

# 渋滞現象と需要解析

## Demand Analysis considering Traffic Congestion

桑原雅夫\*\*

By Masao Kuwahara

### 1. はじめに

渋滞による遅れ時間は、きわめて大きい。自由流の領域でも、需要の増加にともなって走行速度が多少低下して旅行時間は微増する。しかし、一旦渋滞になってしまうと、その遅れ時間は急激に増加する。

本稿では、まずこのような日常の渋滞の特徴を概説する。次に、渋滞を適切に考慮するためには動的な解析が必要であることを述べ、とくに需要解析に重要な役割を演じる私的費用と限界費用について、渋滞を考慮した評価を解説する。最後に、それらを応用してネットワーク交通量配分のシステム最適制御および混雑課金について考察する。

### 2. 渋滞の特徴

渋滞は、道路の交通容量を上回る需要が到達したときに発生する。容量を上回る需要を超過需要と呼び、それが渋滞発生とともに道路上に滞留する現象である。このように発生メカニズムはいたって単純であるが、渋滞の程度は交通容量や交通需要が時間的にどのように変化するかによって依存するために、時間的にダイナミックな解析が求められる。

東京都市内の渋滞を観察すると、日ごろ目の当たりにする大渋滞であっても超過需要の割合は交通容量の高々10 から 20%程度<sup>1)</sup>であることがわかっているように、思ったよりもわずかの超過需要でもかなりの大渋滞を引き起こされる。これが渋滞の第1の特徴であり、この一つの原因として超過需要が時間

とともに累積されていくことがあげられる。

図1は、渋滞の様子を模式的に表した図であるが、時刻  $T_a$  に需要が容量を上回るので渋滞が始まり、需要の超過が時刻  $T_b$  まで継続すると  $T_a$  から  $T_b$  の間には超過需要が道路上に累積する。したがって、時刻  $T_b$  は渋滞長や旅行時間が最大になる時刻であり、超過需要がなくなった時刻  $T_b$  に渋滞が解消されるわけではない。やがて需要は、時刻  $T_b$  以降徐々に小さくなっていき、渋滞列は時刻  $T_c$  で消滅する。渋滞の第2の特徴は、需要超過時間( $T_b - T_a$ )に対して、渋滞継続時間( $T_c - T_a$ )は、かなり長いということである。同じく都区内での観測によれば、需要超過の時間は1時間程度であっても渋滞が数時間継続することが少なくない。

我々は渋滞という現象を、渋滞列の長さや旅行時間の長さといった量で理解することが多いので、ややもするとこれらが一番大きくなる時刻  $T_b$  に、何らかの渋滞対策を打とうと考えがちである。しかしな

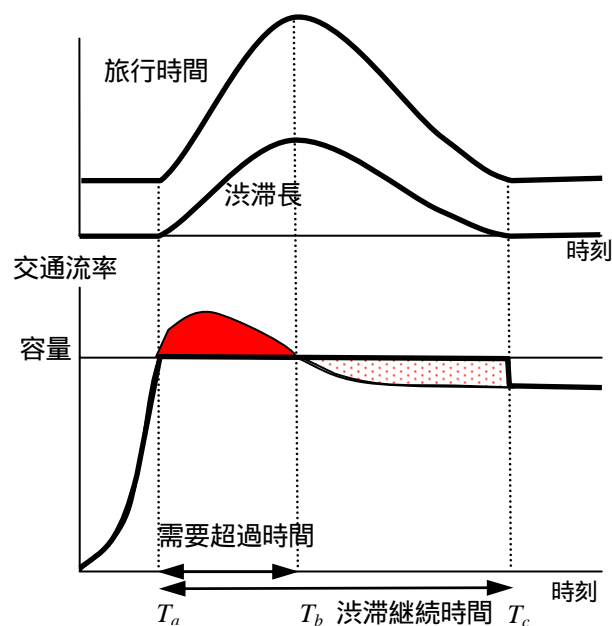


図1 渋滞現象の模式図

\* キーワーズ：渋滞、限界費用、待ち行列、QV 曲線

\*\* 正員, Ph.D, 東京大学国際産学共同研究センター

(東京都目黒区駒場 4-6-1

TEL03-5452-6418、FAX03-5452-6420)

がら、渋滞の原因である超過需要は時刻  $T_b$  には既に終了してしまっており、渋滞の原因を解決することを考えるのであれば、渋滞対策は渋滞の開始時刻に打つべきことが鉄則である。

### 3. 静的な交通需要解析の問題点

#### 3.1. 交通需要と交通容量の混同

交通流の微視的な車両挙動の表現としてタイム・スペース図がある。これは、横軸に時間( $t$ )、縦軸に距離( $x$ )、をとり、そこに車両の位置を連続的に示すものである。ある道路区間先頭(地点 I)に容量上のボトルネックがある場合の典型的な車両の軌跡を模式的に表すと図 2 のようになる。

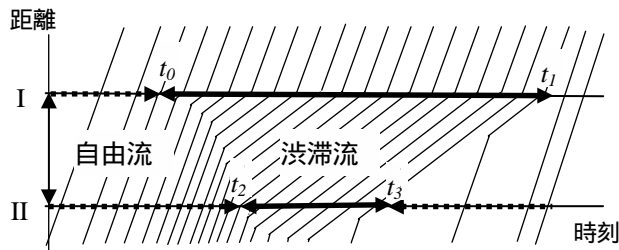


図 2 タイム・スペース図における車両軌跡

道路区間先頭の地点 I においてその交通流率を観測すると、時刻  $t_0$  までの自由流状態においては上流からの需要の大きさによって、小さい流率からボトルネック容量にいたるまでさまざまな交通流率を観測することができる。一方、時刻  $t_0 \sim t_1$  の渋滞流状態では、とりえる交通流率の値は区間先頭を流出できる流率に固定される。この流出率は、当該区間およびその下流区間の交通状態に依存して決められ、図 2 のようにボトルネックが地点 I である場合には、その交通容量が渋滞領域の交通流率となる。しかし、渋滞先頭がより下流にある場合には、その下流における交通容量が渋滞領域の交通流率になる。

交通流のマクロ的性質の表現方法として、交通流率(Q) - 交通密度(K)の関係がある。図 1 の地点 I における交通状態を、Q-K 平面にプロットすると、図 3 のような図になるであろう。この地点は渋滞の先頭なので、交通流率はこの地点の容量が最大値を

取り、渋滞中の流率もこの値となる。

次に、区間の入り口地点(地点 II)で同じ図を書いてみよう。入り口地点の容量は、区間先頭のボトルネック容量よりも大きいので、時刻  $t_2$  までの自由流状態ではボトルネック容量よりも大きい流率の観測が可能である。ところが、時刻  $t_2 \sim t_3$  の渋滞域に入るとその流率は下流側地点 I の容量に抑えられてしまうので、図 3 のような位置にプロットされる。もしも、当該道路区間のさらに下流に、より容量の小さい状況が発生すれば(たとえば下流に位置する合流部の容量低下、異常事象の発生などによって)、渋滞側のプロットはさらに低い位置(楕円の範囲)に現れるであろう。

実際に Q-K 関係をプロットしてみると、流率が最大になる臨界交通量付近でプロットがやや粗になり、自由流側と渋滞流側のプロットにギャップが見られることが多い。この理由は、上記の地点 II における状況のように、自由流側の高い流率から下流側のボトルネック容量に制約される低い流率へと、交通状態が急激に遷移するためである。また多くの場合、速度は自由流側ではあまり大きく変化せず、渋滞側のバラツキが大きい。自由流側の速度があまり変化しないことは、先に述べたとおり、自由流側の遅れ時間は渋滞による遅れに比べてきわめて小さいことを示している。

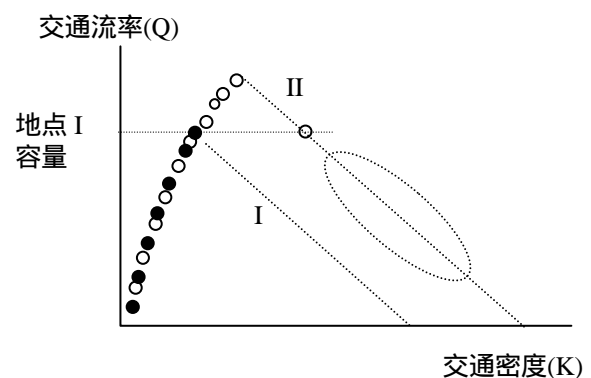


図 3 地点 I と II の交通流率 - 交通密度関係

このように、Q-K 曲線に現れる交通流率のうち自由流側に現れる流率は、上流から当該区間に流入する需要を表している。すなわち、ある区間に流入してくる交通流率によってその道路区間の状態が決め

られるという、交通流率が原因で状態が結果と言う関係にある。ところが、渋滞側に現れる流率は、もはや需要ではなく下流側に制約される容量を表している。つまり、上記のような因果関係は成立せず、道路区間の状態は下流側の状態に依存することに注意が必要である。

ところが、これを無視して渋滞流側の交通流率をも交通需要とみなして需要解析をしている例が、経済学者の間で過去に広がっていた。しかし最近では、文<sup>2)</sup>に見られるように、その是正が行われ経済学の間でも動的な解析が進展しつつある。典型的な例は、Q-K 関係から図 4 のような交通流率 - 旅行時間の関係を求めて、横軸を需要とみなし、これをある需要が発生した場合の供給側の費用（供給曲線あるいは私的費用）とするものである。図 4 の破線部は、渋滞領域における関係であるにもかかわらず、「需要が減少すると旅行時間が増えてしまうという、不思議な関係」というように解釈して超混雑（ハイパーコンジェスション）と名づけている。これは全く誤った解釈で、繰り返しになるが渋滞領域の流率は容量であってもはや需要ではないので、「（需要ではなく）容量が減少すれば旅行時間が増える」というのは至極当然の関係である。

それでは、渋滞領域における供給曲線 = 需要と私的費用（本稿では利用者個人の旅行時間）の関係はどのように評価すればよいのかというと、それはもはや静的解析では難しく、動的な解析を待たざるを得ない。

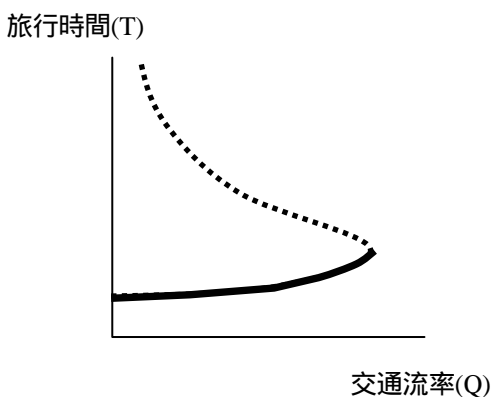


図 4 交通流率 - 旅行時間の関係

### 3.2. 渋滞現象の取り扱い困難

渋滞中の車両滞留による旅行時間の増減は、流入する需要の時間的な流率の変化に大きく依存する。したがって、時間軸を持たない静的な分析では需要の時間変化を記述することができないので、渋滞現象を適切に解析することはできない。渋滞による遅れ時間を簡便に評価する方法として、待ち行列理論に基づいた累積交通量図（対象地点のある時刻までに通過した交通量の累積を表す図）がある。ネットワーク上の任意の 2 地点で累積交通量図が書ければ、FIFO (First In First Out) などのサービス基準にしたがって 2 地点間の旅行時間や存在台数の時間変化を評価することができる。

大方の読者にとっては、わかりきったことなのかもしれないが、改めて累積図を利用して渋滞現象を概説させていただく。ある容量が一定のボトルネックに流入する交通需要の時間的な変化は、図 5 のように累積図で表すことができる。図中の  $A(t)$  は時刻  $t$  までに流入する需要の累積台数を表しているので、 $A(t)$  の傾きが需要の流率になる。図中の 2 本の  $A(t)$  は、ある時間  $t_0 \sim t_1$  に流入する渋滞中の需要量  $N$  は同じであるが、その流入パターンの違いによって旅行時間（ $\approx$ 遅れ時間  $w(t)$ ）が大きく変わってしまうことを示している。このように渋滞における旅行時間は、需要の時間的な履歴に依存するので、動的な解析が必要になる。

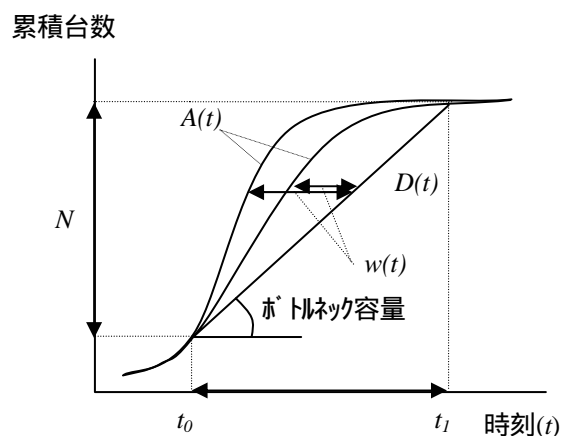


図 5 需要の履歴による遅れ時間の変化

これまでも累積交通量図は、さまざまな動的な交通流解析に用いられてきたが、ほとんどが物理的な長さを持たない Point Queue を用いた解析であった。Point Queue を仮定した解析は、ボトルネックへの流入累積交

通量とボトルネック容量のみによって、動的な交通状態を記述することができるという長所がある。すなわち、ボトルネックでの遅れ時間や滞留台数は、道路の幾何構造等に起因する交通特性とは独立に評価することができるというロバストな手法である。

ところが、実際の渋滞列は時間経過とともに上流に延伸して、例えば上流のオンランプを一部閉塞するような複雑な現象をもたらす。このような現象は長さを持たない Point Queue では表現することができず、現実と同じように物理的な長さを持つ Physical Queue の取り扱いが必要になる。この渋滞の延伸状況の解析方法として、Kinematic-Wave 理論があり、Lighthill, Whitham, Richards の L-W-R モデル<sup>3,4)</sup>として有名である。

この理論は流体の流れにもとづいて構築されたものであるが、幅広く交通流にも適用されている。対象道路区間の Q-K 関係を所与として、上流からの交通需要、道路の交通容量によって発生する何種類かの Wave を解析し、異なる Wave がぶつかり合う Shock-Wave の軌跡（渋滞の最後尾の軌跡もこの一種）から渋滞の延伸状況を評価するものである。

Kinematic-Wave 理論で使われるタイム・スペース図は距離軸と時間軸を持ち、待ち行列モデルの累積図は時間軸と累積交通量軸を持つので、この2つを統合すると、距離軸、時間軸、累積交通量軸を持つ3次元空間が定義ができる。この3次元空間上で、Kinematic-Wave 理論と待ち行列理論とを組み合わせることで渋滞の延伸を考慮した3次元待ち行列モデルが Newell<sup>5)</sup>によって提案されている。

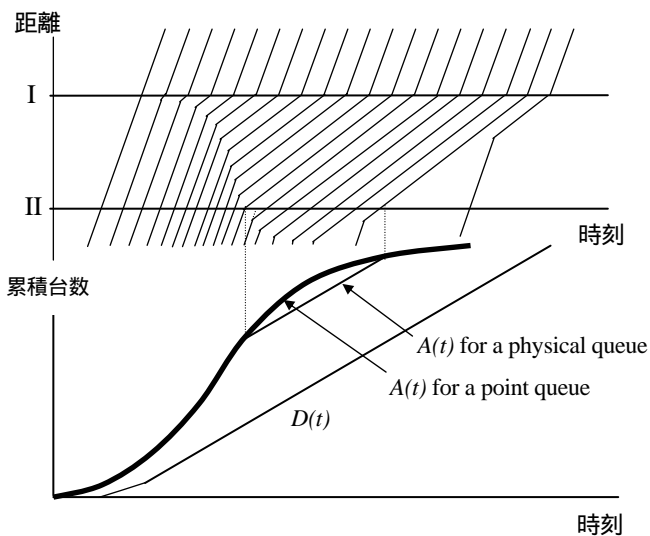


図6 Physical Queue の累積図

例えば、図2における車両軌跡について地点IIにおける累積流入量の累積図を書くと、Point Queue の場合には、渋滞の延伸が考慮されないで、図6の太い実線になるが、Physical Queue の場合には、渋滞の延伸によって地点IIを通過する時刻に遅れが生じるために細い実線のように累積図が変化する。この変化を解析できるのが3次元待ち行列モデルである。

この3次元待ち行列モデルによって、交通解析上きわめて有用な知見と、交通シミュレーション、動的交通量配分、各種交通制御などへの幅広い応用ができるようになった。

#### 4. 動的な私的費用と限界費用

「私的費用」とは、利用者個人が負担する費用である。一方、「限界費用」とは、需要が1単位変化した場合の総費用の変化量と定義される。本来、経済学用語であるが、交通分野でもいろいろな場面に登場する：「需要曲線と限界費用曲線の交点が最適な需要量を決める」、「複数経路の限界費用を均衡させることで、システム最適な交通量配分が達成できる」などである。

渋滞現象の取り扱いには時間軸を追加した動的な解析が必要なので、この私的費用、限界費用についても動的に拡張しよう。議論を簡潔にするために、これまで同様に費用は旅行時間そのものとし、旅行時間は固定値の自由旅行時間(=T<sub>f</sub>)と待ち行列による動的な遅れ時間の和と定義する。容量μを持つボトルネックでのサービスはFIFO(First In First Out)とし、ボトルネック位置で待ち行列が鉛直に生成される(Point Queue)ものとする。

まず、私的費用 p(t)は自由旅行時間と遅れ時間の和として次のように表すことができる。

$$p(t) = T_f + w(t) \tag{1}$$

p(t) = 時刻 t に当該区間に流入する車両の私的費用、  
w(t) = 時刻 t に当該区間に流入する車両の遅れ時間。

私的費用の時間変化は、図7のような累積図によって、見ることができる。

一方、対象時間帯 0 ≤ t ≤ T における総旅行時間 TC は、

次のように表すことができる．

$$TC = \int_0^T p(t)\lambda(t)dt \quad (2)$$

$\lambda(t)$  = 時刻  $t$  に流入する需要の流率

よって、需要が時刻  $t$  に 1 単位変化した場合に総旅行時間がどのように変化するかを表す動的限界費用  $MC(t)$  は、次のように簡潔に書ける．

$$\begin{aligned} MC(t) &= \frac{\partial TC}{\partial \lambda(t)dt} = \frac{\partial \int_0^T p(u)\lambda(u)du}{\partial \lambda(t)} \cdot \frac{1}{dt} \\ &= p(t) + \frac{1}{\mu} (A(t_1) - A(t)) \\ &= T_f + J(t) \end{aligned} \quad (3)$$

$J(t)$  = 時刻  $t$  の渋滞継続時間 =  $t_1 - t$

すなわち、「 $MC(t)$  = 自由旅行時間  $T_f$  + 時刻  $t$  における渋滞継続時間  $J(t)$ 」となる．なお、渋滞継続時間  $J(t)$  は、図 7 のように時刻  $t$  に当該区間に流入した車両がボトルネックに到着した時刻から待ち行列がなくなるまでの時間を表している．式(3)の意味は、ある時刻  $t$  の需要の変化は、それ以後待ち行列が終了する時刻  $t_1$  までに流入した車両の旅行時間にも影響を与えるという興味深い結果を表現しており、追加された車両自身は、 $p(t)$  の旅行時間しか負担しないにもかかわらず、その後のすべての車両に影響を与えてしまうために、限界費用は当該車両の私的費用よりも大きくなる．

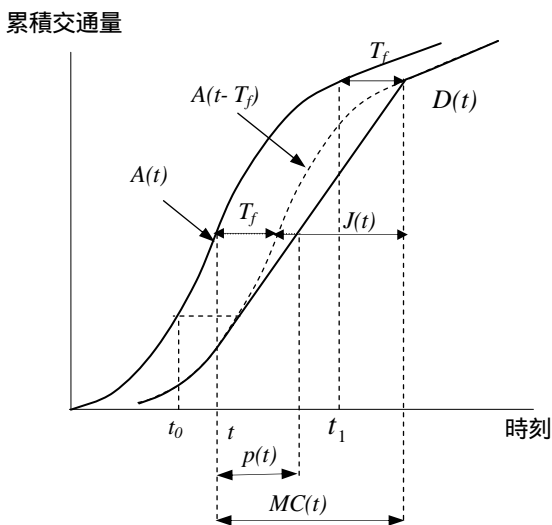


図 7 累積図とマージナルコスト

先に述べたように、限界費用はあるシステムの最適な需要配分を決定する上で重要な役割を果たしており、本節で導出した動的限界費用を用いた需要解析例を次に紹介する．

## 5. 動的限界費用の応用

### 5.1. 動的なシステム最適交通量配分

システム最適配分の原則は、複数の利用経路の限界費用を均衡させることである．たとえば、前節で求めた動的限界費用の結果を図 8 のような高速道路と一般街路が並行する路線に適用してみる．高速道路は渋滞がなければ 30 分で目的地につくことができるが、一般街路を使った場合には、60 分かかるという想定である．簡単のために、高速道路は無料とする．このような状況では、早く行ける高速道路を利用する人が増えると、高速道路に渋滞が発生して遅れが生じるために、高速道路の旅行時間が次第に一般街路の 60 分に近づいてくることが想定できる．

まず、利用者均衡状態では、高速道路の遅れ時間が 30 分までは高速道路を利用し、それを超えると高速道路の遅れ時間を 30 分に維持する流率だけ（すなわち高速道路ボトルネックの容量だけ）高速道路を利用し、残りは一般街路を選択するようになる．やがて、ピークが過ぎて需要が容量よりも小さくなった段階で、すべての利用者が再び高速道路を利用する．

一方、高速道路に渋滞が発生している場合について限界費用を考えてみると、 $MC(t) = T_f + J(t)$  であるから、ある時刻の動的限界費用は、その時刻からの渋滞継続時間 + 自由旅行時間 30 分になる．一方、一般街路に渋滞が発生しなければ、一般街路の限界費用は自由旅行時間 60 分のままである．

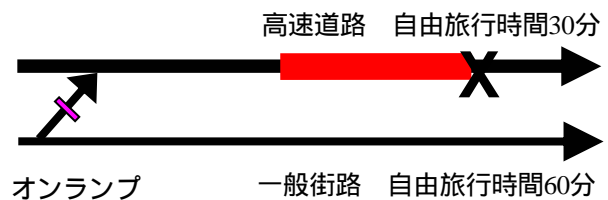


図 8 並行する一般街路と高速道路における流入制御



システム全体の総費用を最小にするためには、両方の経路の限界費用を均衡させればよいので、この場合は簡単に言うと、高速道路の渋滞継続時間が 30 分になるように需要を配分すればよいことになる。ただし、需要  $A(t)$  のパターンや高速道路と一般街路の容量値によっては、一般街路にも待ち行列が発生する場合があるなど、いくつかの配分パターンが存在する<sup>6)</sup>。

しかし、 $MC(t) = T_f + J(t) = T_f + t_1 - t$  で表される動的限界費用は、流入時刻  $t$  に対して必ず傾き-1 の線形で減少するので、両経路の限界費用を均衡させるについては、渋滞の程度（私的費用である遅れ時間の程度）よりも、いつからいつまで待ち行列を継続して作るべきか（厳密にはボトルネックを容量一杯に使うか）ということが、問題の本質であることは興味深い。

現実には高速道路と一般街路が並行する路線は数多く存在し、その多くの場合について両経路の私的費用の差は、おそらく「数十分」のオーダーであろう。利用者均衡状態の分析では、この数十分の差を如何に均衡させるのかに議論の焦点が当てられるわけである。一方、両経路の渋滞継続時間  $J(t)$  の違いを観察すれば、おそらく私的費用の差よりも大きい「時間」のオーダーで差がついているケースも珍しくないであろう。システム最適を達成させるには、渋滞継続時間  $J(t)$  に着目することがポイントであり、その意味では（私的費用にそれほどの差はなくても）、渋滞の継続時間に差が出ているような平行路線については、流入制御などの需要調整政策の導入根拠が得られるものと思われる。

## 5.2. 混雑課金

### (1) 動的課金額

前節と同じように、1本の道路にボトルネックがあり、そこに渋滞が発生する状況を考える。図9は、このときの限界費用、私的費用の時間変化を累積図上に示したものである。前節で説明したように、限界費用は、流入時刻  $t$  に対して線形減少する。

社会的に最適な課金額を決定するためには、需要がどのようなメカニズムで顕在化しているのかを定義する必要がある。言い換えれば、需要曲線の定義である。もしも、各利用者の出発時刻が決められていて、そのとき行われたトリップの私的費用に基づいて（渋滞時間全体の

平均的な費用ではなく）、トリップを行うかどうかを意思決定するものと仮定すれば、課金額は限界費用と私的費用の差額分となる<sup>7)</sup>。よって、課金額は図9のように破線の矢印で表すことができ、課金総額は網掛けの三角形全体の面積に等しい。

累積台数

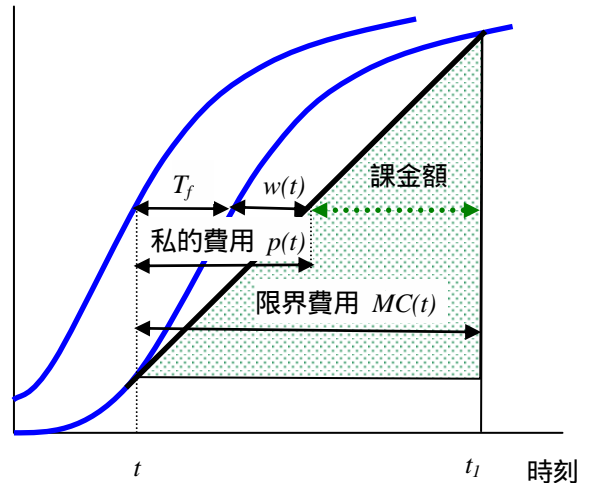


図9 ボトルネックでの限界費用課金

需給バランスを考慮すれば、このような課金を行えば私的費用が課金分だけ増大するので、顕在化する需要量は小さくなるはずである。したがって、渋滞継続時間も短くなるため、動的限界費用も課金額も図9の量よりも小さくなるであろう。どの程度小さくなるのかは、需要曲線の定義によるが、このような需給バランスを考慮した課金額の設定については、桑原<sup>7)</sup>に詳しく記載している。

### (2) 出発時刻選択がある場合の私的費用と限界費用

利用者の公平性を考えた場合、上記のような動的な限界費用課金を行うと、渋滞の始まったばかりにボトルネックを通過する利用者の負担量が大きくなり、明らかに公平ではなくなる。そこで、トリップをやめるかどうか判断する前にまず考えられることは、利用者がトリップ時刻を変更させる可能性である。利用者の時間的な制約の許す範囲で、当然トリップの時刻の選択を更新することは行われるはずである。各利用者が、目的地に到着したい希望到着時刻の制約を持つ場合に、どのような時刻選択をして需給バランスが維持されるのかについては、

既存の出発時刻選択問題と動的限界費用を組み合わせることで解析することができる。

Vickrey<sup>12)</sup>以来出発時刻選択問題が研究されているが、一般にこの問題は、到着地における勤務開始時刻などの時間制約がある場合を考えている<sup>8,9,10,11)</sup>。通勤交通であれば、勤務時間というかなり強い制約があるほか、行楽交通などについても目的地に到着したい時刻といった何らかの時間制約があるのが一般的なので、ここでも時間制約のある出発時刻選択問題を適用する。

単一ボトルネックにおける出発時刻選択問題では、利用者は到着地に何時につきたいという希望到着時刻  $t_w$  を持つ。すなわち、時刻  $t_w$  までに到着したいという希望者の累積分布  $W(t_w)$  は与えられているものとする。各利用者は、ボトルネックでの待ち時間  $w(t)$  と目的地への実際の到着時刻が希望到着時刻とどれだけずれてしまったのかを表すスケジュール遅れ  $s(t)$  の両方に起因する私的費用を負担するものとする。利用者は、各個人の私的費用を最小にするように出発時刻を選択する。ボトルネックまでの自由旅行時間  $T_f$  は時間的に変化しないので、ここでは除外して解析しよう。

この問題設定においては、ボトルネックのサービスが FIFO で、かつ次に定義するスケジュール費用関数  $f_s\{s\}$  が  $s$  について凸であれば、希望到着時刻の早い順にボトルネックに流入するという First In First Work 原則が成立することが証明されている<sup>8,9)</sup>。そのため、ボトルネック流入時刻と流出時刻は、希望到着時刻  $t_w$  の関数として表すことができるので、私的費用も限界費用も、希望到着時刻  $t_w$  のみの関数として表現できる。

さて、出発時刻選択がある場合の限界費用を求めたいのであるが、一般的な費用関数と希望到着時刻分布の場合は解析が複雑になるので、本稿では明示的に解析できるケースとして、希望到着時刻がすべての利用者について同じ時刻である場合を考えよう。ここでは導出結果のみにとどめるが、詳しくは桑原<sup>7)</sup>を参照されたい。希望到着時刻  $t_w$  が等しい場合には、利用者にはまったく区別をつけられないので、均衡状態では私的費用は次のように書くことができる。

$$p(t_w) = f_s\{t_w - t_0\}, \quad \text{if } w(t_w) > 0 \text{ or } \lambda(t_w) \geq \mu \quad (4)$$

- $f_s\{s\}$  = スケジュール遅れ  $s$  を費用に変換する関数
- $t_0$  = 待ち行列開始時刻
- $t_w$  = 希望到着時刻 (所与)

また、動的限界費用  $MC(t_w)$  も、すべての利用者について等しく次のように表すことができる。

$$MC(t_w) = f_s\{t_w - t_0\} + \frac{N}{\mu} \left[ \frac{1}{f_s'\{t_w - t_0\}} - \frac{1}{f_s'\{t_w - t_1\}} \right]^{-1}, \quad (5)$$

if  $w(t_w) > 0$  or  $\lambda(t_w) \geq \mu$

ただし、

- $f_s'\{s\}$  =  $df_s\{s\}/ds$
- $t_1$  = 待ち行列終了時刻
- $N$  = 総需要量

特に、スケジュール費用関数が次のような線形の場合には、

$$f_s\{s\} = \begin{cases} c_1 s, & s \geq 0, \\ -c_2 s, & s < 0, \end{cases} \quad c_1 > 0, \quad c_2 > 0, \quad (6)$$

ボトルネック容量がいっぱいに使われている場合の動的限界費用は、

$$MC(t_w) = 2p(t_w) = 2 \frac{N}{\mu} \left( \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \right)^{-1} \quad (7)$$

のように総需要  $N$  の線形関数として表すことができる。

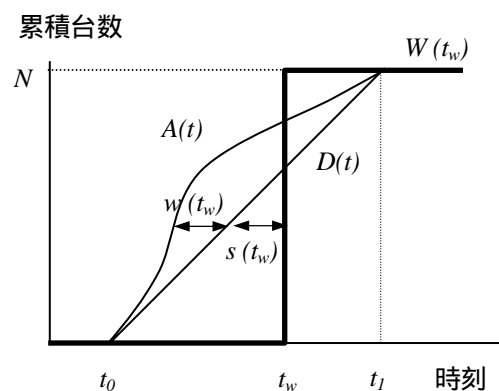


図 10 希望到着時刻が一定の場合の累積図

さて、希望到着時刻  $t_w$  が全員等しい場合には、私的費用と限界費用は、式(5)あるいは(7)のようにボトルネック流入時刻  $t$  とは独立に総需要量  $N$  の関数として書けるので、 $p(N)$ 、 $MC(N)$ と表すことができる。そのため、これらは静的分析と同じように、1枚の図にまとめることができる<sup>7,13)</sup>。図11は、横軸に総需要量  $N$  を、縦軸に私的費用  $p(N)$ と動的限界費用  $MC(N)$ を書いた図である。

私的費用  $p(N)$ と動的限界費用  $MC(N)$ が原点を通っているのは、希望到着時刻が全員等しい ( $W(t_w)$ の傾きが無限大) ため、ほんのわずかの総需要  $N$  であっても、必ず待ち行列が生成されて費用が増加するためである。現実には、希望到着時刻もある範囲に分布するものと考えられるので、総需要が小さい場合には、待ち行列はできず、図11の  $p(N)$ と  $MC(N)$ は右にシフトするであろう。さらに、自由旅行時間を無視して解析してきたが、その分を考慮すれば  $p(N)$ と  $MC(N)$ は、さらに上にもシフトするはずである。

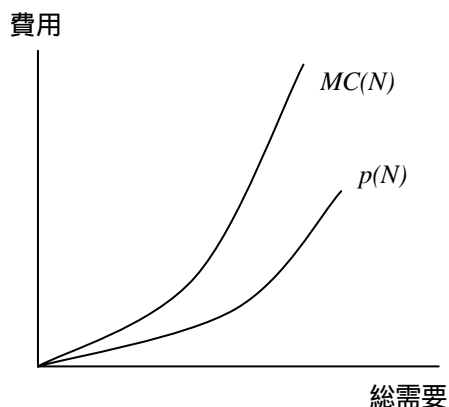


図11 希望到着時刻が全員同じ場合の私的費用と限界費用

したがって、より現実的な供給曲線はスケジュール費用関数を線形とした場合には、図12のような形状になるものと予想される。待ち行列が開始する総需要量  $N_0$  は、希望到着時刻分布  $W(t_w)$ の最大の傾きとボトルネック容量の大小関係に依存し、単位時間内に到着を希望する台数が増えてきて  $W(t_w)$ の傾きがボトルネック容量を上回ったときの総需要量が  $N_0$  である。 $N_0$  以降の  $p(N)$ の傾きは、費用関数を線形を仮定すれば、 $\frac{dp(N)}{dN} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \right)^{-1}$  [円/台]となるの

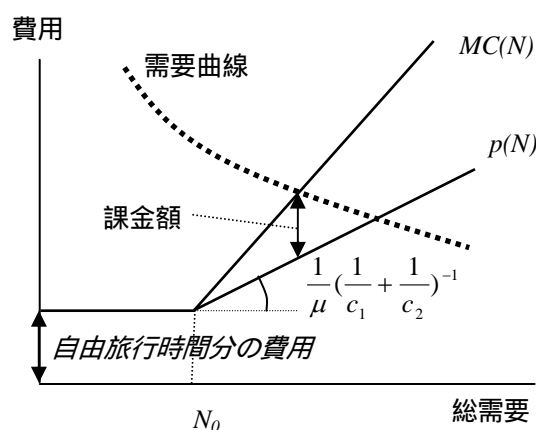


図12 線形スケジュール費用関数の場合に想定される私的費用と限界費用 (希望到着時刻が分布する場合)

で、時間価値  $c_1, c_2$  のオーダーが  $10^3$  [円/時] 程度、ボトルネック容量のオーダーが  $10^3$  [台/時] 程度であることが一般的なので、傾きはほぼオーダー1 [円/台]をとると予想される。ただし、時間価値は利用する道路によらず一定と考えられる一方、ボトルネック容量は道路の格によってかなり異なるので、傾きはボトルネック容量が小さいほど急になる。

希望到着時刻が分布する場合には、厳密には希望到着時刻の違いによって図11, 12の形状も異なってくるが、スケジュール費用が線形の場合には (希望到着時刻が分布していても)、私的費用  $p(N)$ と動的限界費用  $MC(N)$ は、希望到着分布  $W(t_w)$ の形状にあまり敏感ではない性質があるので<sup>7)</sup>、図12に大きな違いは現れないと考えられる。

さて課金額であるが、破線の需要曲線を重ねあわせると、前節と同様の仮定の下では  $MC(N)-p(N)$ として、図中に示したように求めることができる。図12は、静的な需給バランスを分析する場合に、良く目にする図に類似してはいるが、私的費用すなわち供給曲線の意味は、静的に求められるものと性格が大きく異なることは、先述の通りである。

## 6. まとめ

本稿では、渋滞現象の特徴を概説するとともに、その「渋滞による遅れ時間の大小は、需要の履歴に大きく依存する」という性質を考慮しながら、私的費用と限界費用について時間的に動的な考察を行った。本稿では、議論の主題を明確にするために、費



用 = 旅行時間という簡略化の仮定をおいている．以下に，主な結論をまとめる．

(1) 渋滞現象は，ネットワークに車両が滞留するという動的現象であるので，従来の静的な解析では適切な分析が難しい．それでも静的な枠組みの中で，時間軸を明示的に追加せず渋滞による旅行時間の増加を考慮する場合には，需要の時間変化パターンをあらかじめ設定しておく必要がある．

(2) 静的な分析においては，Q-K 曲線にもとづいた供給曲線を用いて需給バランスの分析が行われてきたが，Q-K 曲線の渋滞側の交通流率はもはや需要とは言えないことに留意が必要である．

(3) 動的な限界費用は，着目する時刻によって変化し，ボトルネック容量がいっぱいに使われている状態では，時刻  $t$  の動的限界費用  $MC(t)$  は，自由旅行時間と時刻  $t$  以降の渋滞継続時間の和に等しくなる．渋滞現象では，ある時刻の需要は，その後の利用者全員の旅行時間に影響を及ぼすために，渋滞による私的費用の増加がそれほどではなくても，渋滞の継続が長くなると，限界費用は相対的にかなり大きなものになる．

(4) 高速道路と一般街路が並行して走る簡単なネットワークにおいて，この結果を動的システム最適配分に援用した．高速道路と一般街路の限界費用を均衡させることがシステム最適であるので，各経路の渋滞継続時間（旅行時間や遅れ時間ではなく）を調整することにより，限界費用の均衡を達成することができる．

(5) 時間的に動的な混雑課金について考察した．動的限界費用は，渋滞開始時刻に一番大きく，時刻とともに線形に減少するので，理論的に最適な混雑課金の額も，渋滞開始時刻に大きくして，次第に減少させるような仕組みが適切である．

(6) 既往の単一ボトルネックにおける出発時刻選択問題にもとづいて，希望到着時刻が利用者全員等しい場合の供給曲線を導出した．この場合には，総需要とボトルネック容量が与えられれば，全員等しい私的費用と限界費用を持つので，横軸に総需要量，縦軸に費用をとった平面上に静的な分析でよく用いられてきた供給曲線と類似した曲線が求められることを示したが，形状が類似しているだけであってそ

の曲線の意味するところは異なることを考察した．

以上のように，本研究では限界費用について動学化を行ってきた．この結果は，本稿で考察した混雑課金，システム最適配分以外にも，道路投資の評価，各種の交通運用政策などの施策・評価に応用が可能である．ただし，実際に動的に需給バランスを実際に分析するためには，環境コスト，道路維持費用などの社会費用の組み込み，需要関数の評価，時間価値の個人差の導入など課題は山積している．

## 謝辞

本稿ならびに今回論文賞を受賞した論文については，数多くの方から貴重なアドバイスをいただいた．特に，京都大学の吉井稔雄助教授，(株)ITL の堀口良太氏，東北大学の赤松隆助教授，京都大学の文世一助教授，神戸大学の井料隆雅助手，(株)熊谷組の熊谷香太郎氏に対して，改めて深く謝意を表したい．

## 参考文献

- 1) 桑原雅夫：「車」東京大学公開講座 68，東京大学出版会 1997.
- 2) 文世一：交通混雑の経済分析，第 10 章，山田浩之編，甄草書房，2001.9.
- 3) Lighthill, M.J. and Whitham, G.B. : On Kinematic Waves I: Flood Movement in Long Rivers, II: A Theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads, *Proceedings Royal Society*, London, A229, pp.281-345, 1955.
- 4) Richards P.I. : Shock Waves on the Highway, *Operations Research*, 4, pp.42-51, 1956.
- 5) Newell, G.F. : A Simplified Theory of Kinematic Waves in Highway Traffic, Part II: General Theory, *Transportation Research*, Vol.27B, No.4, pp.289-304, 1993.
- 6) 桑原雅夫，吉井稔雄，熊谷香太郎: 動的システム最適配分とランプ流入制御に関する研究 - 簡略ネットワークにおける基礎的分析 - ，土木学会論文集，No. 667/IV-50，pp.59-71，土木学会，2001
- 7) 桑原雅夫: 動的な限界費用に関する理論的分析，土木学会論文集，No.709/IV-56，pp.127-138，土木学会 2002.7
- 8) Daganzo, C.F.: The Uniqueness of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck, *Transportation Science*, Vol.19, pp.29-37, 1985.
- 9) Smith, M.J. : The Existence of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck, *International Symposium on Frontiers in Transportation Equilibrium and Supply Models*, Montreal, 1981.
- 10) Hendrickson, C., and Kocur, G. : Schedule Delay and Departure Time Decisions in a Deterministic Model, *Transportation Science*, Vol.15, No.1, 1981.
- 11) Kuwahara, M. and Newell, G.F. : Queue Evolution on Freeways Leading to a Single Core City during the Morning Peak,

- Proceedings of the 10th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, pp.21-40, Boston, 1987.
- 12) Vickrey, W.S : Congestion Theory and Transportation Investment, *American Economic Review* 59, 1969
- 13) Arnot,R., de Palma, A. and Lindsey,R. : A Structural Model of Peak-load Congestion: A Traffic Bottleneck with Elastic Demand, *American Economic Review*, Vol. 83, pp.161-179, 1993.