論文

時間価値の個人差を考慮した道路混雑料金の理論的考察
A Theoretical Analysis on Congestion Pricing for Highway Traffic Considering Individual Variation in Time Value

井料隆雅*
桑原雅夫**

本論文では，時間価値の個人差を考慮した出発時刻選択問題を従来のものに比して明解な方法で解き，それによって渋滞を解消する混雑料金について議論した。道路交通の混雑緩和策の一つとして，需要を時間的に分散させて渋滞を解消させる方法が知られている。この分散の一つの方法として混雑料金政策がある。この政策を理論的に解析するには，利用者の行動を時間に依存した形で解く必要がある。このような理論解析の研究はすでに出発時刻選択問題として知られている。一方，混雑料金政策が金銭を手段としている以上，金銭に対する感受性の個人差は必ず考慮する必要がある。本研究では時間価値の個人差を考慮した解析方法とそれを分かりやすく図上で表現する方法を提案した。これを用いて，個人差の存在によって混雑料金政策での各利用者の費用および行動がどのように変化するかを示した。また，定量的解析のための個人特性の具体的な推定方法も提示している。

キーワード　混雑料金　出発時刻選択問題　需要の時間分散

1. はじめに

渋滞の緩和策として，総需要は保存したまま需要を分散化させる「需要分散政策」が最近注目されている。この政策はある特定の時刻に集中して存在している需要の一部を前後の空いている時刻に分散させ，それにより渋滞を解消させる，というものであり，総需要を不変の量としたまますべての利用者の目的地到着時刻を変化させることなく渋滞を解消させることが可能である。この需要分散を実現させる方法の一つとして考えられるのは，時間に依存して変化する混雑料金，すなわち「動的な混雑料金」である。混雑料金は一般的には需要抑制効果を持っているが，すべての利用者がその費用の変化に係わらず必ず道路を利用して旅行を行なうという状況を考えれば，混雑料金は総需要を変化させず，一方で混雑料金が高い時間の旅行を抑制する，すなわち需要を分散させる効果を持っていると考えられる。このような動的な混雑料金に対する分析を行なうには，動的な利用者行動の解析，すなわち「出発時刻選択問題[1]」を解く必要がある。この問題では，利用者は混雑によるコストと希望時間以外に旅行を行うことに対するコスト（スケジュールコスト），混雑料金によるコストのバランスを見た上で，自分自身のコストを最小にするように出発時刻を選択する，と仮定する。そして，すべての利用者がこのように行動した際に渋滞がどのようになるかを解析する。

ここで，金銭を用いて需要調整を行なう際に

* 東京大学生産技術研究所第5部桑原研究室（TEL 03-5452-6098 ext. 58175　e-mail : iryo@nishi.iis.u-tokyo.ac.jp）
** 東京大学生産技術研究所教授

は，時間価値に対する個人差の影響はおそらく無視できない，という点に注意したい。混雑料金政策では，各個人が感じる渋滞での不効用と金銭に対する不効用との差が一つのポイントになる。現実には各利用者のもつさまざまな特性に依存して，この不効用の感じ方の差は大幅に異なってくると考えるのが自然である。それゆえ，個人差を考慮することは混雑料金政策の解析を行なう際には必要不可欠なものと考えられる。しかし一方で，出発時刻選択問題に関して個人差を明確に取り扱ったのは Newell の論文[2]のみであり，また，この論文では混雑料金に関する議論は限定されたものであって具体的な解析には至っていなかった。

本論文では，個人差を考慮した出発時刻選択問題を解いた上でこれを混雑料金問題に拡張して，渋滞を解消する混雑料金の形状や，利用者の行動や費用の変化について解析を行う。

2. 単一ボトルネックにおける個人差を考慮した出発時刻選択問題

ここでは，単一ボトルネックにおける混雑料金がない時の個人差を考慮した出発時刻選択問題を，Newell による解法[2]とは異なったより分かりやすく拡張性の高い方法で解く。

2.1 問題の定式化

まず，この問題で考察する系を決定する。いま，居住地と目的地が一本の道路で結ばれ，そこに単一ボトルネックがある状態を考える（図-1）。この道路は，ボトルネックの部分に限って容量に上限がある。この容量を μ とする。居住地には毎日必ずこの道路を利用する道路利用者が一定数だけ存在する。この一本の道路以外には道路はない。また，需要は完全に非弾力的である。よってすべての利用者は毎日必ずこの道路で同じ条件の旅行を行う。すなわち，いま利用者に与えられた行動の選択権は，「居住地を出発する時刻を選択すること」のみである。各利用者の目的地への希望到着時刻はすでに外生的に決まっており，この希望到着時刻の分布がある程度偏っているとする。すると，ある特定の時間を出発時刻として選択する利用者が増加し，その結果一部の利用者はボトルネックの手前でボトルネックを通り抜けるのを待つことになる。この待ち行列が渋滞である。

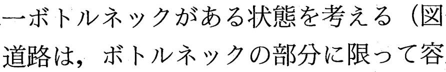

図-1　対象とするネットワーク

ところで，出発時刻は居住地を基準として決定される時刻で，一方で希望到着時刻は目的地を基準として決定される時刻である。これでは不便なので，以下ではこれらをボトルネックを基準として書き直す。まず希望到着時刻については，「希望到着時刻」−「ボトルネック～目的地の旅行時間」，すなわち，「希望到着時刻ちょうどに目的地に到着する時にボトルネックを出る時刻」を用いる。この時刻を「希望ボトルネック出発時刻 t_w」とする。一方，居住地出発時刻については，「居住地出発時刻」+「居住地～ボトルネックの旅行時間」+「ボトルネックでの待ち時間」，すなわち，「待ち行列を抜ける時刻」を用いることとする。この時刻を「ボトルネック出発時刻 t_d」とする。なお，各区間の旅行時間は一定であるとし，ボトルネックでの待ち時間は各利用者とも完全に予測できるとする。そのため，t_w，t_d ともに希望到着時刻，居住地出発時刻から一意に決定することが可能である。

最後に，ボトルネックでの待ち時間がどのように表記されるか考える。待ち時間とは「渋滞からの流出時刻 t_d」から「渋滞への流入時刻」を引いたものである。いま，ボトルネックが FIFO サービスである，すなわち，待ち行列への流入順と行列からの流出順が等しい，という仮定をおく。この仮定は，車両の追越しがあるため厳密には成立しないが，数分単位の車両の順番については概ね成立する。この仮定により渋滞への流入時刻は渋滞からの流出時刻 t_d を用いて一意に決定することが可能になる。よって待ち時間は t_d の関数 $w(t_d)$ として表すことができる。

さて，我々が今知りたいのは，各利用者がどのように t_d を選択し，その結果，渋滞の待ち時間

$w(t_d)$ がどうなるのか，ということである。そのためには利用者がどのような原理に基づいて行動するかを決めておく必要がある。

いま，通勤混雑による一般化交通費用を

$$p=c_w w(t_d)+c_s(t_w-t_d),\ (t_d\leq t_w) \qquad (1)$$

と定義する。ただし，c_w は渋滞での待ち時間における単位時間価値，c_s は目的地での待ち時間における単位時間価値である。これら2つの時間価値の係数は，すべての旅行者に対して外生的に与えられ，また，これらの係数の値については，各利用者ごとに異なること，すなわち「個人差がある」ことが許されているものとする。この式のうち第1項は渋滞での待ち時間による費用であり，第2項は目的地での待ち時間による費用（スケジュールコスト）である。なお遅刻は許されておらず，すべての利用者について $t_d\leq t_w$ であるとする。また，すべての利用者について $c_s\leq c_w$ が成立するとする。すなわち目的地での待機よりも渋滞に巻き込まれることを好むことはないとする。

このように，時間損失に対して線形の費用関数を定義することは，当然，必ずしも現実を忠実に反映しているわけではない。それでもなおこのような仮定を置くのは，線形の費用関数は，「時間損失が増加すると費用も増える」という，時間損失と費用の関係の一番本質的な部分は保持しているということ，また，「各個人の特徴をより少ない係数で代表することが出来る」という利便性を重視してのことである。

各利用者は p を最小化するように t_d を選択すると仮定する，いま，各個人の費用関数を代表する2つの係数 c_w，c_s の比を，$\gamma=c_s/c_w$ と定義する（これを「コスト比」と称する）。このとき各利用者は

$$\frac{dp/c_w}{dt_d}=\frac{dw}{dt_d}-\gamma=0 \text{ かつ}$$

$t_d<t_w$ （定刻の前に到着：早着者） (2)

$t_d=t_w$ （定刻に到着：定時着者） (3)

のいずれかを満たす t_d を選択することになる。

以降では，この式によって各利用者がどのように t_d を選択するかを調べ，そしてそこから $w(t_d)$ がどのような形になるかを求めていく。

2.2 図を用いた分析方法

まず，式(2)，(3)を見ると，各利用者が自分自身のボトルネック出発時刻 t_d を何に依存して決定するかがわかる。いま，これら2式には，各個人に固有のパラメータ t_w，c_w，c_s すべてが独立に入ってはおらず，t_w，γ の2つが入っているのみである。このため，t_d は t_w，γ のみで決定することになる。これは，$t_w-\gamma$ の平面上に各利用者が分散し，平面上の位置によって各利用者の出発時刻が決定する，とも言える。この平面を γ 図と呼ぶ（図-2）。

それでは，t_d が γ 図の各位置でどのような値になるかを考えよう。そのための第一歩が，ある旅行者が早着者か定時着者かを判別することである。この判別は，t_w のみを引数とする一価関数で行なうことが出来る。さらに，この関数は後に t_d を決定する際に利用でき，$w(t_d)$ を決定する際にも応用できるものであり，非常に重要なものである。この一価関数の存在については以下の定理により証明される。

<u>定理1</u>　すべて利用者 (t_w,γ) について，

$\tilde{\gamma}(t_w)\leq\gamma$ の人は定時着，

$\tilde{\gamma}(t_w)>\gamma$ の人は早着，

となる一価関数 $\tilde{\gamma}(\cdot)$ が存在する（証明は付録）。

定理1を図にしたのが図-3である。このように，関数 $\tilde{\gamma}()$ は，γ 図上のすべての利用者を定時着者と早着者に区分する境界線として図示できる。

この境界線の形状をどのように決定するのかは後述するとして，まず，この境界線 $\tilde{\gamma}()$ からどのようなことを知ることが出来るかについて示そう。

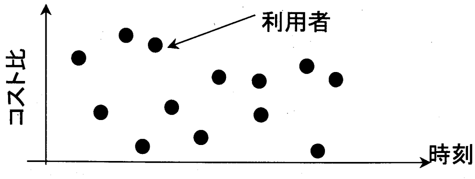

図-2　利用者を時間-コスト係数比平面に分布させた図

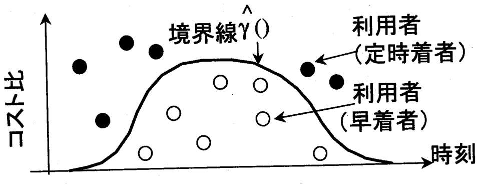

図-3　定時着者●と早着者○を区分する境界線を引いた図

この境界線から分かることは，

(a)　早着者のボトルネック出発時刻 t_d

(b)　時刻 t_d にボトルネックを出発した早着者が渋滞で待った時間と，一般化交通費用 p

(c)　時刻 t_d にボトルネックを出発した定時着者が渋滞で待った時間と，一般化交通費用 p

の3つである。以下これらについて各々説明する。

まずは(a)について説明する。以下の定理を用いることにより早着者のボトルネック出発時刻 t_d を知ることができる。

<u>定理2</u>　コスト比 γ を持つ早着者のボトルネック出発時刻 t_d は，$\hat{\gamma}(t)=\gamma$ かつ $t<t_w$ を満たす t のうち t_w に一番近いものとなる（証明は付録）。

図-4にこの定理を図で示す。すなわち，早着者は，自分自身の γ を通る横線と境界線との交点のうち，自分自身の t_w のすぐ左隣の点を出発時刻として選択することになる。

なお，図-4から，「同じ t_w を持つ利用者であれば，γ がより大きい利用者の t_d が小さくなることはない」ということが分かる（系2-1)。この命題については，定理1の中（式(33)）で数学的な証明が与えられている。

次に(b)について説明する。いま，早着者のことを考えているため，式(2)より，$dw/dt_d=\gamma$ が成立し，また，定理2から，$\hat{\gamma}(t_d)=\gamma$ なので，これらを合わせて積分することにより，

$$w(t_d)=\int_{t_0}^{t_d}\hat{\gamma}(t)dt \qquad (4)$$

と $\hat{\gamma}()$ により表記できる。なお，t_0 は渋滞開始時刻で $w(t_0)=0$ である。この $w(t_d)$ は図-4のように境界線下部の面積で示すことが出来る。

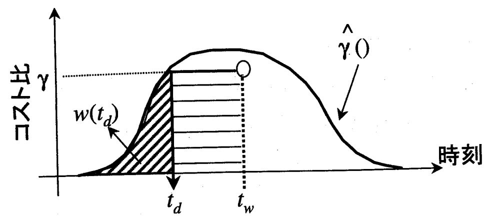

図-4　早着者○のボトルネック出発時刻 t_d および渋滞での待ち時間 $w(t_d)$（斜線部の面積）およびこの早着者のスケジュールコスト（横線部の面積×c_w）

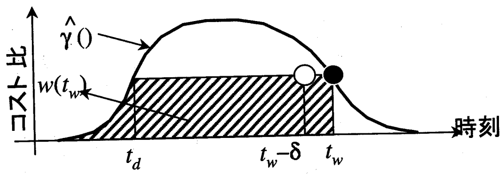

図-5　時刻 t_w にボトルネックを出発する定時着者の待ち時間（斜線部の面積）

一般化交通費用 p については，待ち時間による費用にスケジュールコストを加える必要がある。スケジュールコストを γ 図上で示したものを図-4に記す。横線部の面積は $\gamma(t_w-t_d)$ に等しく，この面積に $w(t_d)$（＝斜線部の面積）を加えて c_w をかければこの早着者の p が求まる。

最後に(c)について説明する。いま，境界線上 $(t_w, \hat{\gamma}(t_w))$ にいる定時着者（図-5の●）と，境界線上から微小量だけ境界線の内側 $(t_w-\delta, \hat{\gamma}(t_w))$ にいる早着者（図-5の○）を考える。なお，この早着者のボトルネック出発時間を t_d とする。いま，γ 図上で隣接する2人の費用 p は連続であり，

$$w(t_w)=w(t_d)+\hat{\gamma}(t_w)(t_w-t_d) \qquad (5)$$

という関係が成立する（補題1証明は付録に記す)。t_d および $w(t_d)$ は $\hat{\gamma}(t_w)$ から知ることが出来るので，式(5)を用いれば境界線上の定時着者の待ち時間もわかる。この待ち時間は式(5)の右辺より図-5の斜線部の面積で示せる。なお，定時着者の一般化交通費用は渋滞での待ち時間 $w(t_w)$ のみによるので，$p=c_w w(t_d)$ とすればす

ぐに求まる。

2.3 境界線の決定

前節より，境界 $\hat{\gamma}()$ が分かれば渋滞について多くのことが分かることを見てきた。次に，この境界線を求めることを考えよう。

ある時刻 t_w にボトルネックを出る利用者の数を γ 図から計算して，これがボトルネックの道路容量に等しいことを用いることにより，$\hat{\gamma}()$ が満たすべき方程式を導くことが出来る。まず γ 図の各 (t_w, γ) における利用者の数を密度関数 $\rho(t_w, \gamma)$ であらわし，ρ の累積関数を

$$F(t_w, \gamma)=\int_0^{\gamma}\rho(t_w, \gamma^*)d\gamma^*$$

$$W(t_w, \gamma)=\int_{-\infty}^{t_w}\rho(t_w^*, \gamma)dt_w^* \qquad (6)$$

とする。ここで，ある出発時刻 t_d を考えたとき，時刻 t_d から t_d+dt_d の間にボトルネックを出る定時着者の数 dN_o は，関数 $\hat{\gamma}$ の定義から，

$$dN_o=dt_d\{F(t_d, 1)-F(t_d, \hat{\gamma}(t_d))\} \qquad (7)$$

と与えられる。一方，時刻 t_d から t_d+dt_d の間にボトルネックを出る早着者の数 dN_e については，t_d から t_d+dt_d の間にボトルネックを出発する利用者の持つ γ が $\hat{\gamma}(t_d)$ から $\hat{\gamma}(t_d+dt_d)$ であることより，この範囲の γ を持つ早着者の数を合計すればよいので，

$$dN_e=d\hat{\gamma}\{W(t_d^*, \hat{\gamma}(t_d))-W(t_d, \hat{\gamma}(t_d))\} \quad (8)$$

と計算できる。ただし，t_d^* は，$\hat{\gamma}(t_d^*)=\hat{\gamma}(t_d)$ を満たすもののうち t_d の次に大きいものである(図-6)。そして，ある単位時間にボトルネックを通る利用者数は，渋滞中ならば必ずボトルネック容量と等しくなることにより，$\hat{\gamma}(t_d)$ が増加しているために t_d を選択する早着者が存在する時には，

$$\mu dt_d=dN_e+dN_o \qquad (9)$$

が成立し，それ以外の時には，

$$\mu dt_d=dN_o \qquad (10)$$

が成り立つことが分かる（図-6)。

この式(9)(10)を用いて，$\hat{\gamma}()$ を解くことを考える。まず式(10)に注目する。この式には $\hat{\gamma}()$ の微分項が入っていないため，これを $\hat{\gamma}()$ について解くのは容易で，F の γ に対する逆関数 F^{-1} を，

$$F^{-1}(F(t_d, \gamma), t_d)=\gamma \qquad (11)$$

と定義することにより，

$$\hat{\gamma}(t_d)=1-F^{-1}(\mu, t_d) \qquad (12)$$

と計算できる。式(10)が適用できるのは，時刻 t_d にボトルネックを流出する早着者が存在しないとき，すなわち $\hat{\gamma}()$ が減少しているときだけとなる。以上によって，図-7(a)のように，境界線の右半分は決定できる。

残った左半分（$\hat{\gamma}()$ が増加する部分）については式(9)を用いて解く。式(9)は両辺を dt_d で割ることにより，$\hat{\gamma}()$ に対する一階の微分方程

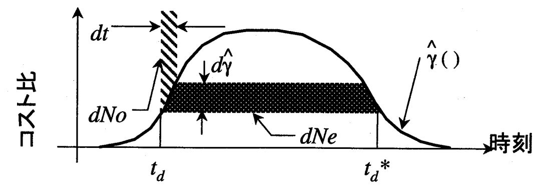

図-6　ある時間帯 Δt にボトルネックを流出する利用者
斜線部が定時着者で，黒の部分が早着者

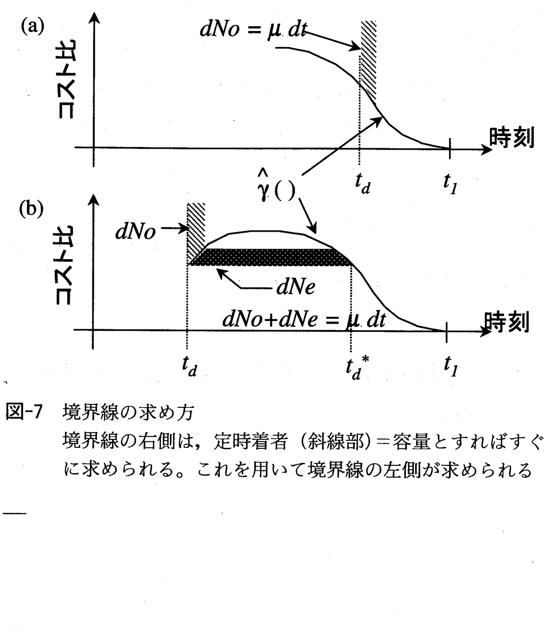

図-7　境界線の求め方
境界線の右側は，定時着者（斜線部）＝容量とすればすぐに求められる。これを用いて境界線の左側が求められる

式となる。そのため，何らかの初期値を設定する必要がある。また，式(8)に現れる，ある時刻 t_d に到着する早着者のもつ最大の t_w を示す関数 $t_d^*()$ もあらかじめ知っておく必要もある。これらの情報を与えるのが，式(12)で解いた $\bar{\gamma}()$ である。この $\bar{\gamma}()$ に連続するように初期値を決定すれば，図-7(b)のように，t_d の大きいほうから順次 $\bar{\gamma}(t_d)$ を式(9)にしたがって一意に決定することが可能である。

3. 渋滞を完全に解消する混雑料金政策

混雑料金について議論するには，式(1)に料金の項を足す必要がある。すなわち，

$$p=c_w w(t_d)+c_s(t_w-t_d)+\chi(t_d) \tag{13}$$

となる。いま，$\chi(t_d)$ は t_d にボトルネックを出る利用者に課される料金である。

今回は混雑を完全に解消する混雑料金 $\chi_0(t_d)$ についてのみ考察する。このときの利用者のコストは，式(13)の待ち時間の項を落して，

$$p=\chi_0(t_d)+c_s(t_w-t_d) \tag{14}$$

となる。この式は，$c_w w(t_d)$ を $\chi_0(t_d)$ と置き換え，γ を c_s と置き換えれば，式(1)と同じ形状になる。よって，$\chi_0(t_d)$ は $w(t_d)$ を求めるのと全く同じ手法で求められる[2]。このことは，時間価値に個人差があるような状況でも渋滞を解消する混雑料金を一意に決定することが可能であることを示している。

ただし，c_s の分布と $\gamma=c_s/c_w$ の分布は，c_w がすべての利用者で唯一の値とならない限り違った形状になる。このことにより，図-8に示すように (t_w, γ) 平面における境界線と，(t_w, c_s) 平面における境界線の形は相似形とはならない。よって，渋滞を解消する混雑料金 $\chi_0(t_d)$ は待ち時間 $w(t_d)$ に単純に比例するわけではないことがわかる。

4. 混雑料金による利用者の行動および費用の変動

ここでは，混雑料金政策による利用者の行動や費用の変化ついて考える。

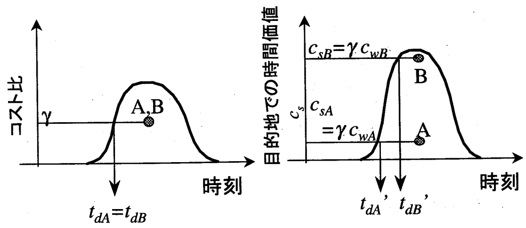

図-8　混雑料金による出発時刻の変化
c_w が大きい利用者は c_s も大きくなるためにボトルネック出発時刻は遅くなる

まず利用者の行動の変化について考える。いま，同じコスト比 γ と，希望ボトルネック出発時刻 t_w を持つが，c_w については異なる値 $c_{wA}<c_{wB}$ をもつ利用者A, Bを考える。この2人は，混雑料金を導入する前には，同じ出発時刻 t_d を持っている。この2人の c_s は，

$$c_{sA}=\gamma c_{wA},\ c_{sB}=\gamma c_{wB} \tag{15}$$

となり，$c_{sA}<c_{sB}$ となる。第3章ですでに述べたとおり，混雑料金政策を実施している時のボトルネック出発時刻 t_d は (t_w, γ) の代わりに (t_w, c_s) によって定理2によって全く同じように表される。そのため系2-1がそのまま利用でき，この2人の混雑料金政策後のボトルネック出発時刻 t'_{dA}, t'_{dB} は，必ず $t'_{dA}\leq t'_{dB}$ を満たすことが分かる。よって

「同じ (t_w, γ) を持つ利用者であれば，渋滞での時間価値 c_w が大きいほど，混雑料金政策により出発時刻を遅くし，逆に小さいほど，出発時刻を早くする傾向がある」ということが分かる。

このことを図で示したのが図-8である。図-8は γ 図と同じ意味を持つ図を縦軸を c_s に代えてかいたものである（c_s 図）。γ 図の時と同じく，境界線の位置が c_s となるときの時刻がこの利用者の t_d となっている。

一方で，もとの γ の値によっては，出発時刻を変動させない利用者もいる。このような利用者のほとんどは，γ と c_w が大きく，それゆえ $c_s=\gamma c_w$ も大きく，混雑料金政策の前後どちらでも定時着者である人である。

次に同じ利用者A，Bのpの変化について考える。政策前の両者の費用をp_A，p_Bとし，政策後についてはp'_A，p'_Bとする。

このとき，両者が政策前に定時着者，早着者のどちらであっても，

$$p_A = c_{wA}\,w(t_d) + \gamma c_{wA}(t_w - t_d)$$
$$p_B = c_{wB}\,w(t_d) + \gamma c_{wB}(t_w - t_d) \qquad (16)$$

と記述でき，また，政策後に定時着者，早着者のどちらであっても

$$p'_A = \chi_0(t'_{dA}) + \gamma c_{wA}(t_w - t'_{dA})$$
$$p'_B = \chi_0(t'_{dB}) + \gamma c_{wB}(t_w - t'_{dB}) \qquad (17)$$

と記述できる。利用者A，Bの費用の変化を前後比で表すと，

$$\frac{p'_A}{p_A} = \frac{\chi_0(t'_{dA})/c_{wA} + \gamma(t_w - t'_{dA})}{w(t_d) + \gamma(t_w - t_d)}$$
$$\frac{p'_B}{p_B} = \frac{\chi_0(t'_{dB})/c_{wB} + \gamma(t_w - t'_{dB})}{w(t_d) + \gamma(t_w - t_d)} \qquad (18)$$

さらにこれらの比をとると，

$$\frac{p'_B/p_B}{p'_A/p_A} = \frac{\chi_0(t'_{dB}) + c_{wB}\gamma(t_w - t'_{dB})}{\chi_0(t'_{dA}) + c_{wA}\gamma(t_w - t'_{dA})} \cdot \frac{c_{wA}}{c_{wB}} \qquad (19)$$

となる。この式の右辺の前半は両者の政策後の費用の比p'_B/p'_Aに等しい。この両者の政策後の費用比について考えてみる。すでに述べたように，c_s図における性質は図と全く同じであり，$\chi_0(t_d)$は$w(t_d)$と同じように境界線下部の面積で表される(図-9)。ところで，図-9に示すとおり，$c_{sA}(=\gamma c_{wA})$が大きいほど，c_{sA}の増加に対してp'_Aの増加する量は小さくなる（Bについても全く同じ)。よって，$p'_B/p'_A < c_{wB}/c_{wA}$となる。その結果，

$$\frac{p'_B/p_B}{p'_A/p_A} < 1 \qquad (20)$$

となる。利用者Bが定時着者になっている場合は，面積比p'_B/p'_Aがさらに小さくなるため（図-10)，式(20)の関係は成り立つ。利用者A,Bが定時着者の場合には，単純に$p'_B/p'_A=1$となるため，$c_{wA} < c_{wB}$の前提によって，やはり式(20)の関係が成り立つ。以上により，

「同じ(t_w, γ)を持つ利用者については，より大きいc_wを持つ利用者のほうが，混雑料金政策による費用の増加は少ない（または減少幅が大きい)」ということが分かる。

ここまでは(t_w, γ)が同じ利用者について分析してきたが，次に，(t_w, c_w)は同じ値だが，γの値が違う利用者について，混雑料金政策前後の費用の変化について比べてみよう。ここでは利用者A，Bのγを，$\gamma_A < \gamma_B$としよう。

いま，利用者A, Bともに，政策前には定時着者である状況を考えよう。しかし政策後には，γが小さく，ゆえにc_sも小さくなる利用者Aのみが早着者になるとする。Aの政策後の到着時刻をt'_dとする。また，政策前の両者の費用をp_A，p_Bとし，政策後についてはp'_A，p'_Bとする。

利用者Bの費用の変化については，

$$\frac{p'_B}{p_B} = \frac{\chi_0(t_w)}{c_w\,w(t_w)} \qquad (21)$$

である。一方，利用者Aについては，

$$\frac{p'_A}{p_A} = \frac{\chi_0(t'_d) + c_w\,\gamma(t'_d - t_w)}{c_w\,w(t_w)} \qquad (22)$$

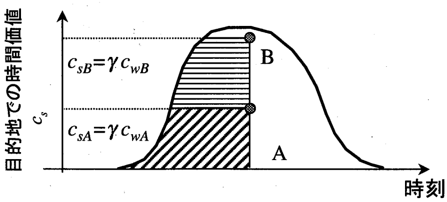

図-9　混雑料金政策後の費用。斜線部がAの費用p'_A斜線部＋横線部がBの費用p'_B。
c_sが大きいほど，費用（＝面積）の単位c_sあたりの増加は小さくなる。よって，A，Bの費用の比p'_B/p'_Aは，A，Bのc_sの比c_{sB}/c_{sA}よりも小さい。

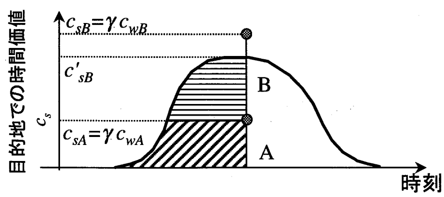

図-10　Bが政策後に定時着者である場合。
図-9と同様の考えで，
$p'_B/p'_A < c'_{sB}/c_{sA} < c_{sB}/c_{sA}$となる。

となる。式(22)の分子については，利用者Aが政策後に定時着者であることをやめて早着者になっていることより，

$$\chi_0(t'_d)+c_w\gamma(t'_d-t_w)<\chi_0(t_w) \tag{23}$$

が成立している。よって，

$$\frac{p'_B}{p_B}>\frac{p'_A}{p_A} \tag{24}$$

となる。このように，

「同じ(t_w, c_w)を持っている利用者たちの場合でも，政策後に早着者になる人の方が，政策後も定時着者の人よりも費用が小さくなる」ことがわかる。

5. コスト比の推定

この章では，実際に観測される渋滞の待ち時間$w(t_d)$から，個人特性，特に，コスト比γの分布をどのようにして推定するかについて述べる。γの分布を推定することは，定量的な解析を試みる際の第一歩となるものである。

まず最初にすべきことは$w(t_d)$から境界線$\bar{\gamma}()$を決定することである。これは式(4)，(5)から逆算することにより可能である。

次に，各利用者のγの分布を求めることを考える。この際に，簡単のため「需要分布$\rho(\gamma, t_w)$は，$\rho(\gamma, t_w)=\phi(\gamma)D(t_w)$と変数分離できる」という仮定（変数分離の仮定）を置く。このとき$D(t_w)dt_w$は時刻$[t_w, t_w+dt_w]$を希望する人の「人数」を表し，$\phi(\gamma)d\gamma$はコスト比$[\gamma, \gamma+d\gamma]$を持つ人の「割合」を示している。また，$\phi()$の累積分布表示を，

$$\Phi(\gamma)=\int_0^{\gamma}\phi(\gamma^*)d\gamma \tag{25}$$

と定義する。

このような変数分離の前提を式(10)に代入すると，$\bar{\gamma}(t_d)$が減少している時には

$$\mu=D(t_d)(1-\Phi(\bar{\gamma}(t_d))) \tag{26}$$

という式が成立する。これを変形すれば，

$$\Phi(\gamma)=1-\mu/D(\bar{\gamma}^{-1}(\gamma)) \tag{27}$$

と，$\Phi(\gamma)$を$\gamma\leq\max[\bar{\gamma}()]$の範囲で$D()$に依存する形で求めることが出来る。

ただし，この方法で求めることが可能なのは$\gamma\leq\max[\bar{\gamma}()]$の範囲だけである。$\gamma$が$\max[\bar{\gamma}()]$より大きい利用者は，$\gamma$が$\max[\bar{\gamma}()]$以上のどの大きさに変化しようとも，定時着者のまま，つまりt_dはt_wのままである。このため，$\max[\bar{\gamma}()]$より大きい部分のγの分布は$\bar{\gamma}()$や$w(t_d)$の形状が計算される際には何ら寄与していない。そのため$w(t_d)$から$\Phi(\gamma)$の$\gamma>\max[\bar{\gamma}()]$の部分を逆算することは不可能である。

さて，上記の方法では$\bar{\gamma}()$の減少部分のみを用いて$\Phi(\gamma)$を推測した。ところで，このようにして求めた$\Phi(\gamma)$と$D(t_w)$とを組み合わせると，式(9)で示した$\bar{\gamma}()$が増加しているときに成立する関係，すなわち

$$\mu=\frac{d\bar{\gamma}}{dt_d}\frac{d\Phi}{d\gamma}\int_{t_d}^{t_d^*}D(t_w)dt_w+(1-\Phi(\bar{\gamma}(t_d)))D(t_d) \tag{28}$$

を用いることにより，$\bar{\gamma}()$の増加部分を$w(t_d)$から逆算した$\bar{\gamma}()$の増加部分とは「まったく関係なく」求めることが出来る。しかし，当然ながらこの2つは理論的には完全に一致しなくてはならない。この条件は，始めに需要の分布に変数分離の仮定を置いたために生じたものである。もし一致しないのであれば，最初の$D(t_w)$の仮定か，または変数分離の仮定に問題があったといえる。変数分離の仮定を生かすのであれば，最初の仮定の$D(t_w)$を適宜修正して計算を繰り返し，上記の条件をよりよく満たす$D(t_w)$を探すことになる。

6. 観測データから個人特性を推定する

この章では，例として首都高速湾岸線葛西JCT付近をボトルネックとする実際に観測された渋滞を用いて，各利用者のコスト比を推定する手順を追って行く。

まず，γ図における境界線を決定する。首都高

速湾岸線葛西 JCT 付近で観測された渋滞の待ち時間を図-11 に示す。この渋滞での待ち時間に式(4)，式(5)で示した関係を用いると境界線を決定できる。これが図-12 である。

次に需要の分布関数 $D(t_w)$ を決定する。しかし需要の分布については何の情報もないので，ここでは，具体的な需要の形として図-13 にあげるような2通りのものを仮定した。ボトルネック容量 μ は 3600 台/時とした。以上の仮定により前章の方法で $\Phi(\gamma)$ を求められる（図-14）。

この $\Phi(\gamma)$ と $D(t_w)$ を用いて，境界線 $\hat{\gamma}(t_w)$ の右側を式(26)から求めることができる（図-15）が，2つの需要パターンのうち一方（仮定1）のみが現実の境界線をよく再現している。よって，仮定1により計算された $\Phi(\gamma)$ のほうが前章で述べた変数分離の仮定の元ではより信頼できることがわかる。

以上の手続きにより，いくつかの仮定の下ではあるが γ の累積分布 $\Phi(\gamma)$ を部分的に求められた。

7. おわりに

この論文では，時間価値に個人差がある場合における，渋滞の状況の計算方法について，Newell の方法に比してより明解な方法を示し，その理論を応用して，総需要を変化させずに渋滞を完全に解消するような混雑料金政策を行なった際に各個人の行動や費用がどう変化するかを提示した。

この結果，混雑料金政策による費用の変動が各利用者の個人特性に応じて異なることがわかった。コスト比が同じであれば，渋滞での時間価値が大きい人の費用は混雑料金政策により減少する傾向があり，小さい人の費用は増加する傾向がある。また，渋滞での時間価値が等しく，混雑料金政策前の費用が同じ利用者の場合，政策後にはコスト比が小さい利用者の費用の方が，コスト比の大きい利用者の費用より小さくなる傾向がある。コスト比の大きさは交通の目的によって異なってくると考えられるため，混雑料金政策による費用の変化には，渋滞の待ち時間での時間価値だけで

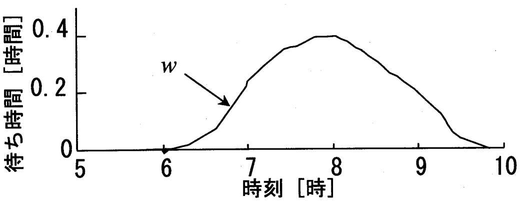

図-11　葛西 JCT で観測された渋滞の待ち時間

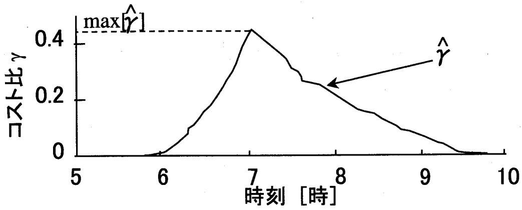

図-12　葛西 JCT での待ち時間を $\hat{\gamma}$ に変換したもの

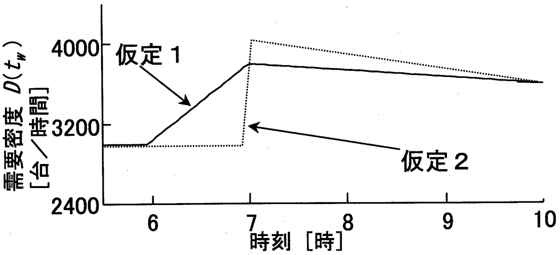

図-13　$\Phi(\gamma)$ の計算のために仮定した需要

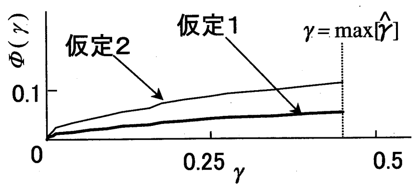

図-14　$\hat{\gamma}$ と仮定した需要から求めた $\Phi(\gamma)$

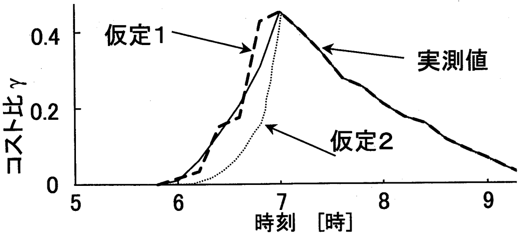

図-15　仮定した需要と求めた $\Phi(\gamma)$ を元に $\hat{\gamma}$ の左側を求めた図

なく，交通の目的も影響しているということがいえよう。

混雑料金の形状については，この論文では多くは言及していないが，重要なポイントとして，個人差が存在するときには，渋滞をなくす混雑料金は混雑料金がないときの待ち時間に比例するわけではない，という点がある。

上記のような性質は，個人差を考慮してはじめて現れる。渋滞の待ち時間での時間価値 c_w に個人差がない場合は，コスト比 γ が等しい利用者の c_s は必ず等しくなるため，混雑料金政策によって，出発時刻も費用も一切かわらない。また，このときには，γ の分布と c_s の分布が相似形になるため，混雑料金は，混雑料金がないときの渋滞での待ち時間に比例係数をかけるだけで求めることが出来る。このことは，道路における混雑料金政策については，時間価値について個人差を考慮することが本質的に重要であることを示しているといえる。

付録（定理の証明）

[定理1]　t_w の等しい2人の旅行者1，2のコストは，

$$p_1/c_{w1}=w(t_{d1})+\gamma_1(t_w-t_{d1})$$
$$p_2/c_{w2}=w(t_{d2})+\gamma_2(t_w-t_{d2}) \qquad (29)$$

と書ける。ここで，2人の t_d を入れ替えると，

$$p_1^*/c_{w1}=w(t_{d2})+\gamma_1(t_w-t_{d2})$$
$$p_2^*/c_{w2}=w(t_{d1})+\gamma_2(t_w-t_{d1}) \qquad (30)$$

いま，系が利用者均衡であることを考えれば，$p_1^*>p_1$，$p_2^*>p_2$ なので，

$$(p_1^*-p_1)/c_{w1}\geq 0,\ (p_2^*-p_2)/c_{w2}\geq 0 \qquad (31)$$

である。この式に式(30)を代入し両辺を足すと，

$$(\gamma_1-\gamma_2)(t_{d1}-t_{d2})\geq 0 \qquad (32)$$

となる。以上により，

$$\gamma_1>\gamma_2 \Rightarrow t_{d1}\geq t_{d2} \qquad (33)$$

である。これにより，(γ, t_w) にいる定時着者のうち，もっとも小さい γ を $\hat{\gamma}(t_w)$ とすると，

$\hat{\gamma}(t_w)<\gamma$ の人は，$t_d<t_w$　（早着者）

$\hat{\gamma}(t_w)\geq\gamma$ の人は，$t_d=t_w$　（定時着者）

とできる（証明終）。

[定理2]　定理1より，早着者の t_d は，t_w によらないので，以下では $\delta\to+0$ として，$(\hat{\gamma}(t_{w0}), t_{w0}+\delta)$ にいる早着者のコストと，$(\hat{\gamma}(t_{w0}), t_{w0})$ にいる定時着者のコストを比較する。これらはそれぞれ，

$$p_e/c_w=w(t_d)+\hat{\gamma}(t_{w0})(t_{w0}+\delta-t_d) \qquad (34)$$
$$p_o/c_w=w(t_{w0}) \qquad (35)$$

となり，コストの連続性を考えると，$\delta\to+0$ では，$p_e=p_o$，つまり，

$$w(t_d)+\hat{\gamma}(t_{w0})(t_{w0}-t_d)=w(t_{w0}) \qquad (36)$$

となる。これが等しくなるのは，$t_{w0}=t_d$ であり，$(\hat{\gamma}(t_{w0}), t_{w0})$ の人は定時着者であり，早着者ではないので，これ以外の解はない。よって

$\hat{\gamma}(t_d)=\hat{\gamma}(t_{w0})=\gamma$（証明終）。

[補題1]　以下では，$\hat{\gamma}(\,)$ は連続とする。

利用者が早着を選んだときの費用 p は，

$$p_e=w(t_d(\gamma))+\gamma(t_w-t_d(\gamma)) \qquad (37)$$

定時着を選んだときには

$$p_o=w(t_w) \qquad (38)$$

となる。ただし $t_d(\gamma)$ は定理2から得られるコスト比 γ の早着者の t_d である。いま p_e は γ について連続で，また $p=\max[p_e, p_o]$ であるため，p は γ に対してすべての区間で連続になる。これにより，境界線上では，費用 p の連続式(5)が成立する（証明終）。

参考文献

1) 桑原雅夫；道路交通における出発時刻選択に関する研究解説，土木学会論文集，No. 604/IV-41, pp 73-84，土木学会，1998. 1 C.

2) Newell G. F.; The Morning Commute for Non-Identical Travelers, *Transportation Science*, Vol. 21, No. 2, pp. 74-88, 1985.

(1999年12月17日受　付)
(2000年12月 7 日再受付)