までは、 $MC_f(t) = T_f$ 、 $MC_a(t) = T_a$ である。時刻 $t_0$ からは、高速道路を全員が利用すると待ち行列ができる。前節と同じ理由で、高速道路を容量一杯に利用することが最適であるので、時刻 $t_2$ までは高速道路には $\mu_f$ だけの交通を配分し、残りは一般街路に配分する。

しかし時刻 $t_2$ になると、総需要レートが高速道路と一般街路の容量の和( $\mu_f + \mu_a$ )を上回るのので、一般街路も容量一杯かそれ以上の交通量を受け持たなくてはならなくなる。よって、一般街路のマージナルコストも時刻 $t_2$ で不連続に増大する。

時刻 $t_2 \sim t_3$ までは、両方のボトルネックともに容量を使い切っている状態であり、一般街路の待ち行列が消滅する時刻 $t_3$ まで傾き-1で減少を続ける。先に述べた時刻 $t_3$ の定義より、この状態が続くのは時刻 $t_3$ までであり、それ以降は総需要が減少するために両方のボトルネックともに容量状態に維持することはできず、時刻 $t_3$ では、 $A_f(t_3) = D_f(t_3)$ 、 $A_a(t_3) = D_a(t_3)$ となる。

さて、時刻 $t_2 \sim t_3$ において、高速道路の利用者1単

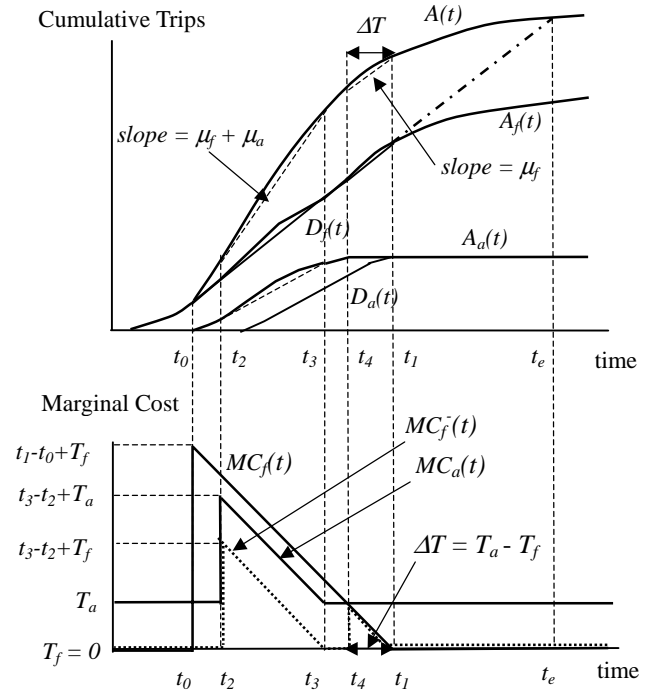


図 - 6 DSO の最適解 (Case 1)

位を減少させた場合の $MC_f(t)$ を書いてみると図中の破線のようになる。 $A_f(t_3) = D_f(t_3)$ なので、高速道路の需要を1単位減少させると、高速道路は時刻 $t_3$ で一旦容量状態が中断することになる。すなわち、 $MC_f(t_3) = T_f$ とならなければいけないので、 $MC_f(t)$ は、時刻 $t_3$ で $MC_f(t) = T_f$ となるように破線のように推移する。したがって、時刻 $t_2 \sim t_3$ までは、両方のボトルネックとも容量状態に維持させることが必要である。この条件さえ満足すれば、時刻 $t_2 \sim t_3$ においてはどちらの経路にどれだけの需要を配分するのは任意である。

時刻 $t_3$ において、もしも高速道路の需要を容量よりも小さくして容量状態を中断させると、上記の理由で $MC_f(t) < MC_a(t)$ となるために、時刻 $t_3$ 以後も高速道路には、容量一杯に需要を配分すべきである。すなわち、時刻 $t_3 \sim t_4$ までは、高速道路には容量と等しい需要を配分し、残りを一般街路に配分することが最適である。この間は、一般街路は容量を使い切ることにはないので、 $MC_a(t)$ は自由旅行時間 $T_a$ と等しい。やがて時刻 $t_4$ 以降になると、 $MC_f(t) \leq MC_a(t)$ となるのですべての需要を高速道路に配分し、一般街路の流入レートはゼロになる。時刻 $t_4$ 以後も $MC_f(t)$ は線形に減少を続け、時刻 $t_1$ で高速道路の待ち行列も解消する。時刻 $t_3 \sim t_1$ における $MC_f(t)$ も図中に破線で示されている。図から、一般街路に需要が割り当てられる全ての時間帯( $t_0 \sim t_4$ )において $MC_f(t) < MC_a(t) < MC_f(t)$ となっていることが確認できる。

さて、以上の状態から図6の $\Delta T$ を徐々に大きくしていくと、やがて $t_4 = t_3$ となり、時刻 $t_2 \sim t_3$ までは $MC_f(t)$ と $MC_a(t)$ が完全に一致しながら傾き-1で減少するパターンになる。さらに $\Delta T$ を大きくして、 $t_4 < t_3$ となったDSOパターン(Case2)を示したのが、図7である。図6と比べて、 $t_4$ と $t_3$ の位置関係が逆転したので、時刻 $t_2 \sim t_3$ における $MC_f(t)$ と $MC_a(t)$ の大小関係も逆転しそうであるが、 $MC_f(t) < MC_a(t)$ とはならない。この理由は、もしも $MC_f(t) < MC_a(t)$ であったなら、より多くの需要を高速道路に配分して $MC_f(t) = MC_a(t)$ とすることが可能だからである。

したがって、図7における時刻 $t_2 \sim t_4$ の間は、 $MC_f(t)$ 、 $MC_a(t)$ ともに同じ値をとりながら傾き-1で低減を続ける。この間は、マージナルコストが両方の経路で等しいので、両方のボトルネックが容量状態であれば、一般街路の待ち行列が時刻 $t_4$ に解消することを条件として、DSOでは需要をどちらの経路にどれだけ配分するのは任意である。

時刻 $t_4$ になると一般街路の $MC_a(t)$ が自由旅行時間 $T_a$ に等しくなり、待ち行列が先に消滅する。その後も、高速道路の $MC_f(t)$ は減少を続け、時刻 $t_1$ で $MC_f(t) = T_f$ となったところで待ち行列は解消する。時刻 $t_4 \sim t_1$ の間は $MC_f(t) < MC_a(t)$ なので、すべての需要を高速道路に配分することが最適であるため、一般街路には需要は流れなく、高速道路の流入量 $\lambda_f(t)$ は総需要レート $\lambda(t)$ に等しくなる。このときの $MC_f(t)$ を図中に破線で示す。図から、一般街路に需要が割り当てられる全ての時間帯( $t_0 \sim t_4$ )において $MC_f(t) < MC_a(t)$ となっていることが確認できる。

$\Delta T$ が、さらに大きくなると $t_0 < t_4 < t_2$ となる場合がある(Case3)。この場合には、総需要レートが $\mu_f + \mu_a$ よりも小さい時点ですべての需要が高速道路を利用するために、一般街路には待ち行列ができない。さらに $\Delta T$ が大きくなると、最終的に $t_4 = t_0$ 、 $t_1 = t_e$ となる(Case4)。この場合には、一般街路の自由旅行時間が大きすぎるために一般街路を利用させることはシステムとして最適にはなり得ない状態であるので、すべての需要が高速道路を利用する。

以上のように、時間 $t_4 \sim t_1$ と時刻 $t_0$ 、 $t_e$ 、 $t_2$ 、 $t_3$ の位置関係によってCase1~4の4種類のパターンが考えられる。

### (3) 動的システム最適配分の基本戦略

以上の分析をまとめると、DSOを達成するには両経路のマージナルコストを均衡させればよく、具体的にはDUE状態において高速道路の待ち行列継続時間が自由旅行時間差 $\Delta T$ よりも大きい場合には、需要を一般街路により多く割り振る戦略を採るべきこ

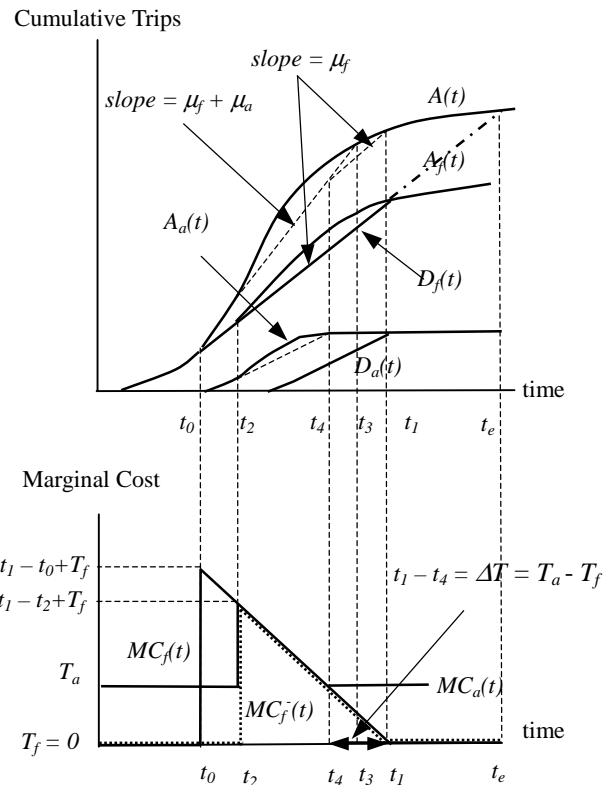


図 - 7 DSOの最適解 (Case 2)

ととなる。

需要の割り振り方は、自由旅行時間の短い高速道路にちょうど容量いっぱいまで需要を配分し、残りを一般街路に受け持たせる方法である。図4, 5, 6, 7で考察してきたように、総需要レート $\lambda(t)$ が、高速道路の容量 $\mu_f$ を上回れば、高速道路のマージナルコスト $MC_f(t)$ は、一般街路の $MC_a(t)$ よりも大きくなってしまふ。一方、高速道路に容量未満の需要しか配分しなければ、 $MC_f(t)$ は $T_f$ と等しくなり、一般街路のマージナルコストよりも小さくなる。したがって、Case4のように、一般街路の自由旅行時間がきわめて長く、もはや代替経路となり得ないような場合をのぞいては、DSOの基本戦略は、自由旅行時間の短い経路(この場合は高速道路)に、ちょうど容量に等しい需要を配分して残りを遅い経路に流すことである。本分析では、2本の代替経路を持つネットワークを対象としているが、この結果をより多くの代替経路を持つ場合に当てはめれば、自由旅行時間の短い経路から順番に容量一杯まで需要を配分していくことがDSOの基本戦略となる。

## 5. ランプ流入制御

以上分析してきたDSOは、利用者個人の経路選択は無視して、計画者の指示した経路を強制的に利用

させた場合に、動的システム最適が達成されるという問題であった。しかし、現実には需要そのものを制御すると言うよりは、プライシングや流入制御などのような経済的・物理的な制御手段を用いて需要を間接的に調整することになる。本節では、その1方策であるランプ流入制御に焦点を当て、如何なる状況に置いてどのようにランプ交通量を調節すべきなのかについて考察する。すなわち、システム全体の総旅行時間を減少させられる場合とは、どのような交通状況なのか、いつ、どのくらい容量を絞るべきであろうか、という基本的な点を整理する。

本研究では、図1の簡単なネットワークを用いて、ランプ流入制御の分析を行う。また、利用者は、自分自身の旅行時間を最小にするように経路を選択するものと仮定して検討を進める。したがって、ランプ流入制御を行わない場合には、交通状態は動的利用者均衡状態(DUE)になるものとし、DUEの状態に比べてランプ流入制御によって総旅行時間を低減させることができるかどうかを検討する。

### 5. 1. ランプ流入制御の効果が期待できる状況

まず、前節の例題のように OD 交通需要が1つの場合を考えてみよう。結論からいえば、この場合にはオンランプでの流入制御によって総旅行時間を減少させることは不可能である。ランプ制御を行って、高速道路への流入レートを高速道路の容量 $\mu_f$ 以下にした場合には、ボトルネックが本線上からランプに移動するだけで何もメリットにはならず、より状況を悪化させるだけである。一方、容量 $\mu_f$ 以上に制御したとすれば、高速道路利用経路の本質的なボトルネックは依然として本線上にあるので、状況は何ら変化せず総旅行時間も変化しない。別の言い方をすれば、同じ起終点を持つすべての利用者はいずれかのボトルネックを必ず通過せねばならないので、容量 $\mu_a + \mu_f$ をもつ1つのボトルネックで利用者をサービスしていると考えることができる。この場合には、ランプ流入制御によって容量を $\mu_a + \mu_f$ 以下にすることは、明らかに得策ではない。

これに対して 図8のように高速道路の上流から別個の需要(需要2)が $\lambda_2(t)$ のレートでやってくる場合を考えよう。 $\lambda_2(t)$ も同じ終点に向かうと仮定すると、経路は高速道路利用ルート1本に固定される。一方、従前からの需要(需要1)はレートが $\lambda_1(t)$ で、高速と一般街路の2経路の選択余地があるという設定である。この場合には、ランプ流入制御によって総旅行時間を DUE に比べて低減できる可能性がある。

高速道路に待ち行列ができる場合には、ボトルネ

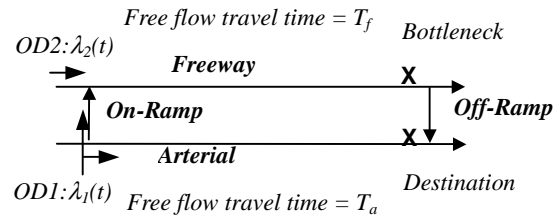


図 - 8 2 OD のネットワーク図

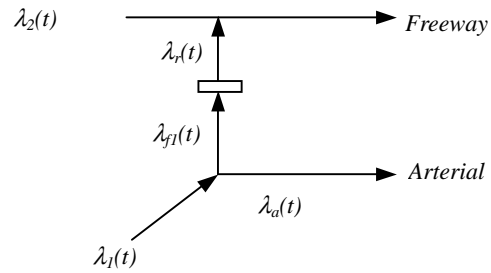


図 - 9 ランプ部の構造

ック容量 $\mu_f$ は、需要1と2が共有することになる。ボトルネックサービスはFIFOなので、ランプ流入制御で需要1を抑制するということは、言い換えればこの容量 $\mu_f$ を需要2により多く割り当てることである。

ランプ流入制御の効果が最も理解しやすいのは、一般街路の交通容量が十分に大きいために、一般街路には待ち行列が発生しない場合である。このときには、ランプ流入制御を如何に行ったとしても、需要1の旅行時間は一般街路の自由旅行時間 $T_a$ より大きくはならない。よって、DUE状態において需要1が両方の経路を利用している時間帯に何らかのランプ流入制御を行ったとしても、需要1からみれば、旅行時間はDUE状態と同じである。従って、明らかに流入制御によって需要2を優遇して、その旅行時間を短縮することが得策である。

ただし、需要が一般街路を全く利用しないケースとして、総需要レートの最大値が常に高速道路の容量よりも小さければ、すべての需要を遅れ時間なしで高速道路に配分できるので、ランプ流入制御の必要はないことは、言うまでもない。

以上の考察をまとめると、ランプ流入制御の効果が期待できるためには、以下のすべての条件が満足されることが必要条件になる：

- (1) 需要2が存在する場合 ( $\lambda_2(t) > 0$ )
- (2) 高速道路と一般街路の自由旅行時間に差がある場合 ( $\Delta T = T_a - T_f > 0$ )
- (3) 総需要レートが高速道路の容量を上回る場合 ( $\text{Max} \{ \lambda_1(t) + \lambda_2(t) \} > \mu_f$ )

## 5. 2. ランプ流入制御の効果

本節では、以上の考察を定量的に分析するが、ランプ流入制御の効果が期待できる状況として、上記の(1),(2),(3)を満足する状況を考える。図9にあるように、需要1のレート $\lambda_1(t)$ は、高速道路へ $\lambda_{f1}(t)$ 、一般街路に $\lambda_a(t)$ ずつ流れるものとする( $\lambda_1(t) = \lambda_{f1}(t) + \lambda_a(t)$ )。このうち高速道路を利用する $\lambda_{f1}(t)$ は、ランプで流入制御を受けるために需要1が高速道路に流入できるレートは $\lambda_r(t)$ に制限される。この $\lambda_r(t)$ が、本分析の制御変数である。

従って、もしも、 $\lambda_r(t) < \lambda_{f1}(t)$ ならば、ランプにおいて待ち行列が発生することになり、需要1についてはランプと高速本線の2つの待ち行列を通過しなければならない可能性が出てくる。これら2種類の待ち時間を次のように定義する：

- $w_f(t_r)$ =時刻  $t_r$  にランプを流出した(高速本線に流入した)車両の高速本線上のボトルネックにおける待ち時間
- $w_0(t)$ =時刻  $t$  にランプに流入した車両のランプでの待ち時間
- $t_r = t + w_0(t)$

なお、需要2についても時刻  $t_r$  に高速本線の対象区間に流入した車両の待ち時間は  $w_f(t_r)$  である。

今、あるランプ流入制御を行った場合の需要1, 2の累積図の1例を書くとき図10になるが、この図に従って3つの区間別に考察を加える。

区間1 ( $T_0 \leq t < T_1$ ): はじめは高速道路の方が旅行時間が短いので、需要1と2全員が高速道路を利用するが、やがて時刻  $T_0$  になると高速道路に待ち行列が発生する。しかし、時刻  $T_1$  までに流入する利用者にとっては、高速道路の旅行時間が依然として短いので、この時刻まではすべての利用者が高速道路を利用する。したがって、図10(a)は需要全体の累積流入・流出量を表しているが、 $T_0 \leq t \leq T_1 + \Delta T$  の総流出レートは高速道路容量 $\mu_f$ に等しい。図10(b)、(c)は、需要2と高速利用の需要1について、累積流入・流出量を表しているが、時刻  $T_1$  までの高速道路への累積流入量  $A_2(t) + A_{f1}(t)$  は、総需要  $A_1(t) + A_2(t)$  と等しくなる。また、図10(d)は、一般街路利用の需要1について累積流入・流出量を表しているが、時刻  $T_1$  までは流入量ゼロなので、時刻  $T_1$  までの流出量もゼロである。

時刻  $t_r$  に高速道路本線へ流入する需要1と2のレートは $\lambda_r(t_r)$ と $\lambda_2(t_r)$ であり、FIFO サービスなので、容量 $\mu_f$ のうち需要1, 2に割り振られる量はそれぞれ

Cumulative Trips

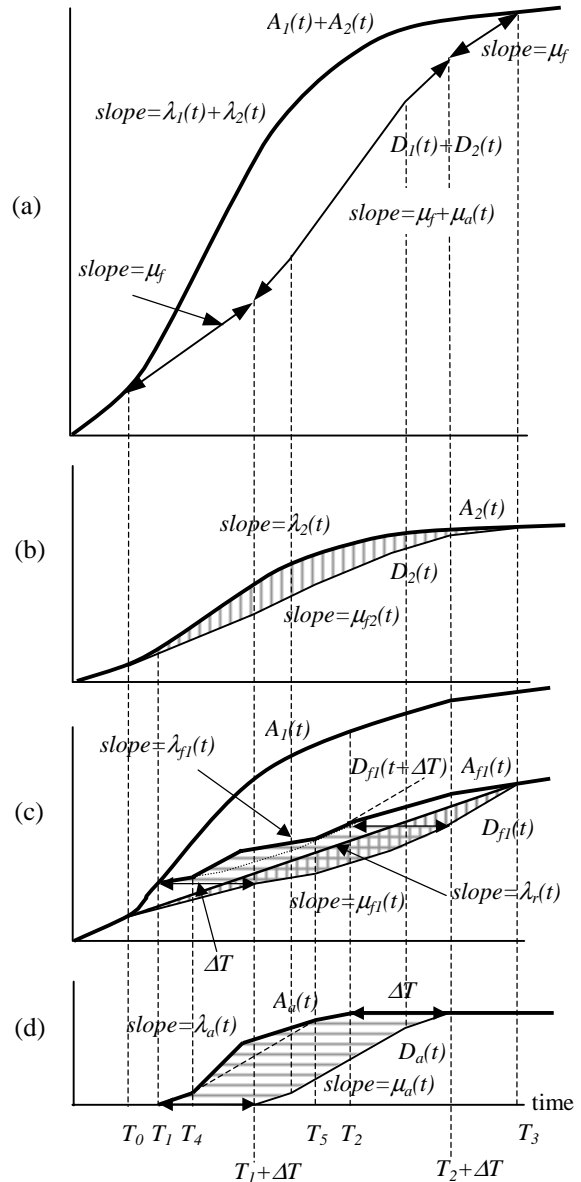


図 - 10 ランプ流入制御による累積図

次の値となる：

$$\mu_{f1}(t_r + w_f(t_r)) = \mu_f \frac{\lambda_r(t_r)}{\lambda_2(t_r) + \lambda_r(t_r)}$$

$$\mu_{f2}(t_r + w_f(t_r)) = \mu_f \frac{\lambda_2(t_r)}{\lambda_2(t_r) + \lambda_r(t_r)} \quad (3)$$

この関係を図10(b)、(c)で表せば、図中の縦線の網掛け部分について常に横の幅が等しいことを意味している。

ここで、ランプ制御が効果を発揮するための条件を考える。そのためには、ランプ自体がボトルネックにならない条件



$$\lambda_r(t_r) \geq \mu_{f1}(t_r + w_f(t_r)) = \mu_f \frac{\lambda_r(t_r)}{\lambda_2(t_r) + \lambda_r(t_r)} \quad (4)$$

$$\Leftrightarrow \lambda_r(t_r) \geq \mu_f - \lambda_2(t_r)$$

および、制御量以上の需要がランプに到着する次の条件を満たすことが必要である。

$$\int_{T_0}^{t_r} \lambda_r(t) dt \leq \int_{T_0}^{t_r} \lambda_{f1}(t) dt, \quad \forall t_r \quad (5)$$

ただし、 $T_0$ =ランプ流入制御開始時刻。

さらに、全員が高速道路を利用する時間帯については、 $\lambda_{f1}(t)=\lambda_1(t)$ であるので、式(4)、(5)をまとめると

$$\int_{T_0}^{t_r} \mu_f dt \leq \int_{T_0}^{t_r} \lambda_1(t) dt + \int_{T_0}^{t_r} \lambda_2(t) dt$$

となる。これは、総需要レート $\lambda_1(t)+\lambda_2(t)$ が、高速道路の容量 $\mu_f$ を上回ってからランプ流入制御を始める必要があることを意味しており、図10では時刻  $T_0$  以降の時間帯となる。これは当前のことで、高速道路に待ち行列ができない時点で流入制御を行う必然性はない。(ランプから高速道路本線への流入レートは、現実には道路幾何構造などによってランプと本線の合流割合の制約も受ける。従って、制約条件(4)、(5)にこの制約を加える必要がある。)

式(4)を満たせば、需要1に対するボトルネックは依然として高速道路上にありランプではない。したがって、需要1については、時刻  $t$  にランプに流入した車両のランプと本線合計の遅れ時間は、

$$w_0(t) + w_f(t_r) = w_0(t) + w_f(t+w_0(t)) = D_{f1}^{-1}(A_{f1}(t)) - t$$

のように表すことができる。このように、ランプにも待ち行列が発生する場合であっても、式(4)を満たす場合には高速利用の需要1の遅れ時間は、ランプへの流入レート $\lambda_{f1}(t)$ と高速本線からの流出レート $\mu_{f1}(t)$ だけで評価することができる。

よって、ランプ流入制御は、ランプ部で需要1に遅れを生じさせると考えるよりも、式(3)のように高速道路容量の割り振りを調整する機能があると考えられる。すなわち、ランプ流入制御を行わないDUE状態では、高速道路を利用する需要1と需要2の旅行時間は常に等しいという関係が成立しなければならないので、高速道路のボトルネック容量は、常に $\lambda_{f1}(t):\lambda_2(t)$ の比率で需要1と2に割り振られるという制約があった。ところが、ランプ流入制御ではこの制約を断ち切り、制御変数 $\lambda_r(t_r)$ によってこの比率を $\lambda_r(t_r):\lambda_2(t_r)$ に調整できる。これがランプ流入制御の機能である。

区間2 ( $T_1 \leq t < T_2$ ): さて、高速道路を全員が利用するのは、需要1の遅れ時間がちょうど旅行時間差 $\Delta T$ に等しくなるまでであり、そのときの需要2の遅れ時間はランプ制御量 $\lambda_r(t_r)$ に依存する。時刻  $T_1$  起

点を出発する利用者は、高速道路も一般街路も旅行時間が等しくなる。これ以降では、需要1は一般街路も利用し始め、一般街路利用レート $\lambda_a(t)$ と高速利用レート $\lambda_{f1}(t)$ は、需要1にとって旅行時間が等しくなるように決定される。この場合も需要1と2が使うことができる高速道路容量は、式(3)で表せる。ただし、式(4)、(5)を満たすように制御変数を決める必要がある。

これらの条件を満足する制御変数 $\lambda_r(t_r)$ を適切に決めれば、式(3)より $\mu_{f1}(t_r+w_f(t_r))=\mu_{f1}(t+w_0(t)+w_f(t+w_0(t)))$ が求まるので、需要1の高速と一般街路への流入レート $\lambda_{f1}(t)$ 、 $\lambda_a(t)$ も、旅行時間が等しくなるように、次の条件から求められる:

$$\frac{\lambda_{f1}(t)}{\mu_{f1}(t+w_0(t)+w_f(t+w_0(t)))} = \frac{\lambda_a(t)}{\mu_a(t+w_a(t))} \quad (6)$$

式(6)の右辺は、一般街路に待ち行列ができていない場合には $\lambda_a(t)/\mu_a$ であり、待ち行列がない場合には1となる。式(6)は図10(c)、(d)の横線の網掛け部分について常に横の幅が等しいことを意味している。図中の  $T_1 \leq t \leq T_2$  には、このように求められた $\lambda_{f1}(t)$ 、 $\lambda_a(t)$ が示されている。

区間3 ( $T_2 \leq t < T_3$ ): やがて、時刻  $T_2$  になると、再び高速道路の旅行時間が早くなるので、需要1も高速道路だけを利用するようになり、最終的に時刻  $T_3$  で高速道路の待ち行列が解消する。時刻  $T_2$  から  $T_3$  までは $\lambda_{f1}(t)=\lambda_1(t)$  となり、総流出レートは $\mu_f$ である。

図10を書く手順を以下に示す。

- 1)  $A_1(t)$ ,  $A_2(t)$ ,  $A_1(t)+A_2(t)$  をそれぞれ与えられている傾き $\lambda_1(t)$ ,  $\lambda_2(t)$ ,  $\lambda_1(t)+\lambda_2(t)$  に従って書く。
- 2) ランプから高速道路へ流入する制御レート $\lambda_r(t)$  を制御方針に従って描く。
- 3) ボトルネックのサービスが FIFO であることを用いて、 $\mu_{f1}(t)$  と  $\mu_{f2}(t)$  を式 (3)から決定し、 $D_{f1}(t)$ ,  $D_2(t)$ を描く。
- 4) 需要1の高速道路を利用する利用者の遅れ時間が $\Delta T$ に等しくなる時刻  $T_1$  を求める。
- 5) 時刻  $T_0$  以降について、仮に一般街路の待ち行列ができないとした場合に高速道路に流入する需要を求める。これは、高速道路の累積流出曲線  $D_{f1}(t)$  を左に $\Delta T$ だけシフトさせた(c)の破線  $D_{f1}(t+\Delta T)$  となり、その傾きは $\mu_{f1}(t+\Delta T)$ である。
- 6) この  $D_{f1}(t+\Delta T)$ と需要1  $A_1(t)$ の傾きが等しくなる時刻  $T_2$  を求める。この時刻以降は、すべての需要1を高速道路に流しても高速道路には待ち行列ができない時間である。よって、時刻  $T_2$  以降は、需要1の高速道路への流入レート $\lambda_{f1}(t)$ は $\lambda_1(t)$ と等しく

なる。

7) 需要 1 の総流入レート  $\lambda_1(t)$  から  $\mu_{f1}(t+\Delta T)$  を差し引くと、一般街路に流入するレートが求まるが、 $\lambda_1(t)-\mu_{f1}(t+\Delta T)$  の値が、一般街路の容量  $\mu_a$  を超えないかどうかを確認する。もし、容量を越えないのであれば、 $\lambda_1(t)-\mu_{f1}(t+\Delta T)$  の累積が  $A_a(t)$  となり、それを右に  $\Delta T$  だけシフトさせれば  $D_a(t)$  が求められる。さらに、 $A_{f1}(t)=D_{f1}(t+\Delta T)$ ,  $T_1-\Delta T < t < T_2-\Delta T$  として、作図完了である。

8) もしも、図 10(d) のように容量を超える場合にはその時刻  $T_4$  を求める。  $T_1$  から  $T_4$  までは、一般街路に待ち行列が発生しないので、 $\lambda_1(t)-\mu_{f1}(t+\Delta T)$  の累積が  $A_a(t)$  となり、7) と同様に  $D_a(t)$  も求められる。

9) 時刻  $T_4$  以降に一般街路に流入する車両については、流出レートが容量  $\mu_a$  に等しくなるので、 $\mu_a(t)=\mu_a$ ,  $T_4+\Delta T < t < T_5+\Delta T$  である。式(6)より、FIFO を満たすように需要 1 の高速道路および一般街路への流入量、 $\lambda_{f1}(t)$  と  $\lambda_a(t)$  を決めることができる。

10) 求められた  $\lambda_a(t)$  と  $\mu_a$  からいっばんがいの遅れ時間が流入時刻別に評価できるが、この遅れ時間がゼロになる時刻を  $T_5$  とする。  $T_5$  から  $T_2$  の間は、一般街路に待ち行列はできないので、高速道路の旅行時間が  $\Delta T$  になるように  $\lambda_{f1}(t)$  を決め、残りを一般街路に割り振る。

さて、以上のように高速道路と一般街路の両方のボトルネックから流出するレート  $\mu(t)$  は、3 つの区間でそれぞれ次の値をとる：

$$\mu(t) = \begin{cases} \mu_f & \text{for } T_0 \leq t < T_1 + \Delta T, \\ \mu_f + \mu_a(t) & \text{for } T_1 + \Delta T \leq t < T_2 + \Delta T, \\ \mu_f & \text{for } T_2 + \Delta T \leq t < T_3. \end{cases}$$

総旅行時間を最小にするためには明らかに総流出レートの大きい区間、 $T_1 + \Delta T \leq t < T_2 + \Delta T$  を長くすればよい。すなわち、 $T_1$  を小さくして、 $T_2$  を大きくすることである。(注：待ち行列で待つ時間と移動時間が同じ重みであり、かつ損失量はこれら旅行時間の線形和で表される場合のみ成立する。)

まず、 $T_1$  を小さくするためには、需要 1 の遅れ時間をいち早く  $\Delta T$  になるように、 $\mu_{f1}(t)$  をできるだけ小さくすればよい。 $\mu_{f1}(t)$  は、制御変数  $\lambda_r(t)$  の関数として式(3)のように表されるので、 $d\mu_{f1}(t)/d\lambda_r(t) \geq 0$  である。従って、 $T_1$  を小さくするためには、式(4)、(5)の制約条件を満たす範囲で、 $\lambda_r(t)$  を小さくすることになり、式(4)より、 $\lambda_r(t) = \mu_f - \lambda_2(t)$  となる。もしも、 $\mu_f - \lambda_2(t) < 0$  ならば、 $\lambda_r(t) = 0$  である。次に、 $T_2$  を大きく

するためには、需要 1 の遅れ時間が再び  $\Delta T$  に戻る時刻を大きくすることであるので、この最適策も  $\mu_{f1}(t)$  をできるだけ小さくすること、すなわち  $\lambda_r(t) = \mu_f - \lambda_2(t)$  となる。

結局、総旅行時間を小さくするための制御としては、高速道路の容量  $\mu_f$  は需要 2 にすべて割り振って、余った分だけを需要 1 が使うという制御である。これは、DSO の基本戦略と整合する。 $\Delta T$  が大きくなると、DUE 状態では全員が高速道路を選択する場合がでてくる。この場合であっても、 $\lambda_r(t)$  を制御することで需要 1 の高速道路の旅行時間を DUE の状態よりも長くする事ができるので、需要 1 を一般街路に迂回させる可能性がある。このような場合であっても、ランプ流入制御によって一般街路に迂回させてシステム最適に近づけられる可能性があることは興味深い。

しかし、 $\Delta T$  がさらに大きくなると、ランプ流入制御を行って需要 1 の高速利用の旅行時間を長くしても一般街路の旅行時間  $T_a$  の方が大きいために、誰も一般街路を利用しなくなるであろう。その場合には、全員が 1 つのボトルネックを利用するので、ボトルネック容量を一杯に使っているのであれば、総旅行時間は流入制御によって変化することはなく、ランプ流入制御の効果はなくなる。

### 5. 3. 一般化に向けての考察

以上の分析は、平行する 2 路線に終点が同じ 2 OD を持つ限定されたケースを対象に行ってきたが、本節では、前節までの結果を踏まえて、より一般的なネットワークと OD パターンについて考察を行う。

#### (1) Many-to-Many の OD パターン

図 11 のように、終点が複数ある場合を考えよう。高速道路上にボトルネックが 1 つ存在するが、利用者の終点は全員同じではなく複数の終点を持つケースである。

まず、図中の A 点からしか需要がない 1 起点の場合には、5. 1 で述べたように流入制御の効果は期待できない。図 1 の場合と同様に、高速道路と一般街路の容量の合計  $\mu_a + \mu_f$  で利用者をサービスしているのであるから、流入制御によって容量を  $\mu_a + \mu_f$  以下にすることは、遅れを増大させることになるので、流入制御の効果はない。

次に、B の高速本線上からも需要がある場合についてであるが、前節の結果に従えば、B からの需要を優先しながら高速道路へは容量一杯に流入量を調整することが基本戦略となる。しかしながら、終点が複数ある場合には、OD によって高速利用経路と一般街路利用の自由旅行時間差  $\Delta T$  が異なるので、そこ

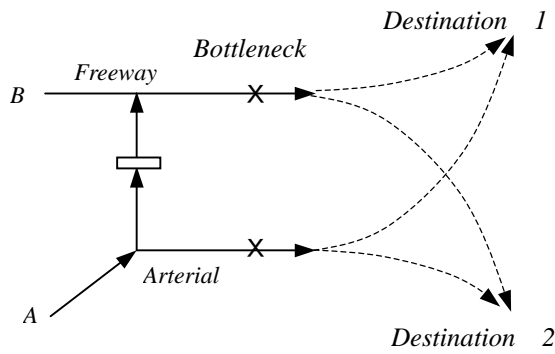


図 - 11 複数の終点を持つ OD パターン

を考慮する必要がある。では、どのような OD ペア

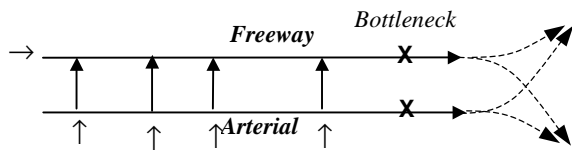


図 - 12 複数ランプ・複数 OD のネットワーク

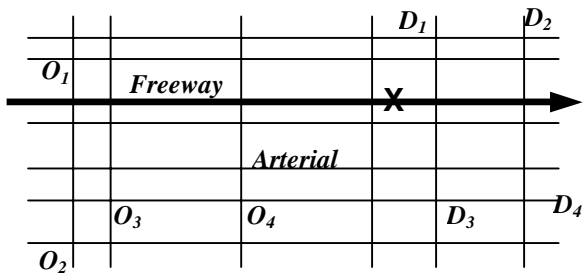


図 - 13 網状の一般街路ネットワーク  
( $O_i, D_i$  はそれぞれ起点, 終点を表す)

を優先させるべきであろうか。高速道路の容量を 1 単位使った場合の旅行時間の節約量は、自由旅行時間差  $\Delta T$  が大きい OD 需要の方が大きいので、 $\Delta T$  が大きい OD を優先すべきである。(ここでは、総旅行時間を最小にしようとする目的関数に対する最適制御であり、利用者間の公平性は無視している。)

一般には、高速本線あるいは同一のオンランプからの交通を OD 単位で区別することはできないので、ランプ流入制御を OD 単位で行うことは不可能である。しかし、図 12 のように、ボトルネックの上流側にオンランプが複数ある場合において、上流に位置するオンランプの需要の方が高速道路を利用する距離が長いので、 $\Delta T$  が大きいと仮定できる場合であれば、上流側のオンランプからの需要を優先すべきであろう。このような戦略をとった場合には、したがってボトルネックに近い下流側のオンランプは流入レートを低く押さえられてしまうか閉鎖されてし

まう可能性が高くなる。

より一般的で現実的な状況としては、図 13 が考えられる。すなわち、高速道路の周りに一般街路が張り巡らされており、そこには複数のボトルネックが散在している状況である。OD ペアも複数錯綜しているが、各 OD ともに高速利用経路(高速道路上のボトルネックを通過する経路)と一般街路のみを利用する経路が存在する場合である。ランプ流入制御を行わない状況において、つまり DUE 状態において、もしも図 3 のように高速道路のマージナルコスト  $MC_f$  が一般街路の  $MC_a$  よりも大きいような OD ペアが存在したとすれば、その OD 需要を一般街路により多く割り振ることが、システム最適に向かうことになる。式(2)に示したようにマージナルコストは利用者の負担するコストではなく、待ち行列継続時間なので、高速道路と一般街路の待ち行列継続時間の長さの差が、自由旅行時間差  $\Delta T$  よりも大きければ、一般街路に迂回させることが得策となる。高速道路の旅行時間が一般街路の旅行時間以下であっても(個々の利用者にとっては一般街路に迂回するインセンティブがなく、DUE ならば全員が高速道路を利用する場合であっても)、高速道路の待ち行列継続時間の長さが自由旅行時間差  $\Delta T$  以上であれば、流入制御を行うべきであるという結論である。

このような状況の現実的かつ安全な例としては、高速道路は混雑しているが周辺の一般街路には余裕がある時間帯を選択することである。都市内においてよく見受けられる状況は、自由旅行時間差  $\Delta T$  が 10 分のオーダーで、待ち行列継続時間が 1 時間のオーダーであるので、流入制御を行うことが正当化される状況は比較的容易に見つかりそうである。

## (2) Physical Queue

これまでの議論では、物理的な長さを持つ Physical Queue を明示的には扱ってこなかった。現実の Physical Queue においては、Point Queue では見られなかった現象が観察できる。例えば図 12 において、高速道路上に待ち行列が発生すると、やがては待ち行列が、いくつかの上流側オンランプにまで延伸する。この時、オンランプから流入する交通は待ち行列の最後尾ではなく中間に入り込むことができ、待ち行列がさらに伸びたとしてもボトルネックまでの旅行時間は変わらない。一方、高速本線を走ってきた車両はオンランプから横入りされるため、旅行時間はその分一層増大してしまう。(Point Queue の場合には、待ち行列に長さがないので、オンランプからの車両も本線車両も全て待ち行列の最後尾につくので、上記のような実現象は再現できない。)よって、その時の高速利用の旅行時間が一般街路よりも依然

として短ければ、常に高速道路を利用し続け、高速道路の混雑が Point Queue の結果以上に激化する可能性が高い。この極端な現象は、Grid Lock<sup>3,4)</sup>と呼ばれており、いずれのオンランプからの旅行時間も常に高速道路の方が短くなるために、全員が高速道路を利用する状況をいう。

ところで、Point Queue で得られたランプ流入制御の基本戦略は、高速道路の容量を無駄にしない範囲で、できるだけ一般街路に迂回させることであった。この基本戦略を Physical Queue にも当てはめれば、高速道路本線の待ち行列長は、流入制御によって解消あるいは短縮されるので上記のような Physical Queue 特有のデメリットも回避できる。

ただし、Physical Queue で注意すべき点は、一般街路に迂回させた結果、一般街路の Physical Queue をより増大させ、結果的に街路上の他のボトルネック容量を一層低下させてしまうおそれがあることである。Point Queue では、ある 1 地点のボトルネックで発生した待ち行列が、他のボトルネックの容量を低下させることはないが、現実の Physical Queue では、待ち行列の延伸がその上流ボトルネックを閉塞し、容量低下をもたらすことがある。例えば、流入制御によってオンランプの待ち行列が一般街路上にも延伸すれば、そこが新たなボトルネックになり一般街路の容量を低下させてしまうことは想像に難くない。このような Physical Queue に関する分析は今後の検討課題である。

## 6. まとめと今後の課題

本研究では、動的システム最適配分 (DSO) とランプ流入制御の基本戦略を、高速道路と一般街路が並行して走る簡単なネットワークで考察した。その結果 DSO の基本戦略は、自由旅行時間の短い経路 (この場合は高速道路) に、ちょうど容量に等しい需要を配分して残りを遅い経路に流すことに帰着した。

また、ランプ流入制御の効果が期待できる条件を明らかにし、DSO の戦略と同様に、自由旅行時間の早い経路に容量一杯まで流入量を調整することで、総旅行時間を小さくすることができることを示した。さらに、複数の OD、複数経路を持つネットワークへの適用についても考察した。ただし、Physical Queue においては、待ち行列の延伸が他のボトルネックの容量を一層低下させることがあるので、この結論が当てはまらない場合があり得る。この点については、今後の検討課題である。

本研究では、高速道路料金を明示的に扱っていない

が、もしも旅行時間に料金を含めた総費用を最小にする DSO、ランプ流入制御を考えるのであれば、(通常フローインディペンデントな) 料金を時間換算して高速道路の自由旅行時間に含めれば、同じ結論が得られる。一方、高速道路料金収入が有効に社会還元されるとすれば、最小化すべき目的関数に料金を含めるべきではなくなる。この場合には、マージナルコストは、本研究のように旅行時間だけで考えるべきであり、DSO については本研究で得られた結論と同じである。ただし、利用者の経路選択行動を考慮しているランプ流入制御については、マージナルコストには料金を含めないかわりに、各利用者の経路費用には料金を追加して考える必要がある。

ランプ流入制御の戦略は、容量を無駄にしない範囲で、高速道路に待ち行列を作らないように制御することになった。既存の研究のいくつかは、高速道路のみを対象として高速道路の容量を上回らないという制約のもとで、ランプからの流入量最大化あるいは総費用最小化を行っているが、本分析結果からは一般街路を考慮したとしても高速道路に容量制約を加えることを正当化する結果となった。

## 参考文献

- 1) Yang, H., and Huang, H., "Analysis of the Time-Varying Pricing of a Bottleneck with Elastic Demand Using Optimal Control Theory", *Trans. Res.*, 31B, 425-440, 1997.
- 2) Ziliaskopoulos, A.K., "A Liner Programming Model for the Single Destination System Optimum Dynamic Traffic Assignment Problem", Presentation preprint, Transportation Research Board, Washington, D.C., 1997.
- 3) 飯田恭敬, 金周顯, 内田敬: 都市高速道路ネットワークに対する動的流入制御モデルの開発, 土木計画学研究・論文集, No.12, pp.757-768, 1995.
- 4) 宇野伸弘, 飯田恭敬, 郷田浩二, 金周顯: 流入需要の時間変動を考慮した準動的 LP 制御問題, 第 15 回交通工学研究発表会論文集, pp.113-116, 1995.
- 5) 楊曉光, 飯田恭敬, 宇野伸宏: 走行速度の時間変化を考慮した動的 LP 制御モデル, 土木学会論文集, No.597 / IV-40, pp.273-286, 1998.
- 6) 朝倉康夫, 柏谷増男, 山内敏通: 観測データの利用による都市高速道路の動的な LP 型流入制御モデル, 土木計画学研究・論文集 No.13, pp.923-931, 1996.
- 7) 山内敏通, 朝倉康夫: 観測データの利用による都市高速道路の LP 型流入制御モデル, 土木学会第 50 回年次学術講演会, pp.62-63, 1995.
- 8) 玉木敦, 朝倉康夫, 柏谷増男, 山内敏通: 都市高速道路の動的な LP 型流入制御モデルの数値計算, 土木学会第 51 回年次学術講演会, pp.494-495, 1996.
- 9) 松井寛, 佐藤佳朗: 都市高速道路の動的流入制御理論に関する研究, 土木学会論文報告集第 326 号, pp.103-114, 1982.
- 10) 森地茂, 清水哲夫: 都市高速道路における新たなリアルタイム流入制御手法に関する研究 遺伝的アルゴリズムの適用 v 土木計画学研究・論文集, No.13, pp.915-922, 1996.
- 11) 二反地裕貴, 朝倉康夫, 柏谷増男, 玉木敦: 平面街路

を考慮した都市高速道路の動的な最適流入制御モデルの  
数値計算，土木学会第 52 回年次学術講演会，  
pp.176-177，1997．

- 12) Zhang, H., Ritchie S. G., and Recker, W. W. : Some General Results on the Optimal Ramp Control Problem, Transportation Research-C, Vol.4, No.2, pp.51-69, 1996
- 13) Zhang, H. Michael and Stephen, G. Ritchie : Freeway Ramp Metering Using Artificial Neural Networks, Transportation Research-C, Vol.5, No.5, 1997.
- 14) Daganzo, C.F., "The Nature of Freeway Gridlock and How to Prevent It", in Transportation and Traffic Theory, J.B.Lesort(ed.), Pergamon-Elsevier, New York, 629-646, 1996.
- 15) Daganzo C.F. : Queue Spillovers in Transportation Networks with a Rote Choice, accepted in Transportation Science, 1998.

# AN ANALYSIS ON DYNAMIC SYSTEM OPTIMAL ASSIGNMENT AND RAMP CONTROL ON A SIMPLE NETWORK

Masao KUWAHARA, Institute of Industrial Science, University of Tokyo  
Toshio YOSHII, Kochi University of Technology  
Kotaro KUMAGAI, Institute of Industrial Science, University of Tokyo

This research analyses theoretical aspects on DSO (the Dynamic System Optimal assignment) and the ramp control using a simple network with parallel freeway and arterial. First, the dynamic marginal cost, which plays an important role in the dynamic analysis, is defined and several queuing patterns in DSO are described. Second, based on the DSO discussion, the ramp control strategy is analyzed. It has not been known whether the ramp control can indeed reduce the total travel time not only on the freeway but on the arterial, since the control basically decreases capacity of a link on a network. However, the analysis reveals required conditions and the optimal strategy so that the ramp control can effectively reduce the total travel cost.