

交通ネットワーク流の数理

- 渋滞のない世界は達成できるか? -

応用数学連携フォーラム・ワークショップ
2008年8月1日

赤松 隆

(東北大学 大学院情報科学研究科)

1

Introduction

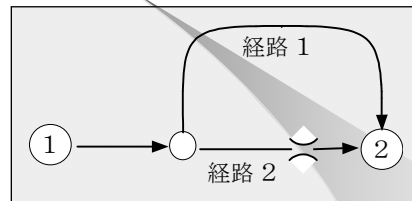
「交通計画」と
「ネットワーク改善のパラドクス」

2

交通ネットワークのパラドクス

(1) 容量増強のパラドクス

- 交通需要:
 - 1000 [台/時]
- 所要時間:
 - 経路1: $T_1 = 15$ [分]
 - 経路2: $T_2 = 10 + 10 \times (f_2 / C_2)$ [分], $C_2 = 500$
- 利用者の選択行動: 所要時間が小さい経路を選択
... もし $f_2 = 0$ なら, $T_1 > T_2 = 10 \rightarrow$ 経路2を選択
 $f_2 = 1000$ なら, $T_1 < T_2 = 30 \rightarrow$ 経路1を選択

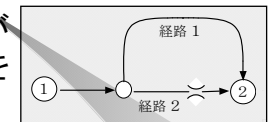


3

交通ネットワークのパラドクス

(1) 容量増強のパラドクス [続き]

- 均衡状態: どの利用者也、自分だけが戦略を変更しても、自分の効用を改善できない状態。



$$T_2 = 10 + 10 \times (f_2 / C_2)$$

- $C_2 = 500$ の場合の均衡状態:
 $T_1 = T_2 = 15$, $f_2 = 250$, $f_1 = 750$
- $C_2 = 1000$ の場合 (経路2の道路を改良) の均衡状態:
 $T_1 = T_2 = 15$, $f_2 = 500$, $f_1 = 500$
 $\Rightarrow$ 利用者の費やす時間は全く改善されない!

4

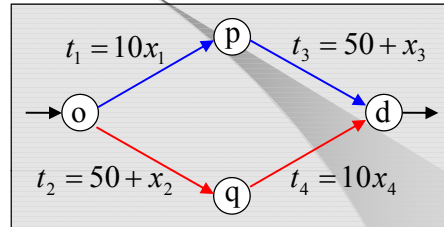
(2) 道路建設のパラドクス

- 交通需要($o \rightarrow d$):

- 6 [千台/時]

- 所要時間:

- 経路1: $T_1 = t_1 + t_3$
 - 経路2: $T_2 = t_2 + t_4$



(t_i :リンク i の所要時間) (x_i :リンク i の交通量)

- 利用者の選択行動: 所要時間が小さい経路を選択
⇒ 均衡状態での経路交通量・所要時間パターンは,

$$T_1 = T_2 = 83, \quad f_1 = f_2 = 3, \quad TC = 498$$

5

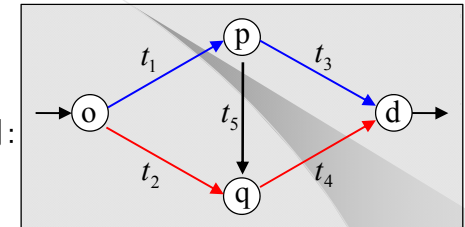
(2) 道路建設のパラドクス [続き]

- 新たなリンク 5 を建設:

$$t_5 = 10 + x_5$$

- 新たな経路の所要時間:

$$T_3 = t_1 + t_5 + t_4$$



- リンク5 を建設後の均衡状態:

$$T_1 = T_2 = T_3 = 92, \quad f_1 = f_2 = f_3 = 2$$

$$TC^{(after)} = 92 \times 6 = 552 > TC^{(before)} = 83 \times 6 = 498$$

⇒ 利用者の費やす時間が大幅に増加(状態悪化) !!!

References for "Braess Paradox":

<http://homepage.ruhr-uni-bochum.de/Dietrich.Braess/>

- Part I: 交通ネットワーク・フローの予測モデル

- 静学的な交通流モデル

- ・ 利用者均衡(UE)配分 v.s. システム最適(SO)配分
 - ・ 交通ネットワーク・フロー理論の発展経緯

- 動学的な交通流モデル

- ・ “混雑”と“渋滞”
 - ・ 動的な利用者均衡配分モデル

- Part II: 渋滞問題に対する新しい解決方策

- ネットワーク通行権取引(TNP)制度

- ・ 渋滞解消のための新たな制度の提案

- TNP のインプリメンテーション理論

- ・ 進化ゲーム理論 & オークション理論の応用

7

Part I.

交通ネットワーク・フローの 予測モデル

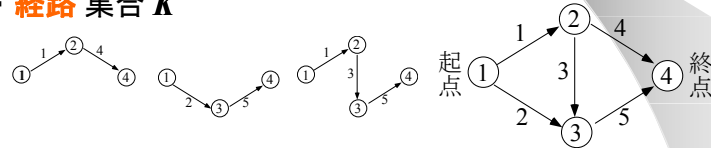
1. 静学的な 交通流モデル

8

ネットワーク・フロー・モデルの構成要素 (1)

● ネットワークを構成する要素とその集合:

- ・ **ノード** 集合 N & **リンク** 集合 L
- ・ **起点(Origin)**, **終点(Destination)** & **ODペア** 集合 W
- ・ **経路** 集合 K



● ネットワーク構造を表現する行列:

- ・ **Path-OD incidence matrix** E ($|W| \times |K|$)
- ・ **Link-Path incidence matrix** Δ ($|L| \times |K|$)
- ・ **Node-Link incidence matrix** A ($|N| \times |L|$)

9

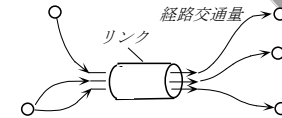
ネットワーク・フロー・モデルの構成要素 (2)

● “Network Performance” に関する条件(その1):

➤ **リンク交通量 x と経路交通量 f の関係:**

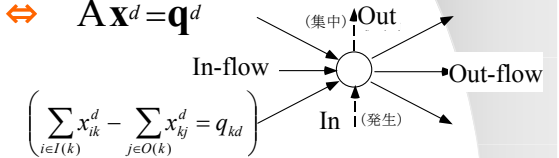
$$\mathbf{x} = \Delta \mathbf{f}$$

$$\left(x_a = \sum_{r \in K} f_r \delta_{a,r} \right)$$

➤ **フロー保存則:**

$$\mathbf{q} = E \mathbf{f} \Leftrightarrow A \mathbf{x}^d = \mathbf{q}^d$$

$$\left(q_{od} = \sum_{r \in K_{od}} f_r \right)$$



10

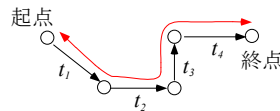
ネットワーク・フロー・モデルの構成要素 (3)

● “Network Performance” に関する条件(その2):

➤ **経路費用 c とリンク費用 t の関係:**

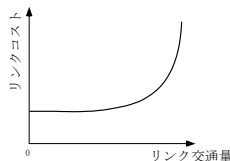
$$\mathbf{c} = \Delta^T \mathbf{t}$$

$$\left(c_r = \sum_{a \in L} t_a \delta_{a,r} \right)$$

➤ **リンク性能関数:**

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}(\mathbf{x})$$

$$(t_a = t_a(\mathbf{x}))$$



$$\Rightarrow \mathbf{c} = \Delta^T \mathbf{t}(\mathbf{x})$$

$$= \Delta^T \mathbf{t}(\Delta \mathbf{f})$$

$$= \mathbf{c}(\mathbf{f})$$

● **利用者の選択行動に関する条件**

11

利用者均衡(UE)配分

● **Wardrop (1952) の利用者均衡配分:**➤ **仮定:**

- ・ 起終点(OD)ペア (o,d) 間の交通需要 $\{q_{od}\}$ は与件.
- ・ 利用者の選好は均質. 最小費用の経路を選択.

➤ **利用者均衡 (User Equilibrium) 配分原則:**

$$(\mathbf{f}, \mathbf{u}) \text{ が UE } \Leftrightarrow \begin{cases} c_r(\mathbf{f}) = u_{od} & \text{if } f_r > 0 \\ c_r(\mathbf{f}) \geq u_{od} & \text{if } f_r = 0 \end{cases} \quad \forall r \in K_{od}, \forall od \in W$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \mathbf{f} \cdot (\mathbf{c}(\mathbf{f}) - E^T \mathbf{u}) = 0 \\ \mathbf{c}(\mathbf{f}) - E^T \mathbf{u} \geq 0, \mathbf{f} \geq 0 \end{cases} \quad \text{and } (\mathbf{x}, \mathbf{f}) \in \Omega$$

$$\text{where } \Omega \equiv \{(\mathbf{x}, \mathbf{f}) \mid \mathbf{q} = E \mathbf{f}, \mathbf{x} = \Delta \mathbf{f}, \mathbf{f} \geq 0\}$$

12

UE 配分のポテンシャル関数

● Beckmann (1955) の等価最適化問題:

- リンク性能関数 *Jacobian* が対称 (ie. $\frac{\partial t_a(\mathbf{x})}{\partial x_b} = \frac{\partial t_b(\mathbf{x})}{\partial x_a}$) なら,

$(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ が UE $\Leftrightarrow (\mathbf{x}, \mathbf{u})$ が以下の凸計画問題の解:

$$\min_{\mathbf{x}} Z_{UE}(\mathbf{x}) \equiv \oint \mathbf{t}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad s.t. (\mathbf{x}, \mathbf{f}) \in \Omega$$

$\Rightarrow \mathbf{t}(\mathbf{x})$ が “separable” なら, $Z_P(\mathbf{x}) = \sum_{a \in L} \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega$

➢ “ポテンシャル・アプローチ” の応用:

- ・ 数理計画アルゴリズム (eg. Frank-Wolfe 法) を用いた大規模ネットワークでの均衡解の計算法開発 (’70年代)
- ・ 解の存在・一意性; 感度解析; 各種モデルの構造比較

13

システム最適(SO) 配分

● 道路管理者のシステム最適化(交通流制御)問題

- ネットワーク全体での総走行時間を最小化:

$$\min_{\mathbf{x}} Z_{SO}(\mathbf{x}) \equiv \mathbf{t}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad s.t. (\mathbf{x}, \mathbf{f}) \in \Omega$$

● System Optimal(SO) v.s. User Equilibrium(UE):

- UE: $Z_{UE}(\mathbf{x}) = \sum_{a \in L} \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega$

- SO: $Z_{SO}(\mathbf{x}) = \sum_{a \in L} t_a(x_a) \cdot x_a = \sum_{a \in L} \int_0^{x_a} m_a(\omega) d\omega$

$$\text{where } m_a(x_a) \equiv \frac{\partial}{\partial x_a} [t_a(x_a) \cdot x_a] = t_a(x_a) + x_a \frac{dt_a(x_a)}{dx_a}$$

14

SO 配分と混雑料金

● システム最適状態を達成する最適混雑料金:

- 利用者の認知するリンク通行費用が, 限界所要時間:

$$m_a(x_a) \equiv t_a(x_a) + x_a \frac{dt_a(x_a)}{dx_a}$$

と一致するなら, 利用者の自由な経路選択行動の結果として, SO交通流パターン $\mathbf{x}^{(SO)}$ を実現できる.

- 最適な混雑料金: $m_a(x_a^{(SO)}) - t_a(x_a^{(SO)})$

... 利用者1台の増加によってもたらされる他の全利用者の走行時間の増加 (“迷惑料”)

- このような課金状態下なら (道路管理者と利用者の目的関数が一致し), “パラドクス” は発生しない.

15

交通ネットワーク流モデルの発展経路

● 利用者行動の一般化・精緻化／モデルの統合化

- 確率論的モデリング, 経済学理論との整合性
 - ... Entropy Models, Markov Chain; Random Utility Theory

● 均衡解への収束の保証された効率的解法

- 数理計画理論, アルゴリズム論, グラフ理論
 - ... 経路の列挙を必要としないアルゴリズム

● 交通流の非対称な相互干渉を扱える理論

- 変分不等式 (Variational Inequality) 理論
 - ... ポテンシャルの存在しないベクトル場の問題

● 均衡状態への到達可能性 (調整過程ダイナミクス)

- 進化・学習ゲーム理論, 非線形力学系理論
 - ... Evolutionary Game Dynamics, Population Games, Learning in Games

16

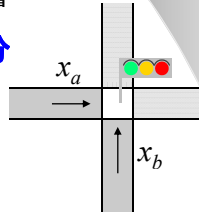
非対称な相互干渉のある均衡配分

● マルチ・クラス均衡配分

- クラス i の利用者のリンク・コスト $t_a^{(i)}$ が、他のクラス j のリンク交通量 $x_a^{(j)}$ の(非対称な)影響を受ける
eg. 公共交通機関(eg. バス)と自家用車
時間価値の異なる複数の利用者層

● 信号制御交差点を考慮した均衡配分

- リンク a の信号待ち時間 t_a は、リンク a, b の交通量 x_a, x_b の関数



➡ リンク性能関数の積分不可能性

- リンク性能関数 $t(x)$ の Jacobian が非対称
⇔ Beckmann 型ポテンシャルは存在しない

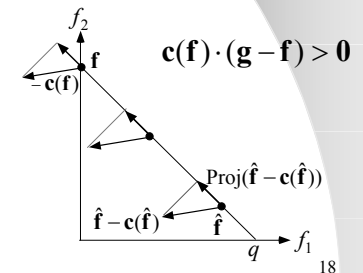
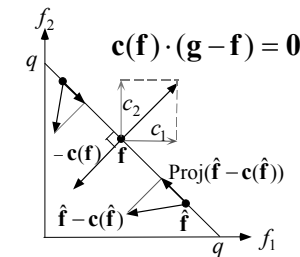
17

変分不等式問題(VIP)としての表現 (1)

● Smith (1979), Dafermos (1980) の定式化

リンク交通量パターン x が UE

$$\Leftrightarrow t(x) \cdot (y - x) \geq 0 \quad \forall y \in \Omega$$



18

変分不等式問題(VIP)としての表現 (2)

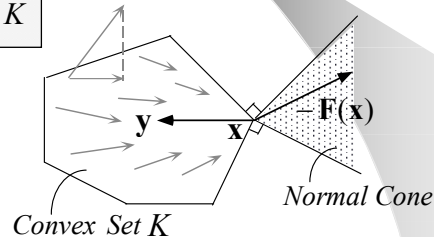
● 変分不等式 (Variational Inequality) 問題

VIP(F,K): Find $x \in K$ such that

$$F(x) \cdot (y - x) \geq 0 \quad \forall y \in K$$

.... ベクトル場 F が凸集合 K に直交する点 x を求める問題

.... x は、凸集合 K 上で“力(force)” $-F$ により動く“粒子”の停留点



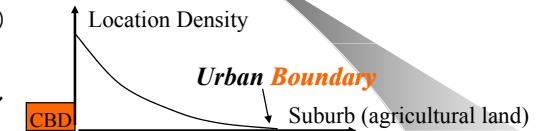
$F(x) = \nabla f(x)$ を満たすポテンシャル $f(x)$ が存在 $\Rightarrow$ 凸計画問題に帰着

19

[寄り道] 変分不等式と自由境界問題

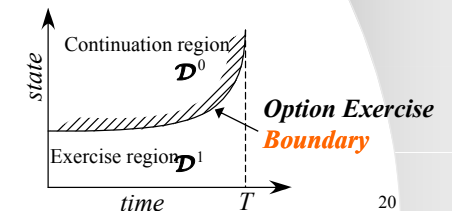
● 経済均衡モデル分析における VIP の応用

- 立地(土地利用)均衡モデル
- 一般均衡モデル



● 不確実性下での最適意思決定 (確率的制御)問題における VIP の応用

- 最適停止問題 (eg. アメリカン・オプション)
- インパルス制御問題 (eg. 最適在庫・発注)



20

VIP の“ポテンシャル”：(1) gap 関数

● VIP(F,K):

Find $\mathbf{x}^* \in K$ s.t. $\mathbf{F}(\mathbf{x}^*) \cdot (\mathbf{x}^* - \mathbf{y}) \leq 0 \quad \forall \mathbf{y} \in K$

● Hearn の“ギャップ関数”:

$$G(\mathbf{x}) \equiv \max_{\mathbf{y} \in K} \mathbf{F}(\mathbf{x}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{y})$$

$\Rightarrow G(\mathbf{x}^*) = 0$ and $G(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \forall \mathbf{x} \in K$

$\Rightarrow \text{VIP}(\mathbf{F}, K) \Leftrightarrow \min_{\mathbf{x} \in K} G(\mathbf{x})$

$$\Leftrightarrow \min_{\mathbf{x} \in K} \max_{\mathbf{y} \in K} \mathbf{F}(\mathbf{x}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{y})$$

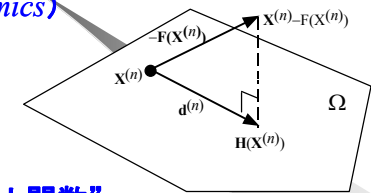
... $G(\mathbf{x})$ は **Lyapunov 関数** に近い特性を持つが **微分不可能** 21

VIP の“ポテンシャル”：(2) merit 関数

● 射影プロセス (Projection Dynamics)

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{H}(\mathbf{X}(t)) - \mathbf{X}(t) \quad \cdots (D)$$

where $\mathbf{H}(\mathbf{X}) \equiv \text{Proj}_{\Omega, Q}(\mathbf{X} - Q^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{X}))$



● Fukushima の微分可能“メリット関数”

$$G(\mathbf{X}) = \mathbf{F}(\mathbf{X}) \cdot (\mathbf{X} - \mathbf{H}(\mathbf{X})) - \frac{1}{2} (\mathbf{H}(\mathbf{X}) - \mathbf{X}) \cdot Q (\mathbf{H}(\mathbf{X}) - \mathbf{X})$$

定理: $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ が K 上で **狭義単調**:

$$(\mathbf{F}(\mathbf{Y}) - \mathbf{F}(\mathbf{X})) \cdot (\mathbf{Y} - \mathbf{X}) > 0 \quad \forall \mathbf{X} \neq \mathbf{Y} \in K$$

$\Rightarrow G(\mathbf{x})$ は (D) の **Lyapunov 関数**

(ie. (D) は Lyapunov 安定で, $\text{VIP}(\mathbf{F}, K)$ の解に収束).

22

UE配分の“Day-to-Day Dynamics” (1)

● UE 状態の安定性と到達可能性

利用者が毎日の経路選択を改訂 $\Rightarrow$ 交通量パターンが日々変化

... “**day-to-day dynamics**” により UE 状態へ収束する条件は?

● 確定的な Day-to-Day Dynamics:

eg. Smith の経路交換過程: $\dot{\mathbf{f}}(t) = \Phi(\mathbf{f}(t)) \quad \cdots (D)$

where $\Phi_k(\mathbf{f}) = -\sum_{\ell \neq k} f_\ell \cdot \max.[c_k(\mathbf{f}) - c_\ell(\mathbf{f}), 0]$: 経路 k から他経路へ
 $+\sum_{\ell \neq k} f_\ell \cdot \max.[c_\ell(\mathbf{f}) - c_k(\mathbf{f}), 0]$: 他経路から経路 k へ

$\Rightarrow \mathbf{c}(\mathbf{f})$ が狭義単調なら, 以下の関数 G は, (D) の Lyapunov 関数:

$$G(\mathbf{f}) = \sum_k \sum_{\ell \neq k} f_k \cdot \{\max.[c_k(\mathbf{f}) - c_\ell(\mathbf{f}), 0]\}^2$$

23

UE配分の“Day-to-Day Dynamics” (2)

● 確率的な Day-to-Day Dynamics:

eg. **Perturbed Best Response Dynamics**:

> 個々の利用者は, 日々の確率的な交通費用に基づき,

$$B_k(\mathbf{f}(t)) \equiv \text{Pr}.[\tilde{C}_k(t) \leq \tilde{C}_\ell(t) \quad \forall \ell \neq k],$$

where $\tilde{C}_k(t) \equiv c_k(\mathbf{f}(t)) + \tilde{\varepsilon}_k$ **Random Shock**

で決まる確率で経路 k を選択 (混合戦略).

> 経路交通流パターンの day-to-day dynamics:

$$\dot{\mathbf{f}}(t) = \Phi(\mathbf{f}(t)), \quad \text{where } \Phi_k(\mathbf{f}) = \frac{\exp(-\theta c_k(\mathbf{f}(t)))}{\sum_\ell \exp(-\theta c_\ell(\mathbf{f}(t)))} - f_k(t)$$

... “**Logit Dynamics**”

... 統計力学的アプローチや確率近似理論等
 を活用した **進化・学習ゲーム理論** との融合

24

Part I. 交通ネットワーク・フローの 予測モデル

2. 動学的な 交通流モデル

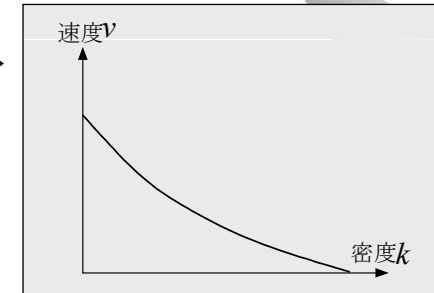
25

2. 動学的なネットワーク流モデル

“混雑”と“渋滞”：(1) 交通流の密度と速度

- 交通密度 k : 道路の進行方向単位長さ当りに存在する車の台数 [台 / Km]

- 空間平均速度 v と交通密度 k の関係
 $v = v(k)$
 … 速度は密度の単調減少関数



26

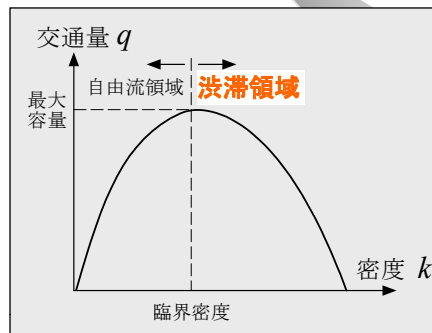
2. 動学的なネットワーク流モデル

“混雑”と“渋滞”：(2) 交通容量と“渋滞”

- 交通量 q : 単位時間内にその道路区間を通過する車の台数 [台/時]

- 交通量
= 密度 × 速度
 $q = k \cdot v = k \cdot v(k)$

- 交通量 q と交通密度 k の関係 →
 $k = q^{-1}(q)$: 二価関数



27

2. 動学的なネットワーク流モデル

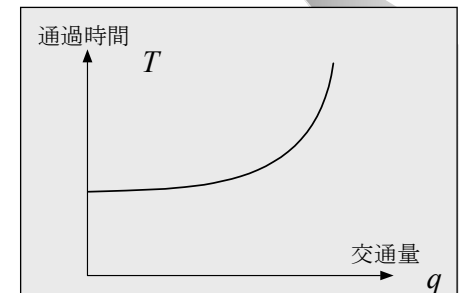
“混雑”と“渋滞”：(3) 静的モデルの“混雑”

- リンク通過時間 : その道路区間(リンク)を通過するのに要する時間

- 通過時間 T
= リンク長 ÷ 速度

- 非渋滞領域での通過時間 T と交通量 q の関係 →

$$T = \frac{L}{v(k)} = \frac{L}{v(q^{-1}(q))}$$



28

“混雑”と“渋滞”：(4) 静的モデルの限界

● 渋滞の定義：

ある道路区間を通過しようとする車の台数(交通需要)が、その道路区間を単位時間内に通過できる車の台数(交通容量)を超過し、超過分が超過地点から上流に滞留する現象。



⇒ 静的モデルでは、原理的に、
渋滞現象を表現できない！

29

渋滞現象の表現：(1) “交通物理学” モデル

● 渋滞現象を表現・解析するためのモデル：

- ミクロ (Lagrange 表現)：追従 (Car following) モデル
 - … 個別車両の微視的な挙動 (eg. 位置, 速度, 加速度等の状態変化) を周辺車両との相互作用・相対的關係に基づきモデル化
- マクロ (Euler 表現)：流体近似 (Hydrokinetics) モデル
 - … 交通流の巨視的状态変数 (eg. 交通量, 密度, 平均速度等) の Time-Space 空間上での關係をモデル化

● 最新の統一的理論：

Daganzo, C.F. (2006): On the Variational Theory of Traffic Flow: Well-Posedness, Duality and Applications, Networks & Heterogeneous Media 1, 601-619.

30

渋滞現象の表現：(2) 累積曲線法

● 累積流入曲線

$A(t)$: 入口に車が到着する時刻と累積台数をプロット

● 累積流出曲線：

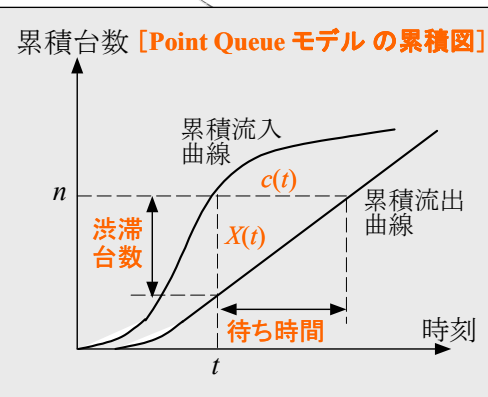
$D(t)$: 出口を車が退去する時刻と累積台数をプロット

➢ 渋滞台数：

$$X(t) = A(t) - D(t)$$

➢ 待ち時間：

$$c(t) = X(t) / \mu$$



➢ First-In-First-Out 条件：

$$A(t) = D(t + c(t))$$

31

動的なネットワーク流の表現

● 各リンクで成立すべき条件：

➢ 渋滞の進展方程式：

$$X_{ij}(t) = A_{ij}(t) - D_{ij}(t)$$

➢ リンク所要時間：

$$c_{ij}(t) = \bar{c}_{ij} + X_{ij}(t) / \mu_{ij}$$

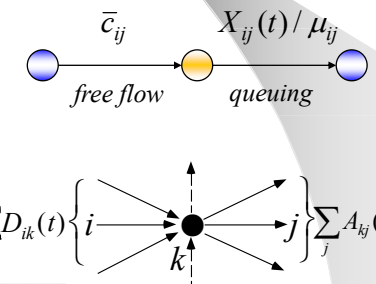
➢ FIFO 条件：

$$A_{ij}(t) = D_{ij}(t + c_{ij}(t))$$

● 各ノードで成立すべき条件：

➢ フロー保存則：

$$\sum_i D_{ik}(t) - \sum_j A_{kj}(t) = Q(t) \delta_{ok}$$



32

動的利用者均衡(DUE)配分: (1) 定義

経路選択に関する

動的な利用者均衡(Dynamic User Equilibrium)状態:

- どの時刻においても, どの利用者也, 自分だけが経路を変更しても, 自分の経路所要時間を改善できない状態.
- ... 各利用者は, (“事後的”) 所要時間を **完全予見**

cf. 動的な瞬間的利用者最適(Dynamic User Optimal)状態

- ... 各利用者は, 近視眼的に最小所要時間経路を選択

拡張 DUE モデル:

- **出発時刻選択**に関する DUE (eg. Vickrey (1969))
- **出発時刻・経路の同時選択** DUE

33

動的利用者均衡(DUE)配分: (2) 定式化

DUE 配分モデル

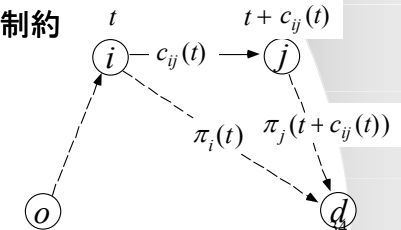
経路選択に関する動的な均衡条件:

$$\begin{cases} \pi_i(t) = c_{ij}(t) + \pi_j(s) & \text{if } \lambda_{ij}(t) > 0 \\ \pi_i(t) \leq c_{ij}(t) + \pi_j(s) & \text{if } \lambda_{ij}(t) = 0 \end{cases} \quad \forall (i, j) \in L, \forall t$$

where $s \equiv t + c_{ij}(t)$

各リンク・ノードでの物理的制約

- ・渋滞の進展方程式
- ・渋滞待ち時間
- ・FIFO条件
- ・フロー保存則



DUE 配分の基本特性

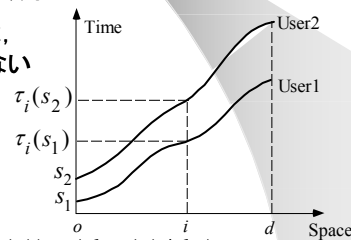
多起点・1終点(1起点・多終点)ネットワークでは, 終点到着(起点出発)時刻別の分解則が成立

- DUEの定義 + リンクのFIFO原則
- ➡ 終点到着順序 = 途中ノードの通過順序
- ➡ 終点到着時刻 u の車の所要時間は, u 以降に到着する車の影響を受けない

- 終点に時刻 u に到着する利用者別に定義された変数 (y, τ) :

$$\begin{cases} \tau_i(u): \text{ノード } i \text{ への最早到着時刻,} \\ y_{ij}(u) = dA_{ij}(\tau_i(u))/du = \lambda_i(\tau_i(u)) \cdot (d\tau_i(u)/du) \end{cases}$$

のみで, 均衡条件を縮約表現可能



35

DUE 配分のVIP/NCP 表現

終点到着時刻別の DUE 配分

経路選択に関する均衡条件:

$$\begin{cases} \tau_j(u) = c_{ij}(\tau_i(u)) + \tau_i(u) & \text{if } y_{ij}(u) > 0 \\ \tau_j(u) \geq c_{ij}(\tau_i(u)) + \tau_i(u) & \text{if } y_{ij}(u) = 0 \end{cases} \quad \forall (i, j) \in L, \forall u$$

FIFO条件 ($A_{ij}(\tau_i(u)) = D_{ij}(\tau_j(u))$) + フロー保存則:

$$\begin{aligned} & \sum_i A_{ik}(\tau_i(u)) - \sum_j A_{kj}(\tau_k(u)) + Q_{kd}(u) = 0 \\ \Leftrightarrow & \sum_i y_{ik}(u) - \sum_j y_{kj}(u) + Q_{kd}(u) = 0 \quad \forall k \in N, \forall u \end{aligned}$$

... 静的な UE 配分の arc-node 形式表現と類似した構造

➡ **標準形の NCP (非線形相補性問題) に帰着**

36

DUE 配分の理論的課題

● DUE 配分は、一般には、ポテンシャルを持たない:

- リンク通過所要時間 $c_{ij}(u)$ が、リンク・フロー $y_{ij}(u)$ だけではなく、均衡ノード到着時刻 $\tau_i(u)$ にも依存:

$$c_{ij}(u) = \max. [\alpha_{ij} y_{ij}(s) - \tau_i(u) + \beta_{ij}, \bar{c}_{ij}]$$

... 非対称 Jacobian 型の VIP/NCP

● DUE 配分の未解決課題 (求む数学者!)

	One-to-Many	Many-to-Many
解の存在	○	○
解の一意性	不明 (*)	不明
DUEへの収束が保証された解法	○	未解決

(*) 各種状況証拠からは、唯一のようだ。しかし、コスト関数 (VIP のベクトル場) の単調性が必ずしも成立しない...

37

Part II.

交通渋滞問題に対する
新しい解決方策1. 「ネットワーク通行権取引制度」:
ICT/ITS を活用した未来型TDM の提案

38

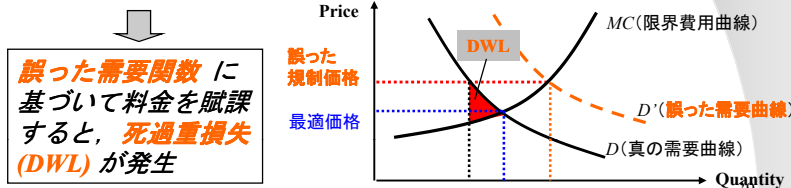
研究の背景：渋滞問題と混雑料金

● 交通渋滞解消のための「混雑料金制」

... 理論的には、混雑外部性を解消する優れた制度

● 混雑料金制が機能するための前提条件

- 効率的な料金徴収法 ... ETCシステムの普及で解決
- 道路管理者は、様々な利用者の「需要関数」情報:
eg. 潜在的な利用者数, 希望到着時刻 (時刻別利用者数), 時間価値 etc.
を正確に把握できる



39

「価格規制」v.s.「数量規制」

● Weitzman (1974), Laffont (1977) による古典的理論:

需要情報が不確実 ⇒ 価格規制より数量規制の方が効率的

● 道路交通問題における「数量規制」の優位性

道路交通では、需要曲線の把握に比べれば、費用曲線 (交通容量で決まる) の把握は容易

● 道路渋滞緩和のための「数量規制」:

- ・ 信号制御
- ・ 高速道路のランプ流入制御
- ・ 高速道路の「予約制度」(by 越・赤羽・桑原)
- ... 何れも、道路の「優先的利用権」の「単純割当制」
⇒ 利用者選択の制限に起因する**経済的損失が発生**

40

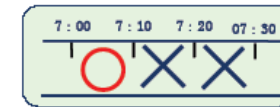
本研究の目的

- 「数量規制」に「価格メカニズムによる割当調整法」を導入した新たな渋滞解消策の提案
 - 「時刻別ボトルネック通行権」の設定と発行
 - その権利を売買取引できる「通行権取引制度」の創設
- 提案制度が持つ特性を検証・証明(単一ボトルネック問題)
 - 制度導入により「パレート改善」が達成される
 - 社会的に最も効率的(パレート最適)な資源配分が達成される
 - 通行権販売収入に関する「Self-Financing 原理」が成立
- 理論の拡張
 - 一般構造ネットワークにおける提案制度の効率性

41

ボトルネック通行権取引制度(1)

- “ボトルネック通行権” の設定と発行
 - ボトルネック通行権: 特定のボトルネック地点を, 特定の時間帯に通行できる権利
 - 道路管理者は, 時間帯別の通行権を設定・発行し, 道路利用者に(適切なスキームで)配分
 - 時間帯 t には, “時間帯 t の通行権” を所有している道路利用者のみが, ボトルネックを通行可能



例: 7:00~7:10 の時間帯のみ
通行可能な通行権

42

ボトルネック通行権取引制度(2)

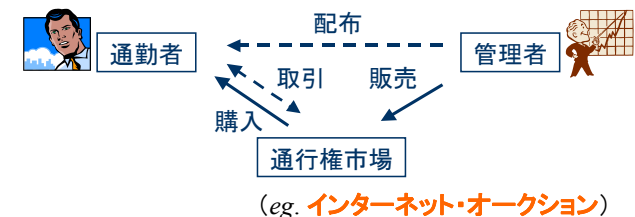
- “ボトルネック通行権” の配分方式
 - スキーム① (“通行権 販売型スキーム”):
道路管理者は, 利用者に通行権を**有料販売**
 - スキーム② (“通行権 配布型スキーム”):
道路管理者は, 公平性を考慮した適切な方式で,
利用者に通行権を**無料配布**

例: 時間帯区分と利用者区分を, 各々, 12種類に分類し, 月毎に, 各利用者群別に通行時間帯の異なる通行権を **ローテーション方式** で配布

43

ボトルネック通行権取引制度(3)

- ボトルネック通行権の配分と市場取引
 - 道路管理者: 時間帯別に, ボトルネック容量に等しい枚数の通行権を発行・配分 ⇒ **渋滞解消!**
 - 道路利用者: “通行権取引市場” で自分の希望する時間帯の通行権を交換取得 ⇒ **パレート最適!**



44

「通行権取引制度」の理論的特性のまとめ

- 単一ボトルネック(出発時刻選択均衡):
 - ➔ 提案制度の導入により, 通勤者・道路管理者の両者の **パレート改善** が達成可能
 - ➔ 制度導入下の均衡状態で実現する通行権配分は, **社会的な交通費用を最小化する配分** を達成可能
 - ➔ 提案制度の“通行権販売型スキーム”では, **容量増強投資の Self-Financing 原則** が成立
- 一般ネットワーク(出発時刻・経路選択均衡):
 - ➔ 制度導入下の均衡状態は, **社会的な交通費用を最小化** (ただし, パレート改善は, 常に成立するとは限らない)
 - ➔ 通行権販売型スキームでは, 上記 **Self-Financing 原則** が成立

45

Part II.

交通渋滞問題に対する 新しい解決方策

TNP 実装のための システム構想と理論構築

46

TNP 制度のインプリメンテーション

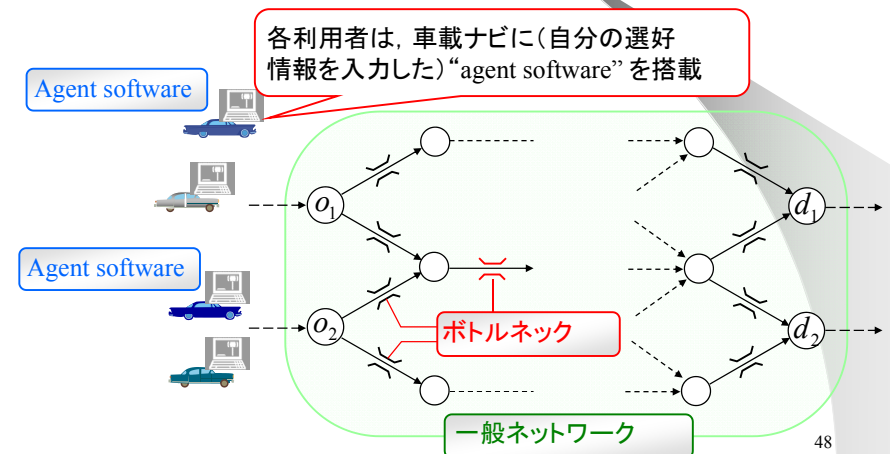
● TNP理論に残された課題

- ➔ TNP制度は, 道路管理者の負荷は少ないが, 利用者に煩雑な取引を要請してしまう・・・
 - ➡ **・車載ナビ・システムへの“agent software”の導入.**
・“agent software”達による通行権の市場取引.
- ➔ 均衡条件が“black-box”(ie. 均衡状態へ到達するためのプロセスや市場のマイクロ・メカニズムが非明示的)
 - ➡ **・“agent software”達の自律的な選択行動, および**
・マイクロな市場取引メカニズムを適切に組合わせた
“Multi-agent Sytem”を設計

47

TNP 実装のためのMulti-agent System (1)

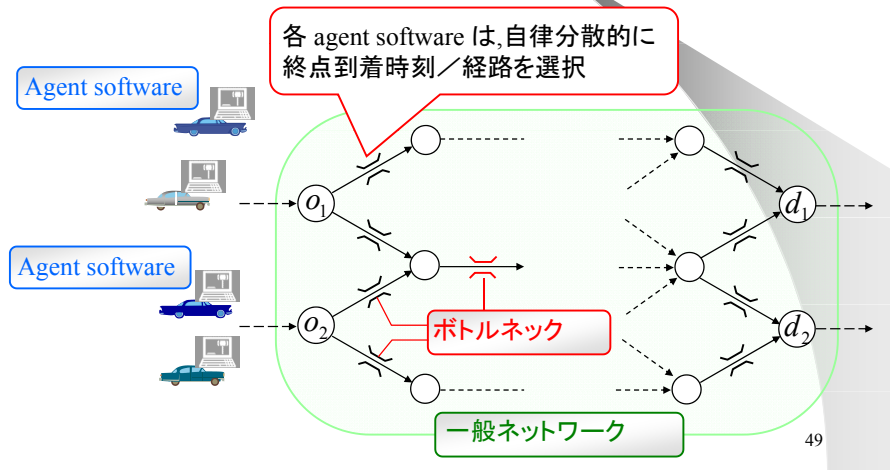
● TNP 実装のための Multi-agent System 構想



48

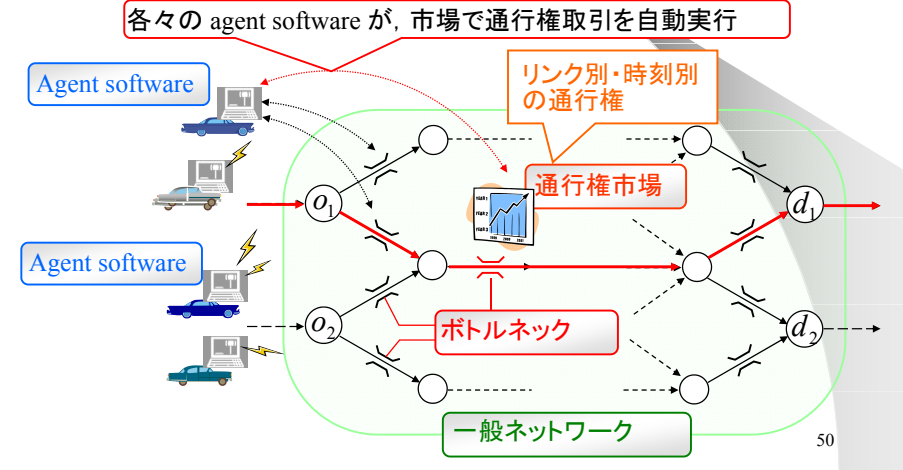
TNP 実装のためのMulti-agent System (2)

TNP 実装のための Multi-agent System 構想



TNP 実装のためのMulti-agent System (3)

TNP 実装のための Multi-agent System 構想



TNP 実装のためのMulti-agent System (4)

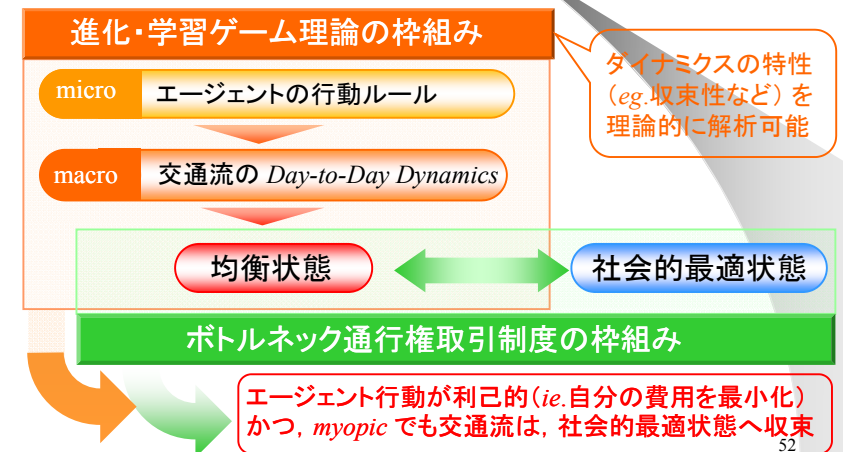
Multi-Agent System の設計要件

- 個々のエージェントの**行動の自律性**:
中央制御センターからの指示なしに、局所的情報と通行権市場情報のみで、経路(通行権売買)戦略を決定できる。
- エージェント**行動ルール**の**簡潔性**:
戦略決定・変更(日々の経験による学習)に必要な計算量・情報量が少く、リアルタイム計算可能。
- エージェント群行動**ダイナミクス**の**安定性**:
個々のエージェントの行動から集計的に決定される交通流の“Evolutionary Dynamics”が、必ず均衡解に収束し、かつ収束が速い。
- ネットワーク**総交通費用**の**最小化**:
ダイナミクスの安定状態が、TNP 制度下の均衡(社会的費用最小化)状態と一致。

51

システム設計のための理論的枠組 (1)

エージェント行動メカニズムの設計



システム設計のための理論的枠組 (2)

● 通行権市場マイクロ・メカニズムに求められる性質

- *Allocatively-efficient*: 効率的な資源配分を達成できる
- *Strategy-proof*: 自らの選好を偽るインセンティブが働かない



53

Part II.

交通渋滞問題に対する 新しい解決方策

2. “渋滞”と“混雑”を解消する 情報効率のメカニズムのデザイン

54

単一ボトルネック道路における “渋滞”と“混雑”を解消する メカニズムのデザイン

卒業論文発表会
2008年2月20日
交通制御学研究室
和田健太郎

指導教官 赤松 隆 教授

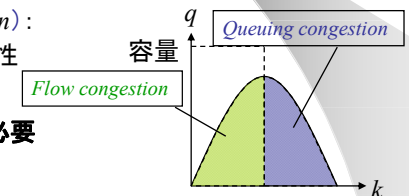
55

研究の背景

● 交通需要管理(TDM)方策を考える上で注意すべき点

→ 交通工学的にみた道路の「混雑」と「渋滞」:

- 混雑 (*Flow congestion*):
... 交通量増加に伴う速度低下による外部性
- 渋滞 (*Queuing congestion*):
... 待ち行列による外部性
⇒ メカニズムが全く異なる
⇒ 両者を区別した対策が必要



→ 情報の非対称性

- 道路管理者は、利用者の選好を正確には把握できない
- 正確な利用者情報を必要とする TDM 政策は、誤った規制によって、社会的損失を生む可能性がある

56

既存研究

- 情報の非対称性を考慮した交通流管理政策
 - ↓ ボトルネック通行権取引制度 (赤松 (2006,2007))
 - 通行権市場の創設 → 情報の非対称性解消
 - 「渋滞」(*Queuing congestion*) を解消
 - 均衡状態が社会的最適状態と一致

課題:

- 「混雑」と「渋滞」の外部性を同時に解消することは困難
- 集計的な均衡状態を達成するための *implementation* 法 (e.g. 通行権市場のマイクロ・レベルのメカニズム) は、自明でない

57

研究の目的

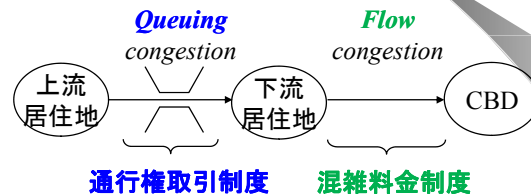
- 「渋滞」と「混雑」の外部性を解消し、かつ、詳細な利用者情報を必要としない交通流管理スキームの提案
 - ↓ 「渋滞」と「混雑」が併存する状況の管理スキーム
 - 「渋滞」: ボトルネック通行権取引制度
 - 「混雑」: 進化的な混雑料金制度
 - ↓ マイクロ・メカニズムの構築
 - 通行権市場: オークション理論に基づく市場設計
 - 通勤者の行動モデル: 進化・学習ゲーム理論

社会的交通費用が最小化される状態へ到達

58

状況設定

- 単一ボトルネックを持つネットワーク

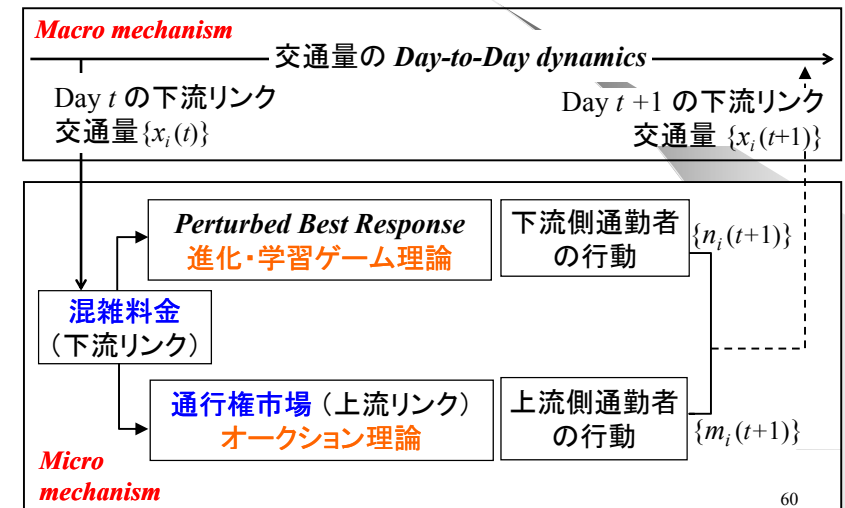


- 両居住地の通勤者は、ともに、CBD へ通勤
- 通勤者は、通勤費用を最小化する終点到着時刻を選択
- 下流リンクで、両通勤者の交通の相互作用が発生

2種類の“混雑”を包括的に扱わなければならない

59

提案メカニズムの枠組



60

下流リンク：進化的な混雑料金

進化ゲーム論に基づく混雑料金制度 (Sandholm (2002))

- 日々観測される交通量に応じた課金
 - 利用者情報を必要としない混雑料金制度
 - Flow congestion** (混雑)のみを考慮したモデル
 - 総交通費用が最小となる均衡状態へ、交通流の **Evolutionary Dynamics** が収束
⇒ 社会的最適状態に関する事前情報も不要

- Day t での到着時刻 i に対する混雑料金 $\lambda_i(t)$

$$\lambda_i(x_i(t)) = x_i(t) \frac{\partial c(x_i(t))}{\partial x_i}$$

社会的費用
の増分

$x_i(t)$: day t での時刻 i の下流リンク交通量
 $c(\cdot)$: 下流リンクの交通費用関数

61

上流リンク：ボトルネック通行権取引

通行権取引制度の基本的な枠組

- 特定の時刻にボトルネックを通過する権利を付与する“ボトルネック通行権”を道路管理者が発行
 - 発行枚数をボトルネック容量以下に設定
⇒ 原理的に、渋滞は発生しない
- 通行権を自由に売買取引する“通行権市場”を創設
 - 組合せオークション理論に基づく取引メカニズム構築
⇒ 情報の非対称性を解消し、
かつ、効率的配分を達成

62

通勤者の行動モデル

上流側居住地の通勤者 (M 人)

- オークション市場** で希望時刻の通行権を購入
 - Day $t+1$ の通行権の入札は、day t に実現した交通混雑を参照して近視眼的に行われる
 - オークション市場で day $t+1$ の通行権が配分される

下流側居住地の通勤者 (N 人)

- Perturbed Best Response** [eg. Fudenberg and Kreps (1993)] モデルに基づき、到着時刻を選択
 - 交通費用 = 確定的費用 + 攪乱(ランダム)項
 - Day $t+1$ の到着時刻選択に、day t の交通量を参照
 - 攪乱項を含む利得を最大化するように **混合戦略** を選択

両居住者とも **近視眼的** に終点到着時刻を選択する

63

通行権市場のオークション・メカニズム

Vickrey-Clarke-Groves (VCG) mechanism

- Allocatively-efficient**: 効率的な資源配分を達成できる
- Strategy-proof**: 各通勤者にとって、自分の選好を正直に表明することが支配戦略となる
- 問題点
 - 入札数が膨大・私的情報を必要以上に開示
 - 配分(最適化)問題を解くための情報処理負荷が膨大

競り上げオークション

- VCG mechanismと同じ配分結果を与えるアルゴリズム (**Primal-Dual algorithm**)
- 自分の需要する通行権のみに入札すればよい

64

通行権市場 (1)

● 通行権の割当決定問題(整数計画問題)

$$V^{LP}(\mathbf{y}, t) = \max_{\mathbf{y}} \sum_i \sum_{\alpha} b_i^{\alpha}(t) y_i^{\alpha}(t+1)$$

$$s.t. \sum_i y_i^{\alpha}(t+1) = 1, \forall \alpha$$

$$\sum_{\alpha} y_i^{\alpha}(t+1) \leq \mu, \forall i$$

$$y_i^{\alpha}(t+1) \geq 0 \quad \forall i, \alpha$$

b : 入札額

α : 通勤者

i : 時刻 i の通行権

μ : ボトルネック容量

y : 通行権の配分

(1: 配分, 0: 配分されない)

- 社会的余剰を最大化 (*Allocatively-efficient*)
- 線形計画問題として解いても, 必ず, 整数解が求まる
($\because$ 係数行列が **Totally Unimodular**)

65

通行権市場 (2)

● 通行権価格 (Vickrey Payments)

- 自分が入札することによって生じる, 他の参加者の社会的余剰の減少分 (機会費用)

$$p_{\alpha}^{VCG}(t) = V^{-\alpha}(\mathbf{y}^{-\alpha*}, t) - \left[V(\mathbf{y}^*, t) - \sum_i b_i^{\alpha}(t) y_i^{\alpha*}(t+1) \right]$$

通勤者 α が入札に参加しない場合の (最大) 社会的余剰

通勤者 α を除いた社会的余剰

- 誘因両立性を保証 (*Strategy-proof*):
虚偽の選好表明をする *incentive* が働かない
- 難点:
入札人数個の LP を解く (ie. 膨大な情報処理) 必要がある

66

通行権市場 (3)

● 双対問題と競争均衡価格

$$\min_{\mathbf{p}} \sum_i \mu_i p_i(t) + \sum_{\alpha} \gamma^{\alpha}(t)$$

$$s.t. \gamma^{\alpha}(t) + p_i(t) \geq b_i^{\alpha}(t), \forall \alpha, i \dots\dots(1)$$

$$\gamma^{\alpha}(t) \geq 0 \quad \forall \alpha, \quad p_i(t) \geq 0 \quad \forall i \dots\dots(2)$$

b : 入札額

α : 通勤者

i : 時刻 i の通行権

μ : ボトルネック容量

p : 通行権価格

● 最小競争均衡価格

$$\min_{\mathbf{p}} \sum_i \mu_i p_i(t) \quad s.t. \quad (1), (2) \quad \& \quad \sum_i \mu_i p_i(t) + \sum_{\alpha} \gamma^{\alpha}(t) = V^{LP}$$

- **最小競争均衡価格 = Vickley Payment**
proof: Leonard (1983), Gretsky *et al.* (1998)
- 難点:
全通行権に対する入札額 (私的情報) を提示する必要がある

67

通行権市場 (4)

● 競り上げオークション (Demange-Gale-Sotomayor(1986))

Step 1: $\mathbf{p}(0) := \mathbf{0}$; $T := 0$

Step 2: 各通勤者が, 現在価格 $\mathbf{p}(T)$ に対し, 自分の需要する通行権の時間帯 i を申告; 超過需要集合が無ければ Step 4 へ

Step 3: 最小の超過需要集合 S を探し, 通勤者が需要を変更するまで S 内の全ての通行権価格を上げる;

$T := T + 1$ とし, Step 2 へ

Step 4: 各通勤者が需要する通行権を価格 $\mathbf{p}(T)$ で割当. 終了.

- ... 各通勤者は, 各ラウンドの価格に対して, 需要したい時刻の通行権を申告するだけでよい

→ **Primal-Dual アルゴリズムと等価**

68

Perturbed Best Response

下流側通勤者の到着時刻変更行動

利得の定義

$$\tilde{U}_i^\beta(t) = -\pi_i(x_i(t)) + \varepsilon_i^\beta(t)$$

確率的ショック

where $x_i(t) \equiv m_i(t) + n_i(t)$: Day t の下流リンクの時刻 i の交通量

$\pi_i(t) \equiv c_i(x_i(t)) + \lambda_i(x_i(t)) + s_i$: 下流側通勤者の時刻 i の通勤費用

リンク(混雑)費用

混雑料金

スケジュール費用

利得に対する反応 (Perturbed Best Response (PBR))

混合戦略

$$B_i^\beta(\mathbf{x}(t)) = \Pr[\arg \max_{i \in I} \tilde{U}_i^\beta(t) = -\pi_i(x_i(t)) + \varepsilon_i^\beta]$$

$$= \frac{\exp[-\phi \pi_i(x_i(t))]}{\sum_j \exp[-\phi \pi_j(x_j(t))]}$$

i.i.d Gumbel 分布を仮定

69

交通量期待値のダイナミクス

下流側リンクの時刻別交通量期待値: $\bar{x}_i(t) \equiv \bar{m}_i(t) + \bar{n}_i(t)$

下流側通勤者の時刻別選択者数ダイナミクス

$$\frac{d\bar{n}_i(t)}{dt} = \frac{1}{\delta} [N B_i(\bar{\mathbf{x}}(t)) - \bar{n}_i(t)] \quad \forall i \in I$$

PBR 戦略更新頻度 / 下流側の総通勤者数

時刻 i を選ぶ下流側通勤者数(期待値)

到着時刻 i を PBR で選ぶ確率

上流側通勤者の時刻別選択者数ダイナミクス

$$\frac{d\bar{m}_i(t)}{dt} = M A_i(\bar{\mathbf{x}}(t)) - \bar{m}_i(t) \quad \forall i \in I$$

上流側の総通勤者数

時刻 i を選ぶ上流側通勤者数(期待値)

到着時刻 i を VCG-auction で選ぶ確率

70

Day-to-Day Dynamics 期待値の特性 (1)

交通量の Day-to-Day Dynamics と均衡解

命題1: 交通量期待値のダイナミクスの停留点は、社会的最適状態と一致する。

証明: 停留点 $\mathbf{x}^*$ では $d\bar{n}_i(t)/dt = 0, d\bar{m}_i(t)/dt = 0$ ゆえ、

$$\bar{n}_i(t^*) = N B_i(\mathbf{x}^*)$$

$$\bar{m}_i(t^*) = M A_i(\mathbf{x}^*) \quad \forall i \in I$$

(A_i は $\bar{m}_i(t^*) \leq \mu$ を常に満足)

$$x_i(t^*) = \bar{m}_i(t^*) + \bar{n}_i(t^*)$$

交通・通行権市場の均衡条件

$$\min_{(\mathbf{m}, \mathbf{n}) \geq 0} \Pi(\mathbf{m}, \mathbf{n})$$

社会的交通費用

$$s.t. \sum_i \bar{m}_i = M, \sum_i \bar{n}_i = N$$

$$\bar{m}_i \leq \mu \quad \forall i \in I$$

$$\bar{m}_i + \bar{n}_i = x_i \quad \forall i \in I$$

社会的交通費用最小化問題

71

Day-to-Day Dynamics 期待値の特性 (2)

Day-to-Day Dynamics の安定性

命題2: 提案スキーム下では、交通量期待値のダイナミクスは大域的に収束する

証明: 上記の (PBR-VCG-Auction) Day-to-Day Dynamics は、以下の Lyapunov 関数 $F(\mathbf{n}, \mathbf{m})$ を持つ:

$$F(\mathbf{n}, \mathbf{m}) \equiv \Pi(\mathbf{n}, \mathbf{m}) - \Pi(\mathbf{n}^*, \mathbf{m}^*)$$

$$\text{where } \Pi(\mathbf{n}, \mathbf{m}) \equiv C(\mathbf{x}) - (1/\phi)H(\mathbf{n}) - (1/\theta)H(\mathbf{m})$$

$$\mathbf{x} \equiv \mathbf{n} + \mathbf{m}, \quad C(\mathbf{x}) \equiv \sum_i x_i \cdot (c_i(\mathbf{x}) + s_i)$$

$$H(\mathbf{z}) \equiv -\sum_i z_i \ln z_i$$

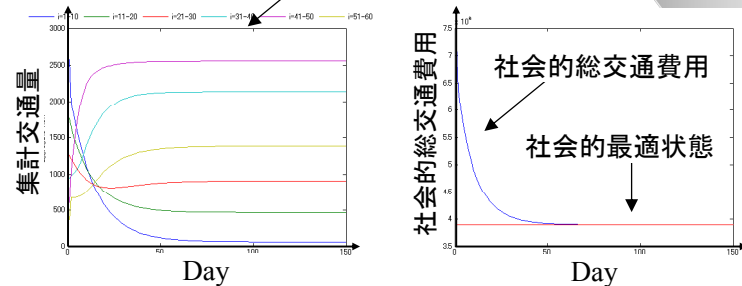
(個人別の確率的ショックを除く)
確定的な社会的交通費用

期待値ダイナミクスのシミュレーション (1)

交通量の期待値の日々の変化

- PBR-Auction 期待値 Dynamics (差分方程式) を数値計算
- 終点到着時刻1時間を1 分刻み (ie. 60個の到着時刻)

終点到着時刻別の集計交通量 (10 分毎)



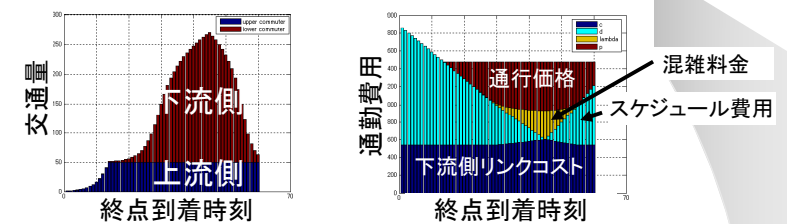
... 社会的最適状態へ収束している

73

期待値ダイナミクスのシミュレーション (2)

100 日目の交通量・交通費用パターン

- (左図) 到着時刻別のリンク交通量期待値パターン
- (右図) 到着時刻別の通勤費用パターンとその内訳



... (集計的な) 均衡状態に到達している

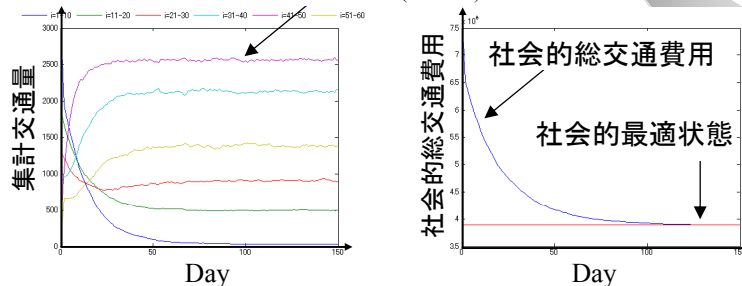
74

Day-to-Day Dynamics の確率的特性 (1)

交通量 Day-to-Day Dynamics の確率的挙動

- 各通勤者レベルでのミクロな確率的行動をシミュレート
- 各通勤者の行動結果を集計

終点到着時間帯別(10 分毎)の交通量



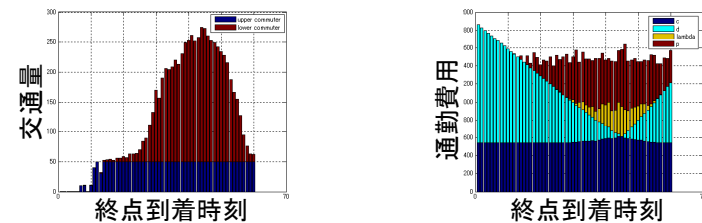
... 確率的な Day-to-Day Dynamics は、
社会的最適状態近傍で定常状態となっている

75

Day-to-Day Dynamics の確率的特性 (2)

100 日目の交通量・交通費用パターン

- (左図) 到着時刻別のリンク交通量パターン
- (右図) 到着時刻別の通勤費用パターンとその内訳



... (期待交通量パターンに比べ、多少のバラツキはあるが)
ほぼ均衡状態とみなせる状態に到達している

76

Part II : 2 のまとめ

- 「渋滞」と「混雑」を解消し、かつ、詳細な利用者情報を必要としない交通流管理スキームを提案
 - ➔ **マイクロ・メカニズム**を構築
 - 通行権市場:オークション理論
 - 通勤者行動:進化・学習ゲーム理論
- 提案スキームの特性
 - ➔ 通行権市場メカニズムは、**効率的資源配分**を達成し、かつ、通勤者にとって**誘因両立的なメカニズム**
 - ➔ 交通量の期待値ダイナミクスは、社会的最適(SO)状態へ収束
 - ➔ 個々の利用者の確率的挙動を考慮した交通量の確率的ダイナミクスは、**SO状態近傍の定常分布へ収束**

77

参考文献(1)

＜交通ネットワーク理論全般／変分不等式理論＞

- 松井 寛(編) (1998): **交通ネットワークの均衡分析 – 最新の理論と解法 –**, 土木学会.
- Altman, E. et al. (2006): A Survey on Networking Games in Telecommunications, *Computers & Operations Research* 33, 286-311.
- Beckmann, M.J. et al. (1956): **Studies in the Economics of Transportation**, Yale University Press.
- Bell, M.G.H. and Iida, Y. (1997): **Transportation Network Analysis**, John Wiley&Sons.
- Dafermos, S. (1980): Traffic Equilibrium and Variational Inequalities, *Transportation Science* 14, 42-54.
- Facchinei, F. and Pang, J-S. (2003): **Finite-dimensional Variational Inequalities and Complementarity Problems**, Springer.
- Ferris, M.C. and Pang, J-S. (2003): Engineering and Economic Applications of Complementarity Problems, *SIAM Review* 39, 669-713.
- Fukushima, M. (1992): Equivalent Differentiable Optimization Problems and Descent Methods for Asymmetric Variational Inequality Problems, *Math. Prog.* 53, 99-110.
- Sheffi, Y. (1985): **Urban Transportation Networks – Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods**, Prentice-Hall.
- Smith, M.J. (1979): The Existence, Uniqueness and Stability of Traffic Equilibria, *Transportation Research* 13B, 295-304.
- Patriksson, M. (1994): **The Traffic Assignment Problem - Models & Methods**, VSP.
- Patriksson, M. (1999): **Nonlinear Programming and Variational Inequality Problems**, Kluwer Academic Publisher.

78

参考文献(2)

＜交通流ダイナミクス(密度波・渋滞衝撃波)・車両追従モデル＞

- 西成活裕 (2006): **渋滞学**, 新潮選書.
- Bando, M. et al. (1995): Dynamical Model of Traffic Congestion and Numerical Simulation, *Physical Review E* 51, 1035-1042.
- Chowdhury, D. et al. (2000): Statistical Physics of Vehicular Traffic and Some Related Systems, *Physics Reports* 329, 199-329.
- Daganzo, C.F. (1994): The Cell-transmission Model *Transportation Research* 28B, 269-288.
- Daganzo, C.F. (1995): Requiem for Second-order Fluid Approximations of Traffic Flow, *Transportation Research* 29B, 277-286.
- Daganzo, C.F. (1997): **Fundamentals of Transportation and Traffic Operations**, Pergamon.
- Daganzo, C. F. (2005): A Variational Formulation of Kinematic Waves: Basic Theory and Complex Boundary Conditions, *Transportation Research* 39B, 187-196.
- Daganzo, C.F. (2006): On the Variational Theory of Traffic Flow: Well-posedness, Duality and Applications, *Networks & Heterogeneous Media* 1, 601-619.
- Lax, P.D. (1973): Hyperbolic Systems of Conservation Laws and the Mathematical Theory of Shockwaves, *SIAM Regional Conference Series in Applied Mathematics*.
- Lighthill, M.J. and Whitham, G.B. (1955): On Kinematic Waves. Part I-II, *Proc. Roy. Soc. A* 229, 281-345.
- May, A.D. (1990): **Traffic Flow Fundamentals**, Prentice Hall.
- Nagel, K. et al. (2003): Still Flowing, *Operations Research* 51, 681-710.

79

参考文献(3)

＜動学的な交通ネットワーク均衡モデル＞

- Newell, G.F. (1993): A Simplified Theory of Kinematic Waves in Highway Traffic, Part I-III, *Transportation Research* 27B, 281-313.
- Newell, G.F. (2002): A Simplified Car-following Theory : a Lower Order Model, *Transportation Research* 36B, 195-205.
- Richards, P.I. (1956): Shockwaves on the Highway, *Operations Research* 4, 42-51.
- Akamatsu, T. (2001): An Efficient Algorithm for Dynamic Traffic Equilibrium Assignment with Queues, *Transportation Science* 35, 389-404.
- Akamatsu, T. (2003): Detecting Dynamic Traffic Assignment Capacity Paradoxes in Saturated Networks, *Transportation Science* 37, 123-138.
- Arnott, R. et al. (1993): A Structural Model of Peak-period Congestion: A Traffic Bottleneck with Elastic Demand, *American Economic Review* 83, 161-179.
- Daganzo, C.F. (1985): The Uniqueness of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck, *Transportation Science* 19, 29-37.
- Heydecker, B. G., and Addison, J. D. (1996): An Exact Expression of Dynamic Traffic Equilibrium, *Transportation and Traffic Theory* 13, 359-383.
- Kuwahara, M. and Akamatsu, T. (1993): Dynamic Equilibrium Assignment with Queues for a One-to-Many OD Pattern, *Transportation and Traffic Theory* 12, 185-204.
- Kuwahara, M. and Akamatsu, T. (2000): Dynamic Network Analysis: Present Knowledge and the Future Exploration, *JSCE Journal of Infrastructure Planning & Management* IV-48, 3-16.

80

参考文献(4)

- Smith, M.J. (1984): The Existence of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck, *Transportation Science* 18, 385-394.
- Smith, M.J. (1993): A New Dynamic Traffic Model and the Existence and Calculation of Dynamic User Equilibria on Congested Capacity Constrained Road Networks, *Transportation Research* 27B, 49-63.

<混雑料金／価格・数量規制の理論>

- Courcoubetis, C. and Weber, R. (2003): *Pricing Communication Networks*, John Wiley & Sons.
- Laffont, J.J. (1977): More on Prices vs. Quantities, *The Review of Economic Studies* 44, 177-182.
- Mohring, H. and Harwitz, M. (1962): *Highway Benefits: An Analytical Framework*, Northwestern University Press.
- Small, K.A. and Verhoef, E.T. (2007): *The Economics of Urban Transportation*, Routledge.
- Vickrey, W.S. (1969): Congestion Theory and Transportation Investment, *American Economic Review* 59, 251-260.
- Weitzman, M. L. (1974): Prices vs. Quantities, *The Review of Economic Studies* 41, 477-491.
- Yang, H. and Huang, H.-J. (2005): *Mathematical & Economic Theory of Road Pricing*, Elsevier.

<ネットワーク通行権取引・予約制度>

- 赤松 隆, 佐藤慎太郎, Nguyen Xuan Long (2006) : 時間帯別ボトルネック通行権取引制度に関する研究, 土木学会論文集 62D, 605-620.

81

参考文献(5)

- 赤松 隆 (2007) : 一般ネットワークにおけるボトルネック通行権取引制度, 土木学会論文集 63D, 287-301.
- Akahane, H. and Kuwahara, M. (1996): A Basic Study on Trip Reservation Systems for Recreational Trips on Motorways. In: *Proc. of the 3rd World Congress on Intelligent Transportation Systems*, 1-7, ITS America, Washington D.C.
- Akamatsu, T. (2007) : Tradable Network Permits, *submitted to Transportation Science*.
- Teodorovic, D. and Edara, P. (2005): Highway Space Inventory Control System, *Transportation and Traffic Theory* 16, 43-62.
- Verhoef, E., Nijkamp, P. and Rietveld, P. (1997): Tradable Permits: Their Potential in the Regulation of Road Transport Externalities, *Environment and Planning* 24B, 527-548.
- Wong, J.-T. (1997): Basic Concepts for a System for Advance Booking for Highway Use, *Transport Policy* 4, 109-114.

<進化・学習ゲーム理論>

- Blume, L.E. (1995): The Statistical Mechanics of Best-Response Strategy Revision, *Games & Economic Behavior* 11, 111-145.
- Fudenberg, D. and Kreps, D.M. (1993) : Learning Mixed Equilibrium, *Games & Economic Behavior* 5, 320-367.
- Fudenberg, D. and Levine, D.K. (1998) : *The Theory of Learning in Games*, MIT Press.
- Hofbauer, J. and Sandholm, W.H. (2007) : Evolution in Games with Randomly Disturbed Payoffs, *Journal of Economic Theory* 132, 47-69.
- Hofbauer, J. and Sigmund, K. (1998) : *Evolutionary Games & Population Dynamics*, Cambridge University Press.

82

参考文献(6)

- Kandori, M. et al. (2008): Decentralized Trade, Random Utility and the Evolution of Social Welfare, *Journal of Economic Theory* 140, 328-338.
- Nowak, M. (2007): *Evolutionary Dynamics*, Harvard University Press.
- Sandholm, W.H. (2002) : Evolutionary Implementation and Congestion Pricing, *The Review of Economic Studies* 69, 667-689.
- Sandholm, W.H. (2005) : Excess Payoff Dynamics and Other Well-behaved Evolutionary Dynamics, *Journal of Economic Theory* 124, 149-170.
- Sandholm, W.H. (2007) : Pigouvian Pricing and Stochastic Evolutionary Implementation, *Journal of Economic Theory* 132, 367-382.
- Sandholm, W.H. (2008) : *Population Games & Evolutionary Dynamics*, MIT Press.
- Vega-Redondo, F. (2003) : *Economics & the Theory of Games*, Cambridge University Press.
- Young, H.P. (2004): *Strategic Learning & Its Limits*, Oxford University Press.

<組合せオークション理論／離散凸解析>

- Bikchandani, S. and Ostroy, J.M. (2002) : The Package Assignment Model, *Journal of Economic Theory* 107, 377-406.
- Bikchandani, S., de Vries, S., Schummer, J. and Vohra, R.V. (2002) : Linear Programming and Vickrey Auctions, in *Mathematics of the Internet: E-Auction and Markets*, Dietrich, B. and Vohra, R.V. (eds.), Springer Verlag, 127, 75-115.
- Clarke, E. H. (1971) : Multipart Pricing of Public Goods, *Public Choice* 11, 17-33.
- Cramton, P., Shoham, Y. and Steinberg, R. (2006) : *Combinatorial Auctions*, MIT Press.

83

参考文献(7)

- Demange, G., Gale, D. and Sotomayor, M. (1986) : Multi-Item Auctions, *Journal of Political Economy* 94, 863-872.
- de Vries, S. and Vohra, R.V. (2003) : Combinatorial Auctions: A Survey, *INFORMS Journal on Computing* 15, 284-309.
- Gretskey, N.E., Ostroy, J.M. and Zame, W.R. (1999) : Perfect Competition in the Continuous Assignment Model, *Journal of Economic Theory* 88, 60-118.
- Groves, T. (1973) : Incentives in Teams, *Econometrica* 41, 617-631.
- Gul, F. and Stacchetti, E. (1999) : Walrasian Equilibrium with Gross Substitutes, *Journal of Economic Theory* 87, 95-124.
- Kelso, A.S. and Crawford, V.P. (1982) : Job Matching, Coalition Formation, and Gross Substitutes, *Econometrica* 50, 1483-1504.
- Leonard, H.B. (1983) : Elicitation of Honest Preferences for the Assignment of Individuals to Position, *Journal of Political Economy* 91, 461-479.
- Makowski, L. and Ostroy, J.M. (1987) : Vickrey-Clarke-Groves Mechanisms and Perfect Competition, *Journal of Economic Theory* 42, 244-261.
- Milgrom, P. (2004) : *Putting Auction Theory to Work*, Cambridge University Press.
- Murota, K. (2003): *Discrete Convex Analysis*, SIAM.
- Nisan, N. et al. (eds.) (2007): *Algorithmic Game Theory*, Cambridge University Press.
- Parkes, D.C. (2001) : *Iterative Combinatorial Auctions: Achieving Economic and Computational Efficiency*, Ph.D. Dissertation, University of Pennsylvania.
- Vickrey, W.S. (1961) : Counterspeculation, Auction, and Competitive Sealed Tenders, *Journal of Finance* 16, 8-37.

84