

交通ネットワーク・フロー理論の概要

赤 松 隆*

1. はじめに

“交通ネットワーク理論”は、その内容の全貌が、いろいろな面で正しく理解されていない、あるいは誤解されている場合が多いようである。まず、最も目につくのは、“モデル”（現象記述のための基本的な前提条件・仮定・考え方）とその“(近似) 計算法”が混同されているケースである。交通計画/交通工学に関わる研究者の間でも、これに類する誤解をされていたり、さらには、

“難しげな数学ばかりを議論している理論で、交通分野の人間が深く関わるべきものというよりも数学者にでも任せておけばよいものだ”、

というような先入観（当然、大いなる誤解である）を持たれている場合もある。また、交通分野の勉強をしている学生からは、

“ネットワークモデルに興味はあるが、何から勉強すればよいかわからない”、

あるいは、交通工学の実務に携わる技術者の方やベテラン研究者からは、

“昔、交通計画の教科書で多少は勉強したが、現在、この理論/モデルで実際に何が新たにできるようになっているかわからない”、

というような声を耳にすることもある。

古典的な四段階推定法では、“交通ネットワーク・フロー・モデル”とは、いわゆる“配分モデル”であり、OD交通量を所与として道路網の交通量（“配分交通量”）を求めるモデルを意味していた。しかし、現在のネットワーク・フロー・モデルでは、従来の意味での配分交通量のみならず、発生・集中・分布・機関分担交通量をも同時的かつ整合的に扱うことができる。また、土地利

用と交通の相互干渉を（ミクロ経済学理論と整合的に）統一的な枠組みで扱える統合モデルや地域間物流を扱うネットワーク均衡モデル等も開発されている。そして、そのような大規模な統合モデルでも、厳密解をPersonal Computer上で簡単に計算できる効率的算法が既に完成している。さらに、近年の研究によって、準動的あるいは動的ネットワーク・モデルの理論もかなり進展してきた。このような事実は、日本では意外と浸透していない。

このようなことを聞いて少し勉強してみた結果、今度は以下のような壁にぶつかったという場合もあるかもしれない。

“色々な教科書や論文を読んだが、ややこしい数式とモデルがたくさん出てきて頭が混乱してしまった。各モデルが理論全体の中でどういう位置づけなのか、また、他の需要予測法とどういう関係にあるのかわからない”、

これは、最近の交通ネットワーク理論の全貌を解説した日本語の教科書がほとんど無かったため、無理からぬことかもしれない。しかし、各種モデルの前提条件や関係を正しく理解しておくことは、交通プロジェクトの経済便益評価等を論理的に説明可能な形で行うためにも必須である。

本稿は、上記のような疑問を持たれている方を対象として、現在の交通ネットワーク理論の骨子を紹介することを試みるものである。ただし、本稿は、あくまでも、ネットワーク理論の大筋を数式を一切使わずにわかったような気分になっていただく(?)ための入門的な概論である^{註1)}。したがって、より詳しい解説、正確な数学的表現と解析、具体的な計算法、さらに発展的な議論等々については、最新の解説書^{文献1)}を参照していただきたい。

*豊橋技術科学大学・知識情報工学系助教授

2. ネットワーク・フロー・システムの表現

2.1 静的なシステムと動的なシステム

交通ネットワーク・モデルは、交通ネットワーク・システムを記述する際に、時間の進行にともなうシステムの状態変化をどのように扱うかによって、以下の3種類に分類できる：Ⅰ静的モデル、Ⅱ準動的モデル、Ⅲ動的モデル。

Ⅰは日平均交通量のようなラフな予測状況を前提として、定常的なフロー・パターンを仮定したものである。したがって、時間に関する概念はモデルの表面には現れない。それに対して、Ⅲは時々刻々のフロー・パターンを明示的に表現しようとしたものである。Ⅱは、ⅠとⅢの中間的なモデルであり、時間をやや大きな刻み（時間帯）で考えた上で、時間帯間での状態変化はⅢのように扱い、各時間帯内での状態はⅠと同様に扱おうというものである。ⅡとⅢは、近年の研究による進展が著しい（Ⅱはほぼ実用的と呼べる手法も既に開発されている）が、本稿では、紙面の制約によりⅡの解説については割愛する（詳細は文献1）参照）。

2.2 ネットワーク・フロー・システムの構成要素

交通ネットワーク・フロー・モデルは、静的モデルであれ動的モデルであれ、一般に、2つのサブ・システム・モデル：

(S)交通ネットワーク・システム・モデル、

(D)交通利用者システム・モデル、

から構成されていると考えるとわかりやすい。

まず、前者の交通ネットワーク・システム・モデル（以下、*Sub-model(S)*と呼ぶ）は、現実の道路区間・交差点等の構造を抽象的な有向グラフとして表現したものであり、方向付きのリンク（*link*）とノード（*node*）から構成される^{※1)}。そ

して、起点から終点までのトリップを考えた時に、その途中で通過するリンクを起点から通過順に並べた集合を経路（*simple path*あるいは*route*）と呼ぶ。また、交通の発生（湧き出し）・集中（吸い込み）のあるノードを各々、起点（*Origin*）、終点（*Destination*）と呼び、そのペアをODペアと呼ぶ。

容易に想像がつくように、このような抽象化された表現を用いれば、道路網のみならず、鉄道、航空あるいはそれらを統合したネットワーク上の旅客流/物流モデル等を構成することも可能である（さらに言えば、通信フロー、エネルギーフロー、資金フロー等々のモデルもできる）。しかし、本稿では、話を具体的にするために、主に道路網を対象とした場合に議論を限定する。

交通道路網の分析では、*Sub-model(S)*の状態を表す最も基本的な変数は、リンク・ノード等のシステム構成要素を適当な単位時間当たり通過する台数、すなわち、交通量（交通流率）である。例えば、リンクの単位時間当たりの通過台数はリンク交通量と呼ばれ、同様に、ODペアや経路についても各々、OD交通量、経路交通量が定義される。

各リンクには、リンク・コストが付与されている。これは、通常の道路網の分析では、リンクを通過するのに必要な所要時間（リンク通過時間）を意味する。リンク通過時間は、基本的には、リンクの物理的属性と交通流の持つ交通工学的な特性から決められる。その具体的なモデルは、定常的な混雑状態は表現できても渋滞状態までは扱えない静的モデル（第3章参照）と非定常的な渋滞状態を考慮した動的モデル（第5章参照）では、かなり異なったものとなる。また、リンクコストは、より一般的には、リンク通過時間に加え、料金、その他の経済的・心理的費用を含めた一般化コストを表現する。

次に、後者の交通利用者システム・モデル（以下、*Sub-model(D)*と呼ぶ）は、交通ネットワー

※1) つまり、勉強を始める前の“案内地図”を提供するものであって、これだけで各種モデルを使いこなした“ドライブ”が楽しめるようになることを意図したものではない。“ドライブ”を楽しむためには“地図”だけではなく、“車の適切な運転技術”も修得する必要がある。

※2) グラフ理論では、リンクを *arc* あるいは *edge*、ノードを *vertex* と呼ぶこともある。

ク上での利用者の様々な（交通）選択行動を表現する。このモデルは、通常、経済学的あるいは行動科学的な理論に基づいて構築される。

この *Sub-model(D)* は、利用者の選択行動をどこまで内生化するかによって、様々なバリエーションがある。例えば、第3章で示すモデルでは、経路選択行動のみをモデル化し、他の条件は与件とする。第4章のモデルでは、トリップを行うか否か、どこへ行くか、どの交通機関で行くか、どのような経路で行くか等の各種選択行動をすべて統一的な枠組（ランダム効用理論）によって表現する。さらに、動的なモデルでは、経路選択に加え、いつ出発/到着するかという選択行動が導入される。

これらの選択行動の結果がネットワーク上で集約され、結果として、OD交通量、経路交通量、リンク交通量等の各種交通量として表現される。

3. 静的なネットワーク・フロー・モデル ー固定需要型

本章と次の第4章で説明するモデルでは、定常状態が仮定されている。すなわち、ネットワークの状態を表す変数の値が（時間によらず）一定である状況を想定している。従って、モデル中には時間の進行や状態の変化の概念は全く現れない。

この章では、狭義の意味の“配分”に相当するネットワーク・モデルを説明する。すなわち、OD交通量（交通需要）を与件として、リンク・経路の交通量を求めるモデルを扱う。

3.1 需給サブ・モデルの表現

(1) ネットワークとフロー保存条件

定常状態を対象とした *Sub-model(S)* の状態表現のための基本的変数は交通量であり、ネットワークの構成要素である全てのリンク、経路、ODペアについて定義されている。そして、ネットワーク上のこれらの交通量は、どのような仮定のモデルであれ、必ず、フロー保存条件を満足しなければならない。その具体的な表現には、a) リンク・ノード形式、b) 経路・リンク形式という見かけ上は異なった2種類の方法がある。

表現法a) は、ネットワーク上の各ノードで流

入交通量の和と流出交通量の和が等しいという条件（図-3-1参照）が成立することを要請するものである。これにより、全てのトリップが途中で消えたり、突然現れたりしないことが保証される。ただし、交通流では、電気や水の流れとは異なり、起点/終点別に交通量を区別しなければならない。

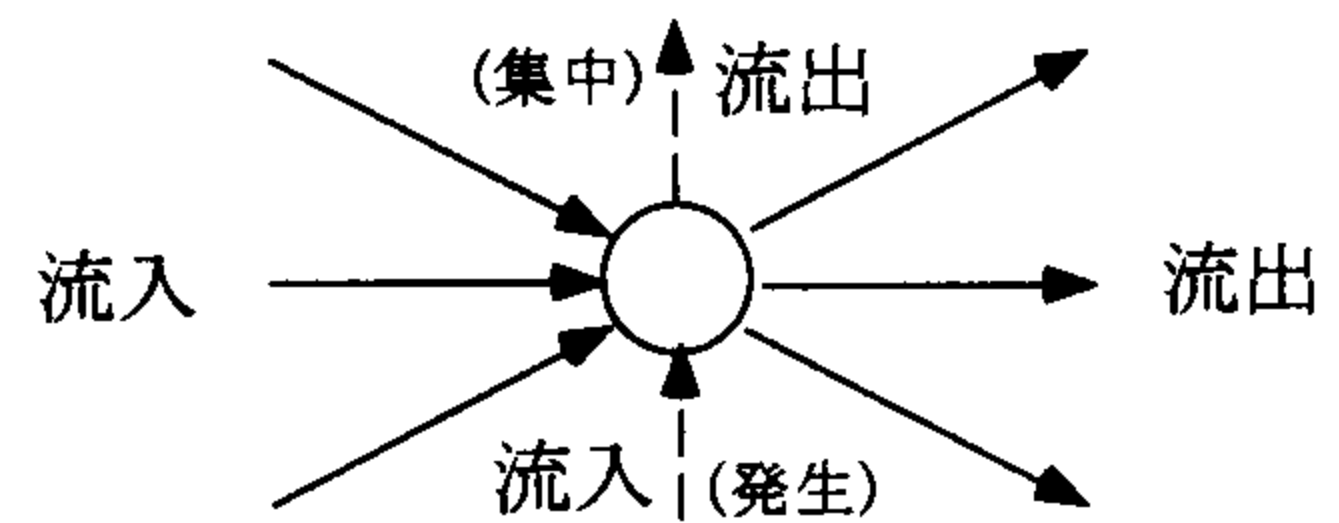


図3-1 フロー保存則 ($inflow = outflow$)

表現法b) は、経路交通量の和はOD交通量に等しく（図-3-2）、また、リンク交通量はそのリンクを通過するすべての経路の経路交通量の和と等しい（図-3-3）というものである。なお、a) とb) は、状態表現のための変数が異なっているだけで、本質的意味はほぼ等価である^{註3)}。

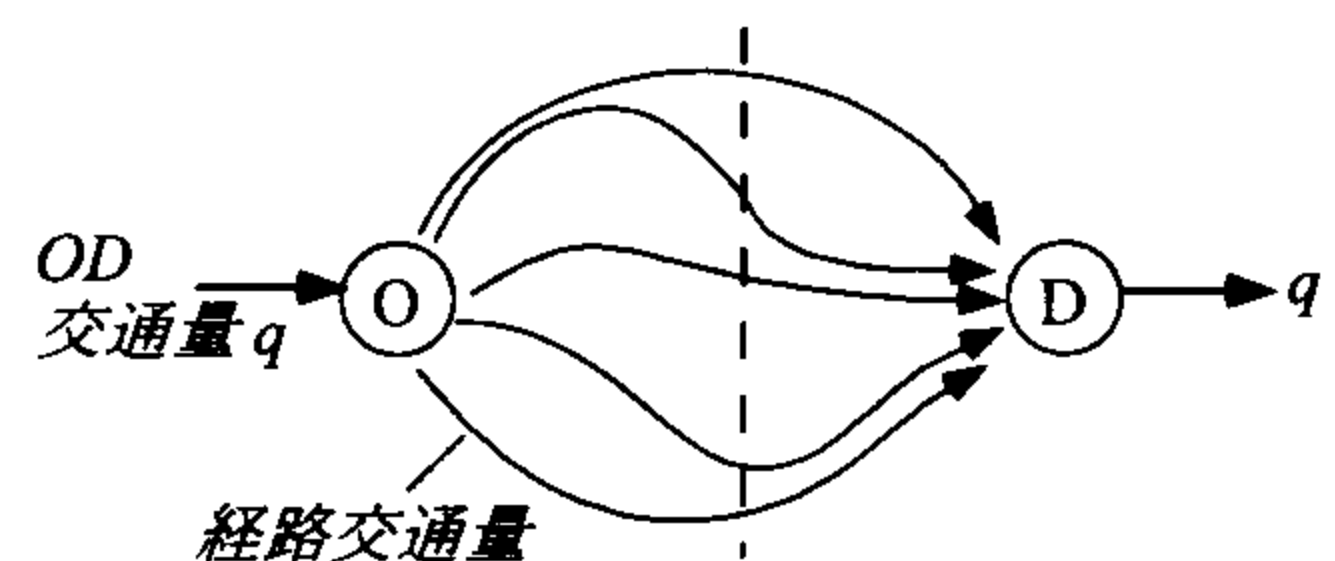


図3-2 フロー保存則 ($OD\ flow = \sum of\ path\ flows$)

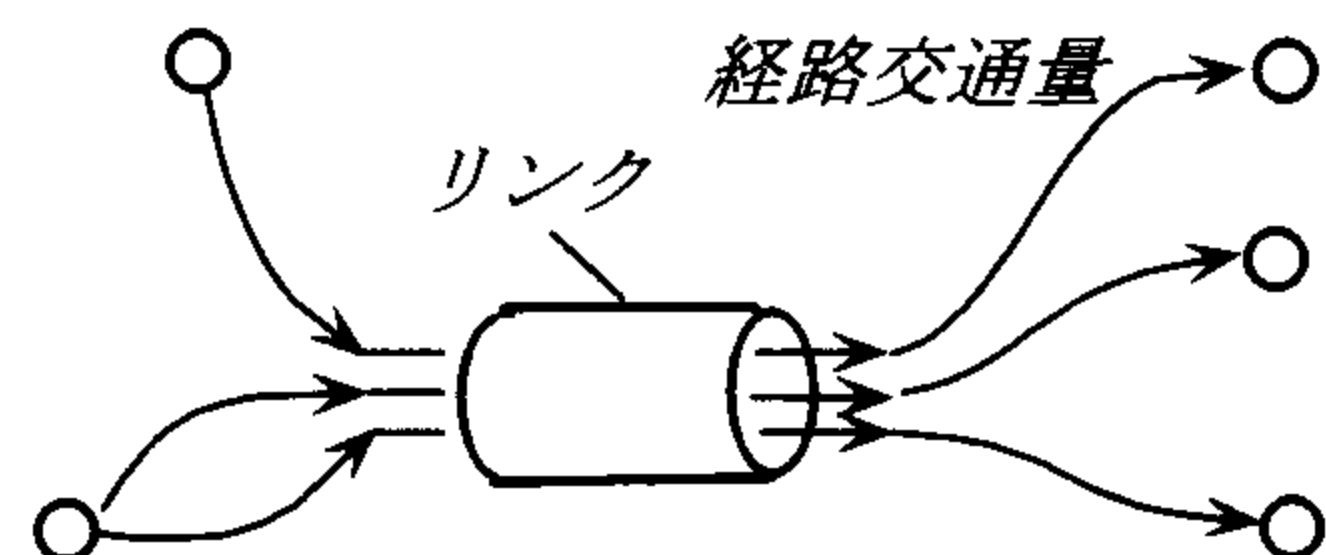


図3-3 リンク交通量と経路交通量の関係

(2) リンク・モデル

Sub-model(S) は、各リンクに付与されたリンクコストの特性によって、以下の2種類の系統に大別される：a) *Flow Independent Model*, b) *Flow Dependent Model*。a) はリンクのコスト

が交通量によらず一定としたモデルであり、b)は混雑現象を考慮し、コストが交通量の関数と考えるモデルである。静的なモデルでは、このコストと交通量の関係はリンクコスト関数によって表現される。その最も単純でよく用いられているものは、リンク毎に独立で図-3-4のような形状を持つ関数である。

より一般的には、当該リンクの交通量のみならず他の(複数の)リンクの交通量にも影響されるリンクコスト関数もある。例えば、信号制御交差点での通過待ち時間の影響を考慮した解析を行う場合には、明らかに、複数のリンク間の干渉を考慮したリンクモデルを用いる必要があるだろう。また、バスと自動車が同一車線を走行する道路のモデリングを行うような(交通機関分担と配分を同時的かつ整合的に行いたい)場合にも、このような関数が用いられる(このような場合、仮想的にバスと自動車の各モード専用の2つのネットワークを考え、同一の道路区間に対応するリンク交通量の間で干渉があると考え)。

(3) 経路選択/制御原則 (*Sub-model(D)*)

経路交通量は、当然のことながら、フロー保存条件のみでは一意的に決定できない。そのためには、*Sub-model(S)*に加えて *Sub-model(D)*、すなわち、経路交通量決定原則を考える必要がある。これは、様々なものが従来から提案されているが、まずは、規範的(normative)か記述的(descriptive)かで大別できる。規範的原則と

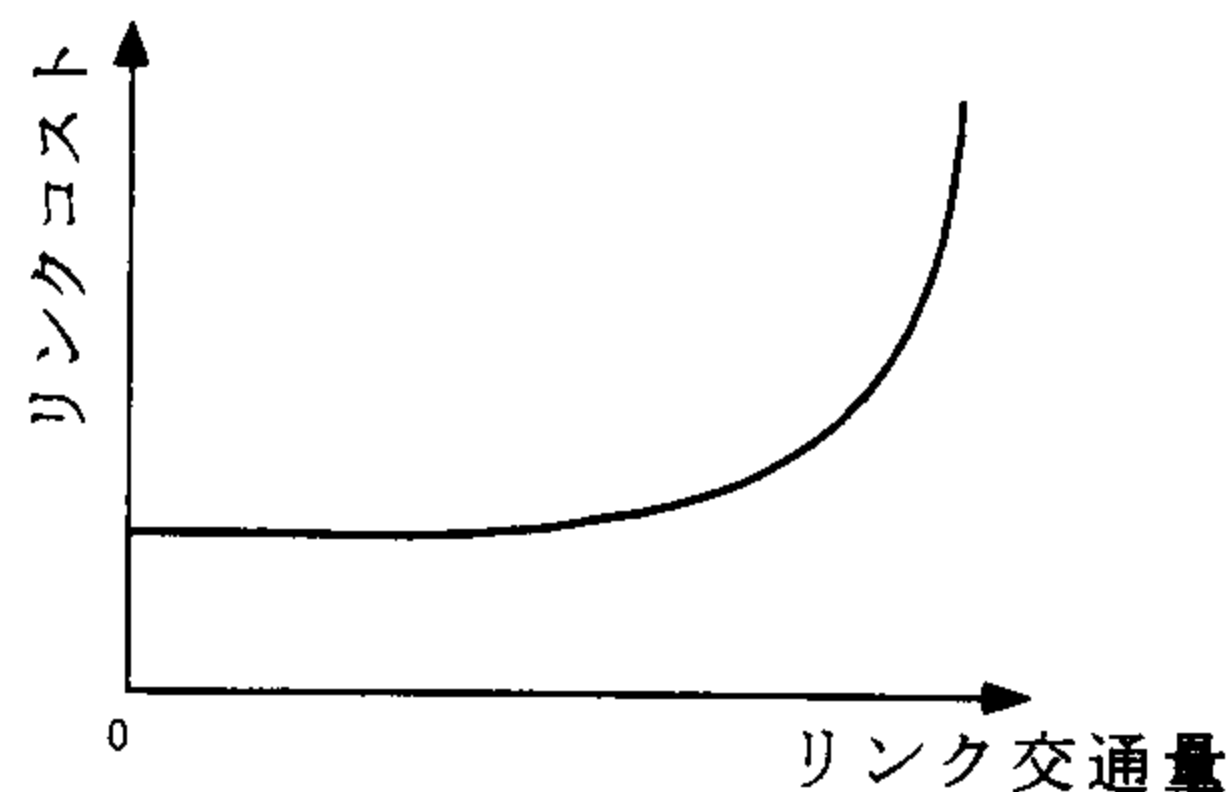


図3-4 リンクコスト関数

は、ネットワーク全体として(管理者/計画者の立場からみて)望ましい状態を求めるものである。典型例は、ネットワーク全体での総走行費用を最小化するフロー・パターンを求めるシステム最適(SO: *System Optimum*)配分原則である。一方、記述的原則とは、利用者の経路選択行動を表現したものである。その代表的なものとしては、最短経路原則、確率的経路選択原則等が挙げられる。前者は名前のとおり、経路コスト(=各経路上のリンクコストの和)が最小の経路が選択されるという原則である。後者は、利用者の経路選択行動を(非集計行動モデルでおなじみの)ランダム効用理論によって表現するものである。具体的には、経路を選択肢とし、経路コストを確率的不効用とみなした *LOGIT* あるいは *PROBIT* モデルによって各経路の選択率が決定される。

3.2 ネットワーク・フローの均衡状態

ネットワーク上の定常状態でのフロー・パターンは、*Sub-model(S)*と *Sub-model(D)*を同時に満足した状態として求められる。各 *Sub-model*には、3.1で述べたようなバリエーションがあるので(図-3-5)、これらの組合せに対応した様々な配分モデルがあり得る。

例えば、*Flow Independent* なリンク・コスト・モデルと確率的経路選択を組み合わせたモデルが確率的配分(SL: *Stochastic Loading*)である。これは、日本の交通実務分野で“転換率法”あるいは“時間比配分”と呼ばれている方法に近い。すなわち、従来の経験的手法を、ランダム効用理論に基づく利用者の選択行動モデルを用いて表現し直したものと考えればよい。

また、*Flow Dependent* な(混雑現象を考慮した)リンク・コスト・モデルと最短経路選択原則を組み合わせれば、利用者均衡(UE: *User Equilibrium*)配分となる。これは、より具体的には、利用者の誰もが経路を変更するインセンティブを持たなくなった状態を求めることを意味している。このUE状態では、利用されているすべての経路のコストが等しく(使われない経路では、それ以上のコスト)なる。このため、UE配分は等時間原則配分と呼ばれることもある(また、

註3) “loop”(cycle)を扱う場合には微妙な相違点が生じる。また、具体的なモデルの算法は、どちらを採用するかで異なったものとなる。

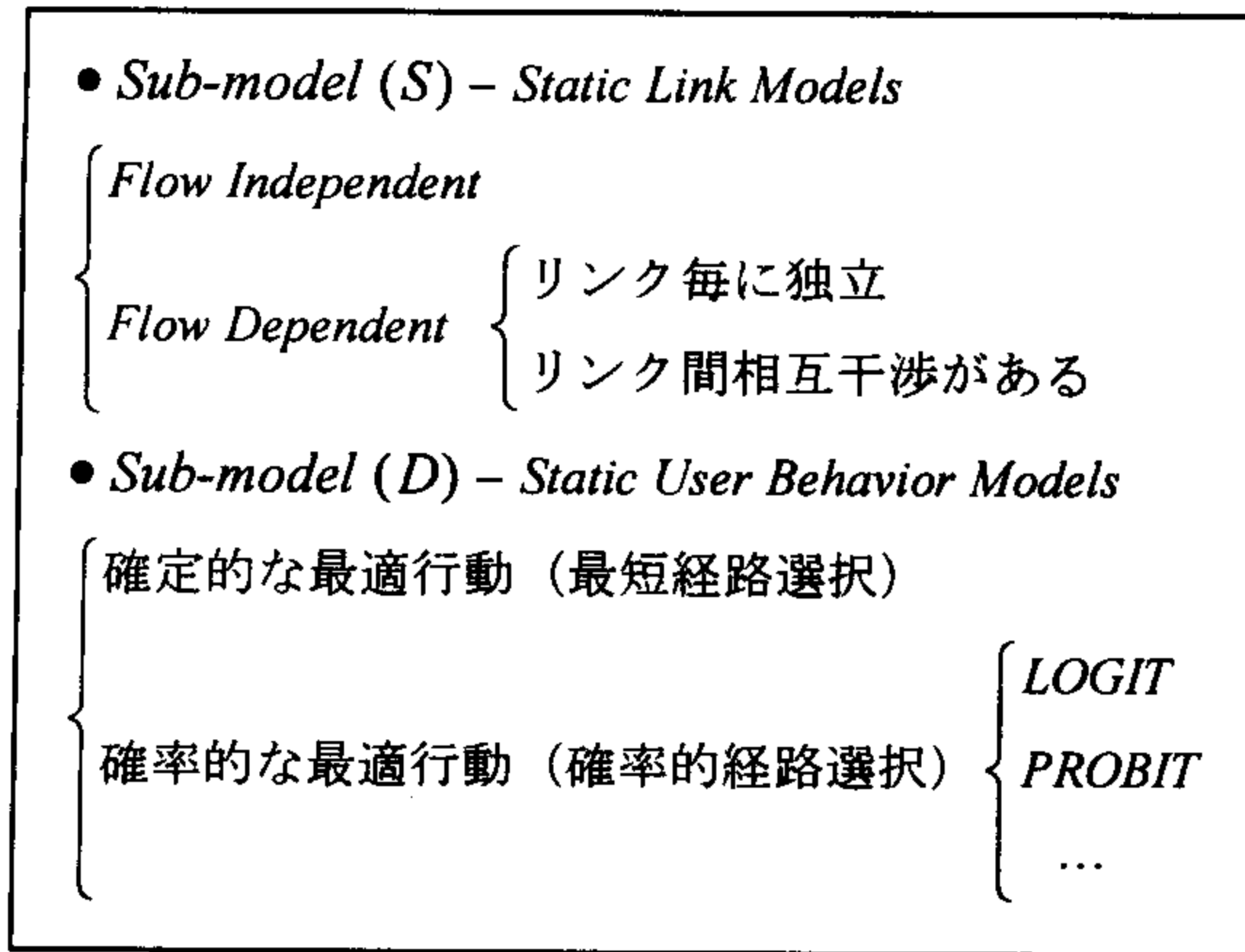


図 3-5 *Sub-model (S)* と *Sub-model (D)* のバリエーション⁴ (ただし規範的原則は省略)

モデル提唱者の名前にちなんで *Wardrop* 均衡配分とも呼ばれる)。

さらに、UE 配分で仮定されていた利用者の完全最適行動を (SL と同様の) より現実的な確率的選択行動に修正すると、確率的利用者均衡 (SUE: *Stochastic User Equilibrium*) 配分となる。これは、SL と UE 配分を特殊ケースとして包含した一般性の高いモデルである。

図-3-7 は、以上のモデルを図 3-6 の簡単なネットワークで図解したものである。横軸は 2 本のリンクのコストの差、縦軸はリンク 1 の交通量 f_1 を表している。OD 交通量 q は与件としているので、リンク 2 の交通量 f_2 は $q - f_1$ として求まり、独立な未知変数は f_1 のみである。したがって、リンクコスト関数値の差 $C_2(f_2) - C_1(f_1)$ は f_1 のみに依存した単調減少関数として表現でき、図中の右下りの“供給曲線”となる。一方、需要サイドの条件 (経路選択原則) は、確定的な最適行動の場合には右上りの折線、確率の場合には S 字曲線として表現できる。均衡状態は、供給サイドの条件と需要サイドの条件を同時に満たした状

⁴ 慧眼の読者はリンクモデルでも確定論的/確率論的という分類が可能なのに気づかれたかもしれない。しかし、現状では、確率論的なリンクモデルを採用した配分モデルで実際の規模のネットワークでも解を求められるものは存在しない。

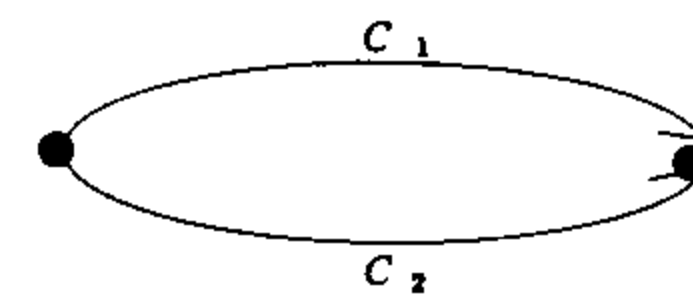


図 3-6 例題ネットワーク

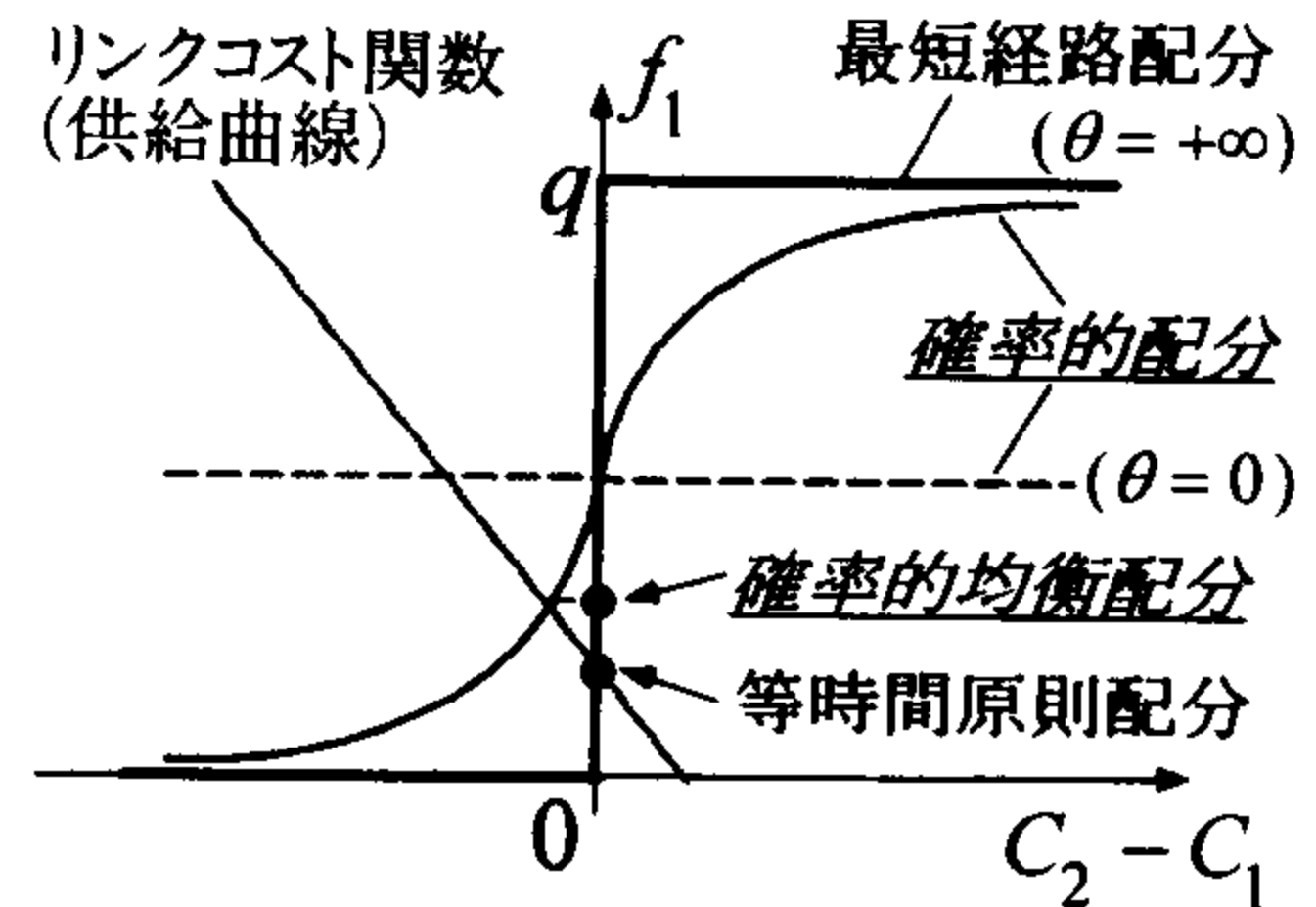


図 3-7 固定需要型の各種配分モデルの図解

態である。したがって、UE の解は供給曲線と折線の交点、SUE の解は供給曲線と S 字曲線の交点として決まる。

確率的選択モデルは、一般に利用者行動のパラツキを表すパラメータ θ を持ち、その極限 ($\theta \rightarrow \infty$) では確定的な最適行動を表す。したがって、S 字曲線は折線型需要曲線を特殊ケースとして含んでおり、SUE は UE を包含していることがわかる。

3.3 フロー・パターンの基本特性

上で述べた配分モデルに解が存在するか、あるいはその解は一意的に決まるかということは、一般的なネットワークでは、必ずしも自明ではない⁵⁾。実際、UE 配分では均衡経路交通量は一意に決らないし、相互干渉のあるリンクコストモデルを用いた場合には、均衡リンク交通量パターンが複数存在することもある。したがって、どんな場合にもモデルを安心して使えるためには、モデルの一般的な特性を予め調べておく必要がある。さらには、入力データの変化にともなって解がどのように変化するか (感度分析) についての一般的法則性も解析的にわかれば便利であろう。

このような解の一般特性を調べるために、通常は、配分モデルの素直な定式化を“等価な最適化問題”に変換する。ここで、等価な最適化問題とは、その最適性の必要十分条件が元のモデルに一

致する (i.e. 最適解が元のモデルの解と一致する) ことが保証されている最適化問題である (この変換を直感的に理解するには、力学の問題において釣合い方程式を直接解いてもエネルギー最小化原理で解いても等価であることと対比してみると良い)。そして、この最適化問題が構成できれば、あとは数理計画理論に基づいてシステマティックに解の特性を解析できることになる。

なお、リンク間に相互干渉のある均衡配分では、等価な最適化問題が存在しない (これは、ポテンシャルが存在しない力学系 (ベクトル場) での安定点問題に相当する)。そのため、最適化問題の枠組みをさらに一般化した変分不等式問題を構成するという方法が開発されるに至っている。これらの解析法や一般的な解の特性の具体的内容については文献 1) を参照されたい。

さて、上記の等価な最適化問題は、何らかの計画や制御を意味しているのではなく、単に解の特性の解析やアルゴリズム開発を見通しよく行うための数理テクニックである。しかし、その副産物として、規範的モデルである SO と記述的モデルである UE を関連づける理論も構成されている。その結果のみを述べると、UE 配分のリンクコスト関数をその限界コスト関数に置き換えれば、その解は SO 配分に一致する。このことは、混雑料金理論につながる事実を示唆している。すなわち、各リンクで限界コストと平均コストの差に等しい料金を賦課すれば、“自動的に” (利用者の自由な経路選択行動の結果として) システム最適状態が達成されることを意味しているのである。

3.4 大規模ネットワークでの計算法

3.2 で述べられた均衡配分モデルは、一般に非線型の連立等不等式系として表現されるが、それを直接解くことは難しい。そこで、実際には、先に述べた等価な最適化問題や変分不等式問題を収束計算で数値的に解くという方法が採られる。た

だし、通常最適化問題の解法を直接的に用いることも容易なことではない。というのは、元の定式化であれ等価な最適化問題であれ、経路変数が含まれているからである。通常の都市道路網では、経路数は天文学的な個数となるため全経路の列挙を前提とした解法は実行不可能である。

しかし、幸いなことに、従来の多くの研究の成果として、各配分モデルに対して、すべての経路を列挙することなく効率的に厳密解を求められるアルゴリズムが開発されるに至っている。例えば、UE 配分の代表的解法のみ挙げると、*Frank-Wolfe* 法、打切り二次計画法、PARTAN 法、*Simplicial Decomposition* 法等である (その内容や他のモデルの解法については文献 1) を参照)。

ところで、著者は、既存モデルのユーザーとして交通実務に携わる技術者が解法の理論内容にまで精通している必要はあまり無いと考える^{※6)}。なぜなら、上記の様な理論的保証のあるアルゴリズムを研究者がきちんと開発し、それが計算支援システムに組込まれさえすれば、誰でも容易に必ず同じ計算結果を得られるからである。また、既に効率的アルゴリズムが存在するモデルに対する“近似計算法”や“簡便計算法”の類の開発・使用も、現在の計算機環境を考えれば、あまり意味が無い。むしろ、以下の3点を押さえておくことの方が重要であろう：①各モデルの定義・前提条件・限界とその解の特性 (eg. 解の一意性やモデル間の関係等)；②ほとんどの交通ネットワーク均衡モデルに対して、その厳密解を効率的に計算できる解法が現存すること；③各モデルに対する各種解法の特性 (eg. 計算の効率性等) と限界 (eg. *Frank-Wolfe* 法では、リンク間に相互干渉のある UE 配分の解は求められない等)。

3.5 分割配分法についてのコメント

日本の交通実務では、道路網の交通流需要予測に際して“分割配分法”がしばしば用いられている。これは、歴史的な経緯から、利用者均衡配分

※5) 現実に存在している交通流を対象としたモデルに解が存在しないということは理解しにくいかもしれない。しかし、簡単な例として、各リンクに容量制約があり、かつ OD 交通量が過大ならフロー保存条件を満たした交通量パターンすら存在しない場合もあることを考えてみると良い。

※6) ただし、新たなモデル/計算支援システムの開発に関わる研究者・技術者は、信頼性/汎用性の高い研究成果/製品を生むために、最低でも理論の概要程度までは理解しておく必要がある。

という数理理論モデルとその近似計算法およびアドホックなシミュレーションの三者が渾然一体化してしまったものである。そのため、分割配分法では、利用者行動や現象の“モデル”として仮定されている条件を論理的・明示的に述べることは難しい（極めて煩雑かつ曖昧さが残る）^{※7)}。

リンク交通量パターンのみを見るだけなら、厳密解法で利用者均衡配分を解いた結果と分割配分による結果との間に（入力データの信頼性との相対的比較の意味で）あまり大差が無い場合もありうる。しかし、分割配分法を用いることの本質的な問題点は、その方法の論理的な説明が困難なことにある。そして、さらに重大な問題は、“モデル”と“計算法”を混同したままでは、“モデル”の首尾一貫した拡張・修正ができないことである。例えば、分割配分法では、ODペアごとの均衡コストを適切に定義できないため、第4章で述べるようなより一般的な需要変動型モデルや統合モデルを論理的に構成することができない。このことは、論理的に説明可能な費用便益分析等を行うおうとする際に致命的な問題となるだろう。

4. 静的なネットワーク・フロー・モデル 一弾性需要型

前章のモデルでは、OD需要は与件とされていた。しかし、OD需要や交通機関別の分担需要はその交通サービスレベルに応じて変化すると考える方が自然である。例えば、道路混雑があまりにひどく交通コストが高ければ、トリップを断念するか、あるいは他の交通機関を利用する人が増えるだろう。そこで、この章では、OD需要が内生化したモデル、より具体的には、発生・分布・機関分担・配分を統合したネットワーク・モデルを紹介する。さらに、交通ネットワーク・モデルの拡張として理解することのできる他の各種空間経済均衡モデルについても簡単に触れる。

4.1 古典的な四段階推定法の問題点

統合モデルの具体的な説明に入る前に、まず、

日本の実務で用いられている段階的推定法の問題点を述べておこう（これは、統合ネットワークモデルが必要とされる理由を端的に示している）。

段階的推定法では、OD間のコスト（所要時間）を適宜設定した上で適当な分布交通量モデルによってOD需要を算出する。そして、そのOD需要を前提とした固定需要型均衡配分によりネットワーク上のフローパターンが決まり、さらにその結果、OD間の均衡コストが求まる。しかし、これは、OD交通量算出の際に前提条件として設定したOD間コストと必ずしも一致しない（図4-1参照）。また、仮に、OD交通量推定とそれを用いた固定需要配分を単純に繰返したとしても、整合的な解に収束する保証は全く無い。すなわち、段階的推定法は、推計システム全体として論理的に整合しておらず、その場しのぎの恣意的な操作を誘う構造となっている。

さらに、通常の段階的推定法で用いられる各段階のモデルは、かなり異なった仮定・考え方から個別的に構築されたものである。そのため、推計法全体を通した利用者の各種選択行動を明示的に記述する一貫した論理が無い。一方、通常の（経済学的な）便益評価理論は、消費者の（合理的な）選択行動理論に立脚したものである。従って、段階的推定法は、標準的な便益評価理論に素直に接続することができない^{※8)}。

要するに、段階的推定法では、推計プロセス内での論理の整合性および利用者行動の首尾一貫した表現に大きな問題を抱えている。これでは、交通管理施策や交通システム整備のきめ細かな影響予測/論理的な便益評価を行うことは難しい。

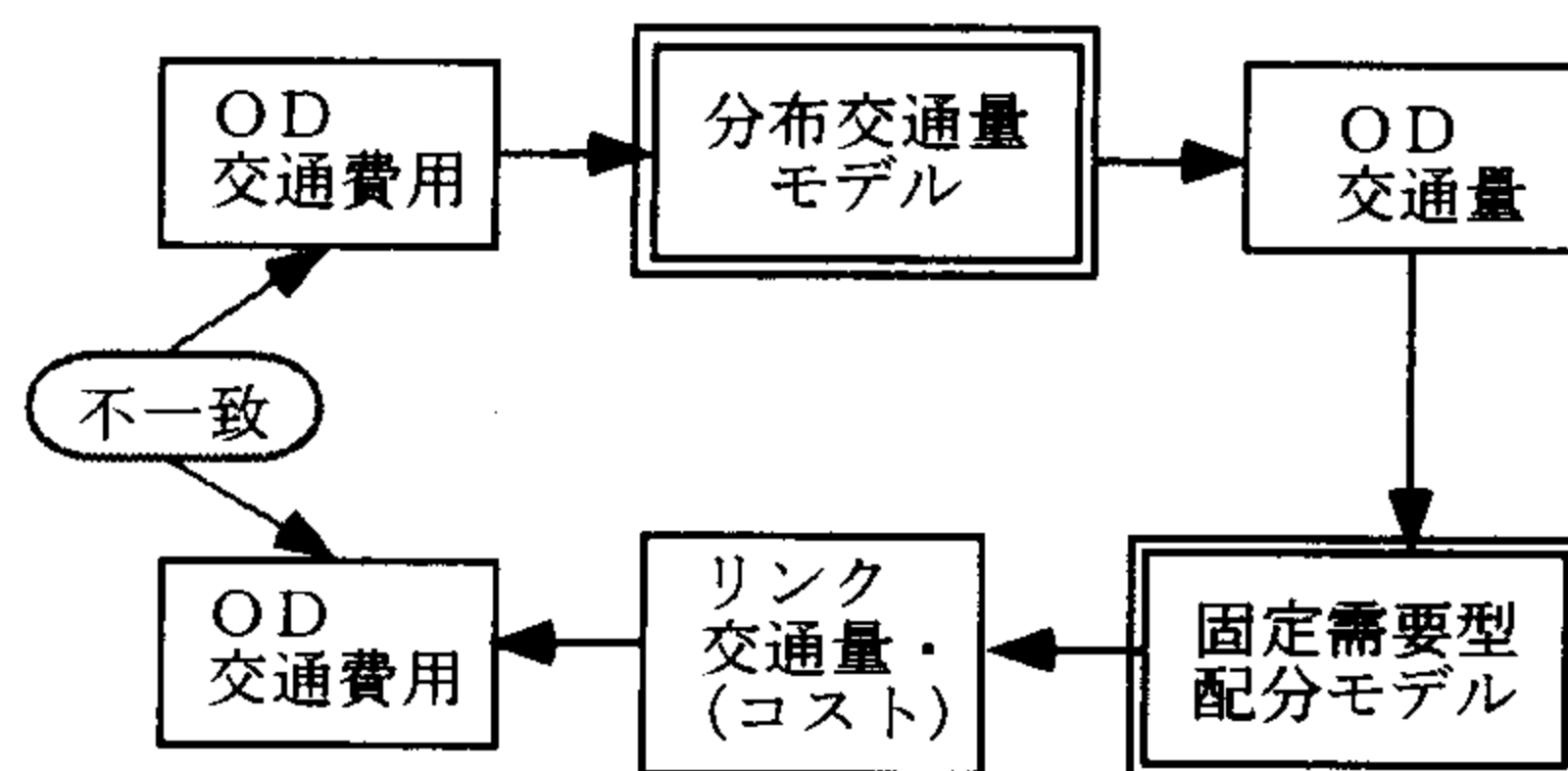


図4-1 古典的な四段階推定法の不整合

※7) 利用者均衡配分であれば（計算法は難しく感じられるかもしれないが）、モデルの論理的説明は単純・明快である。

4.2 統合モデルにおける需給サブ・モデルの表現

上で述べたような問題点を改善し、論理的な便益評価を可能とするためには、まず、*Sub-model* (*D*)を利用者の行動と対応づけて首尾一貫した枠組みで構成する必要がある。そのために、四段階推定法の各段階に対応した利用者の各種選択行動をランダム効用理論に基づいて記述しよう。具体的には、図4-2に示すようなツリー状の選択枝構造を持つ *Nested LOGIT* モデル（ご存じない方は非集計行動モデルの教科書、あるいは文献1）を参照）を構築すればよい。ここで、注目しておいて欲しい点は、上位階層の選択に下位階層での選択/効用の影響が反映されていることである（例えば目的地選択の効用 $U^{(2)}$ は各交通機関の効用 $U^{(3)}$ を含んだ関数となっている）。

次に、*Sub-model* (*S*)については、前章のモデルと全く同じである^{※9)}。そして、上記の *Sub-model* (*D*)と *Sub-model* (*S*)を整合的に組合わせたものが、統合ネットワーク均衡モデルである。このモデルは、段階的推定法とは異なり、*Sub-model* (*D*)と *Sub-model* (*S*)の間での相互作用を考慮していることに注意しよう。より具体的には、*Sub-model* (*D*)の経路選択の効用 $U_{o,d,m,k}^{(4)}(\mathbf{x})$ の値は、リンクフロー・パターン $\mathbf{x}$ と *Sub-model* (*S*)のリンクコスト関数によって決まり、それが、*Sub-model* (*D*)全体での需要決定に影響を与える構造となっているのである。

4.3 ネットワーク・フローの均衡状態

上記の統合モデルでは、需要サイドからの条件と交通施設のパフォーマンスからの条件という2つの条件が同時に満たされた均衡状態が求められる。

※8) モデルの目的が、単にその出力を観測情報とフィットさせることだけなら、個別的モデルのアドホックな組合せでも良いかもしれない。しかし、需要予測と便益評価はセットで考えるべきものということを忘れてはいけない。利用者行動の首尾一貫した記述理論に基づくモデルを用いれば、経済学における便益評価理論の膨大な蓄積を利用することができ、論理的かつ効率的に便益評価が可能となる。それに対し、そのような理論に基づかない需要予測モデルを用いる場合、単にそのモデルの構築だけでなく、それに対応した矛盾の無い便益評価の理論を一から構築しなければならないのである。

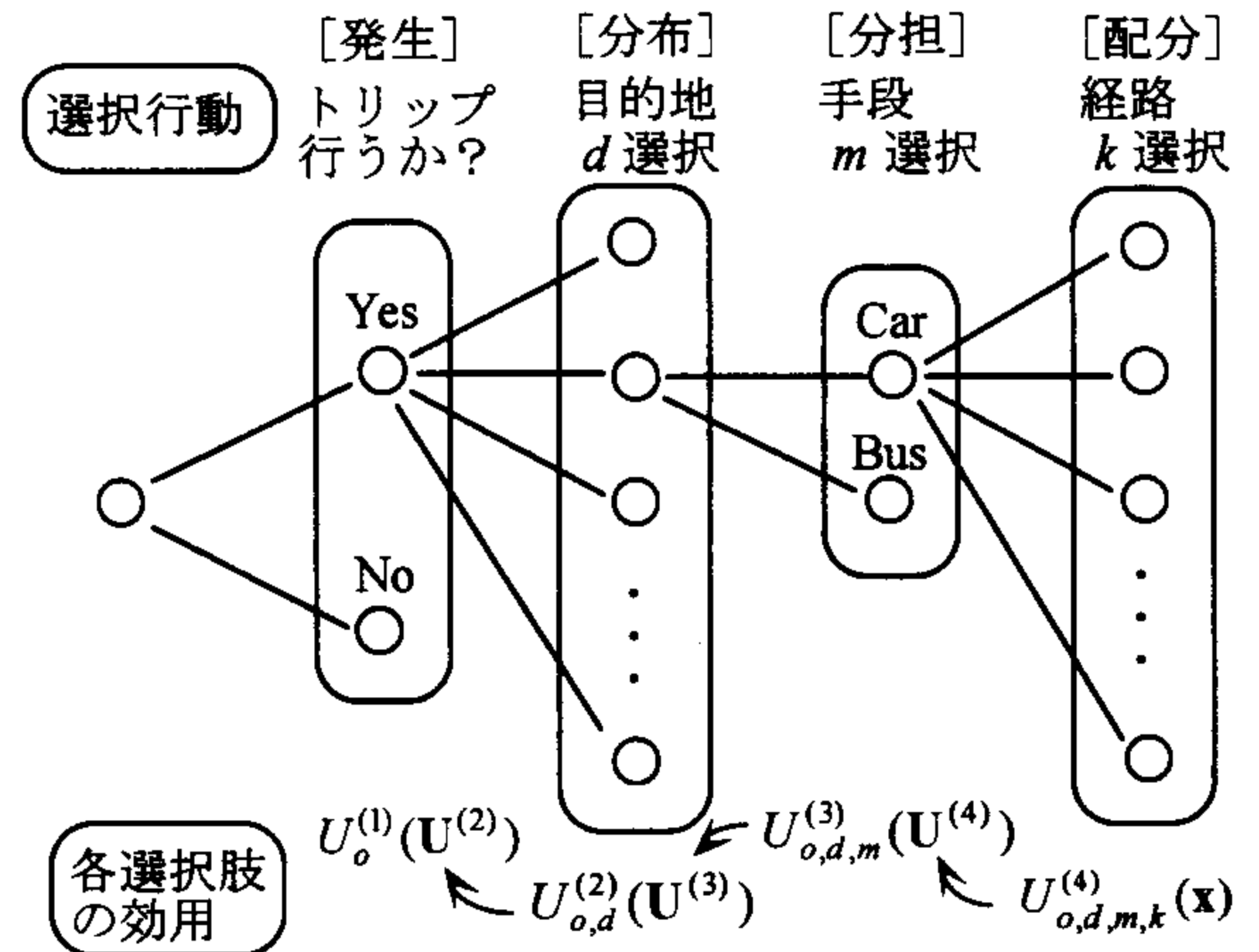


図4-2 選択枝の構造 (*Nested LOGIT* モデル)

る（誰も自分の行った交通選択行動（経路、モード、目的地、トリップ）を変更する必要は無いと信じている均衡状態が求められることとなる）。したがって、OD ペア間あるいは交通機関ごとの交通コストが混雑によって変化し、その結果、交通発生・分布・機関別需要が調整されるというメカニズムが内生的かつ整合的に組み込まれている。

このことを統合モデルの特殊ケースで図解してみよう。簡単のため、図3-6の簡単なネットワーク（発生交通量=OD交通量、経路=リンク）で、機関分担は無し、経路選択のバラツキは無し（最短経路選択）という状況を考える（これは *Beckmann* の弾性需要型均衡配分に相当する）。

図4-3の横軸は交通量、縦軸は交通コストを表している。 f_i はリンク i ($i=1,2$) の交通量、 $C_i(f_i)$ はリンク i ($i=1,2$) のコストを表すリンクコスト関数である。経路選択に関する UE 状態では、最小コストの経路が選択されるから、OD 交通量が $q \leq \hat{q}$ の範囲ではリンク2のみが使用され、 $q > \hat{q}$ ではリンク1と2のコストが等しくなるよう配分される。したがって、OD 交通量 q と OD 間均衡コスト C の間の供給サイドからの関係を表す“OD パフォーマンス曲線”は、右

※9) 内生化した交通量の種類が増えたことに対応して、それらの変数間でのフロー保存則も増えることは言うまでもない。

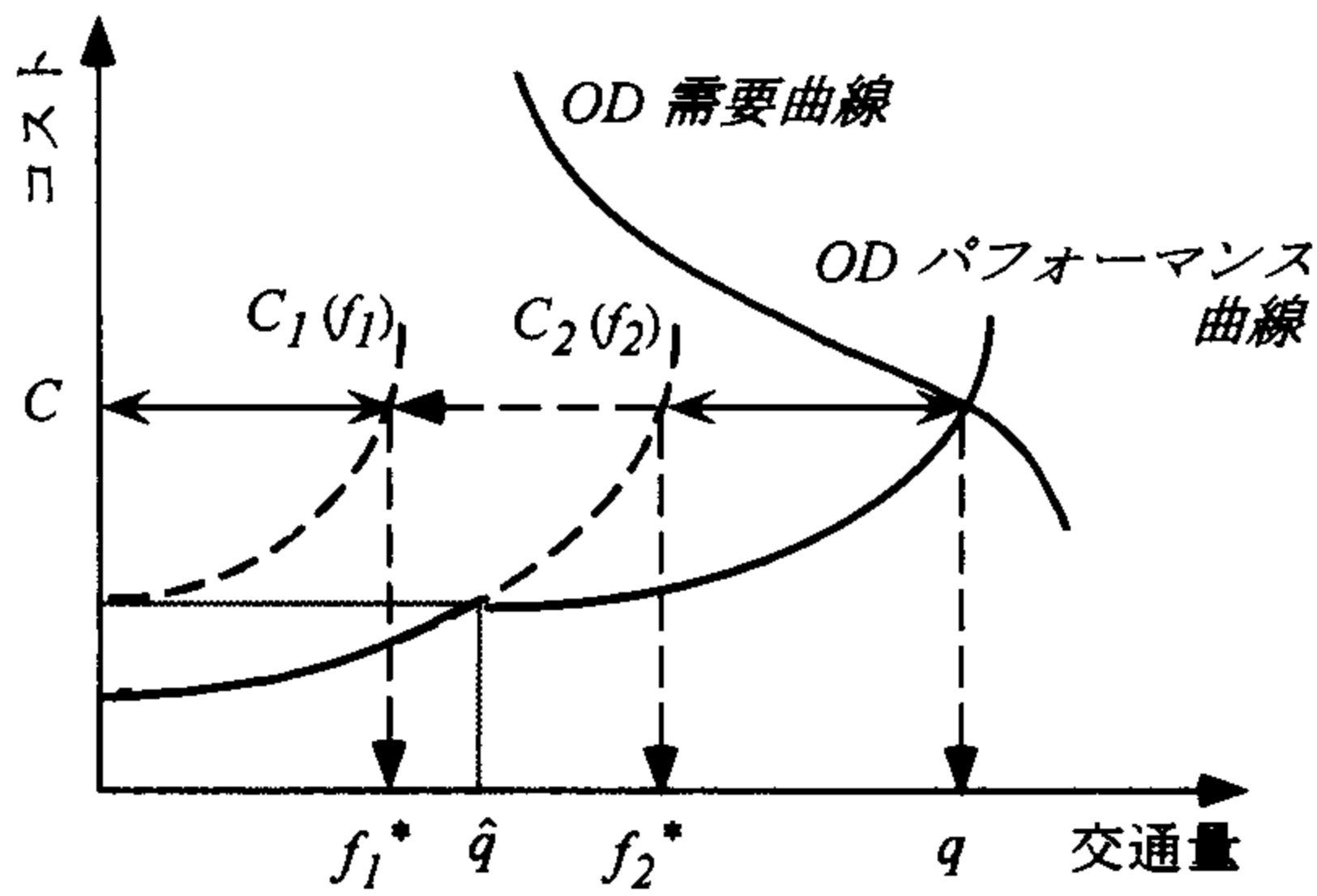


図4-3 弾性需要型の均衡配分の図解

上りの実線で与えられる。一方、需要サイドからの q と C の関係を表す“OD 需要曲線”は、右下りの曲線として表される。均衡 OD 交通量は、OD パフォーマンス曲線と OD 需要曲線の交点として与えられ、それと整合的なリンク交通量は (f_1^*, f_2^*) となる。

さて、上の特殊ケースの例からも明らかなように、この統合モデルは従来の個別的なモデルを包含したものとなっている。まず、古典的な四段階推定法の各段階に対応した個別モデルを包括していることは言うまでもない。例えば、機関別 OD 交通量を与件として *Sub-model (D)* の第 4 層の経路選択モデルのみを取り出せば、前章で述べた SUE 配分である。また、第 4 層で決る OD 別・機関別均衡コストおよび第 2 層の OD 交通量を与件として第 3 層の選択モデルを取り出せば、LOGIT モデルによる機関分担モデルとなる。また、第 3, 4 層の結果と発生交通量を与件として第 2 層のみを考えれば、エントロピー型分布交通量モデルとなる。

さらに、このモデルは、従来の部分的な統合モデルも含んでいる。例えば、第 1 層と第 3 層をはずし、経路選択を確定論的に考えた極限は、*Evans* の分布・配分統合モデル/*Beckmann* の弾性需要型均衡配分モデルである。また、第 1 層と第 2 層の結果を与件とし、経路選択を確定論的に考えた極限は、*Florian et al./LeBlanc et al.* の機関分担・配分統合モデルとなっている^{注10)}。

4.4 解の特性と計算法

統合ネットワークモデルにおいても、第 3 章のモデルと同様、解の基本特性を分析しておくことが必要である。その分析の基本的な方法は第 3 章のモデルと全く同様に、等価な最適化問題へ変換して分析すれば良い。なお、統合モデルにおいても、リンク間での相互干渉がある場合には、等価な最適化問題は存在せず、変分不等式を用いて解析される（具体的な解析法と解の特性については文献 1) を参照されたい）。

大規模ネットワークに適用可能な解法も、等価な最適化問題/変分不等式問題を利用すれば、比較的容易に構成できる。リンク間の相互干渉を考慮するか否かで利用できるアルゴリズムは異なるが、いずれも厳密解への収束が保証された様々な解法が考案されている。そして、かなり大規模なネットワークを対象としていても、安価な PC 上で十分に実行可能なレベルとなっている。

4.5 応用ネットワーク均衡モデル

交通ネットワーク統合モデルは、ちょっとした工夫や抽象化により、交通旅客流動以外の空間的経済現象を記述するモデルに拡張/応用することができる。ここでは、その中でも単純な例のみを、ごく簡単に紹介しておこう。

(1) 立地・交通統合均衡モデル

4.2 では、利用者行動のプロトタイプ・モデルとして図 4-2 のような選択構造を考えた。しかし、これは、どんな場合にも当てはまる絶対的な構造というわけではない。例えば、通勤交通のみを考えるなら、図 4-2 の第 1, 2 段階の選択は不自然である。むしろ、勤務地を固定された“交通発生地点”と考え、消費者はその“目的地選択”として居住地を選択すると捉える方が自然であろう。

この居住地選択行動は、交通ネットワーク上での OD 需要条件と同時に住宅市場での住居需要条

注10) ここで名前を挙げた部分統合モデルは、標準的ネットワーク理論を学習した人には（非集計行動分析理論における Nested LOGIT モデルを知っているのと同程度の意味で）“常識”と言えるものである。その内容の詳細は文献 1) や 3) を参照。

件をも意味するものとなる。そこで、住宅（土地・建物）の供給者の行動を表現したモデルを新たに導入しよう。そして、交通ネットワーク統合均衡条件とこれらの条件を同時に満たした状態を求めるモデルを考える。すると、それは住宅市場での需給均衡と交通ネットワークでの均衡を同時に考えた住居立地・交通統合モデルとなる。

このモデルは、問題の簡単な数理変換により仮想的な“拡張ネットワーク”上での統合ネットワーク均衡モデルに帰着させることができることが知られている。したがって、4.4で述べた方法により、均衡解の解析や解法の構成を容易に行うことができる。

(2) 空間価格均衡モデル

経済学・地域科学の分野では、地域間/国際的な物流を予測するモデルとして、空間価格均衡 (SPE: *Spatial Price Equilibrium*) モデルがよく知られている。紙面の制約により、その具体的内容は割愛するが、このモデルの数理的な構造は、弾性需要型交通ネットワーク均衡モデルと極めて類似している。このことを利用すると、3.3や4.4で述べた変分不等式問題への変換により、均衡解の解析や解法の構成を容易に実現できる。なお、この変分不等式の理論は、'80年代のネットワーク均衡モデルでの利用を契機として、様々な進展をみた。そして、最近では、計算一般均衡 (CGE: *Computational General Equilibrium*) モデルを始めとする様々な空間的経済均衡モデルによる解析をシステマティックに行うための必須の道具となりつつある。

5. 動的なネットワーク・フロー・モデル

5.1 なぜ動的配分モデルが必要か？

第3,4章で述べた静的なモデルは、中長期的な都市・交通計画には、非常に有効な道具である。しかし、最近のよりきめ細かな道路交通管理施策やATIS (*Advanced Transport Information System*) の有効活用のような新たな問題を考えるためにはやや“力不足”と言わざるをえない。静的な枠組のモデルでは、時々刻々の状態のリアルタイム予測・制御に利用できないことはもちろ

んであるが、オフ・ラインでのシステム評価等を利用することを考えても問題が生じてしまう。というのは、静的な配分モデルでは、道路交通管理において最も注目したいことの一つである渋滞現象を適切に表現できないからである。例えば、渋滞状態では、新たにリンクに流入するフローの通過所要時間は、それまでにリンクに溜まっている車の台数（ストック変数）でほぼ決まる。そのため、静的な配分モデルにおけるリンクコスト関数（フローの関数）は意味を持たない。つまり、静的な配分モデルは、リンクコスト関数が意味を持つある程度の混雑レベルまでは扱えるが、渋滞状態にまで混雑している場合には意味不明の計算を行ってしまう。

このような問題認識や静的配分理論の成熟をうけ、'90年代に入ると動的な交通ネットワーク・フローを明示的に扱えるモデル/理論の構築が、国際的に活発に行われるようになってきた。

5.2 動的なネットワーク流の表現 (*Sub-model (S)*)

動的な配分モデルの *Sub-model (S)* は、ネットワークのリンクとノードの各々における状態/制約条件を表現するモデルから成る。まず、リンクの状態を表現する最も基本的なモデルとして、*Vertical Queue Model* を図-5-1に示す¹¹⁾。

グラフの縦軸は車の累積台数、横軸は時間、曲線 A はリンクへの累積流入曲線、直線 L はリンクからの累積流出曲線（この傾き μ はリンクの物理的条件により決まる最大流出率）を表している。この2つの曲線の定義から明らかなように、その間の縦の長さ $X(t)$ は、時刻 t にリンク内に存在する車の台数を意味し、 $X(t)$ がさばけるには横の長さ $C(t)$ だけかかる。さらに、追い越しを考えないとすると *First In First Out* (FIFO) サービス、つまり、リンク流入順序と流出順序は同じである。したがって、 $C(t)$ は、時刻 t に流入した車がリンクを通過するのにかかる時間（リンクコスト）を意味することとなる。結局、a) リンクでのFIFO原則を満たす A と L の関係式、b) $X(t)$ を $A(t)$ と $L(t)$ の差として表す状態方程式、c) X と μ の関数として表現したり

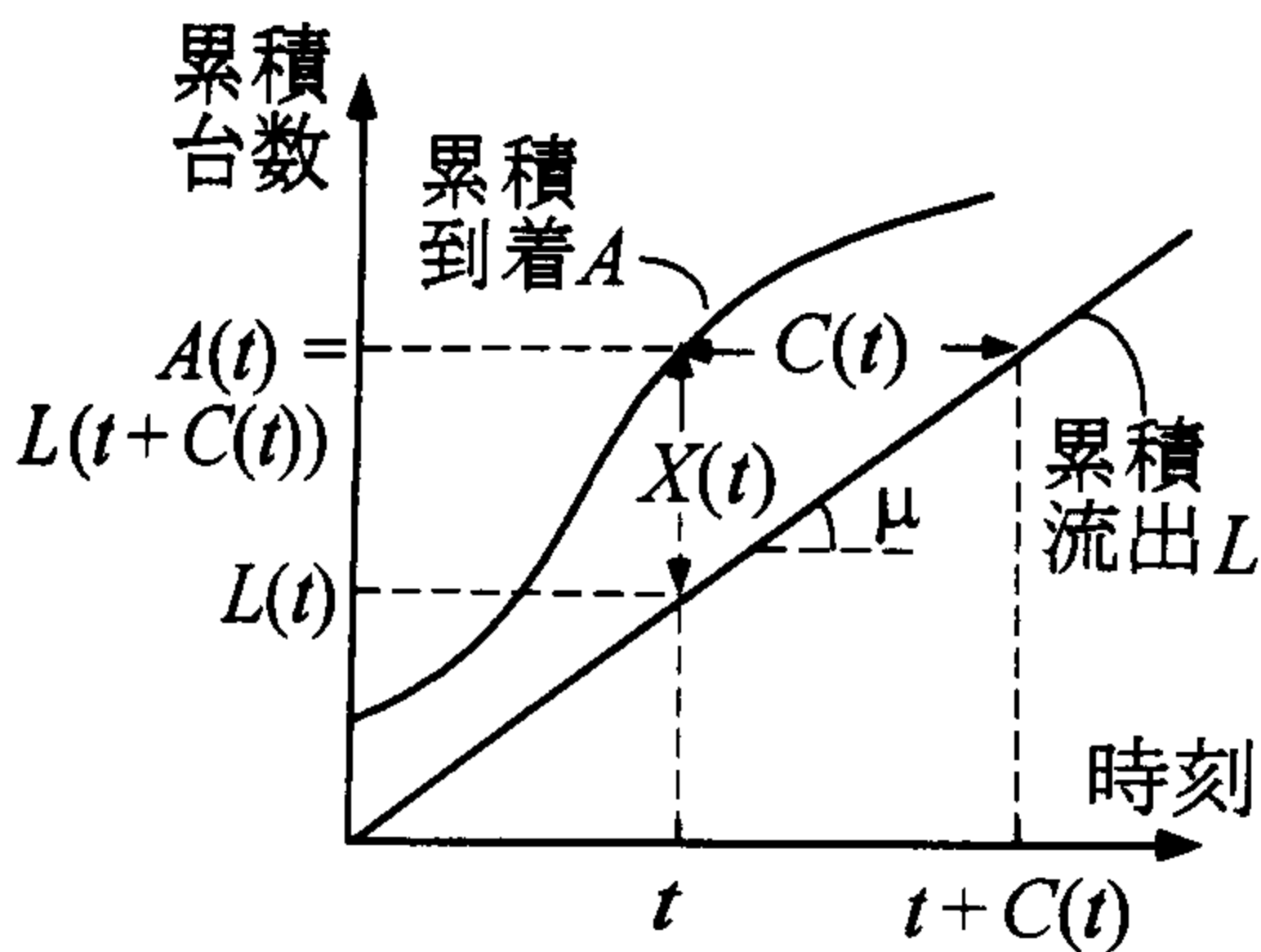


図5-1 動的なリンク・モデル

リンクコスト；を定式化すれば、動的なリンクモデルが出来上がる。

次に、各ノードでは、フローの保存則が成立しなければならない。つまり、任意の時刻において、各ノードで（起点/終点別の）流入交通量の和と流出交通量の和が等しくなければならない。

以上の関係がすべてのリンクおよびノードで成立していることを意味する方程式群が *Sub-model(S)* である。重要なことは、第一に、動的なネットワーク・フローを記述するには、最低でも、各リンクにおける流入・流出交通量、存在台数の3種類の変数が必要であること、第二に、サービス則が決まっていれば、リンクコストはこれら変数の関係式から決定されることである。この点が、リンクの状態を表す変数がリンクフローしかなく渋滞を扱えない静的配分モデルとの大きな違いである。

5.3 動的なネットワーク配分原則^{※12)}

次に、*Sub-model(D)* を表す利用者の経路選択モデルを、静的な場合のSOとUEを念頭において考えてみよう。まず、静的なSO原則に対する自然な拡張として動的なシステム最適 (DSO: *Dynamic System Optimal*) が考えられる。つまり、計画対象時間内でのネットワーク全体の総走

行費用を最小化するという原則である。これは、ネットワーク・システム全体の効率性を重視した場合の究極点を意味している。

静的な場合のUEに対応する配分原則としては、2種類の原則が考えられる。ひとつは、“近視眼的”な最適行動をする利用者を想定したもので、利用者は“瞬間的な最短経路”を選択するという原則である。ここで、瞬間的な最短経路とは、いま実現しているコストパターンから計算される最短経路のことである。コストパターンは時間が経てば変化するから、この瞬間的な最短経路は事後的に見ると真の最短経路となっている保証はない。つまり、結果的には、別の経路を選択した方が良かったというようなことが起こりえる。そこで、この原則は“均衡”状態とは呼ばれず、動的利用者最適 (DUO: *Dynamic User Optimal*) と呼ばれる。また、この原則では、終点へ進行しながら道路状況の変化に適応して最短経路を逐次変更してゆくのので、“適応的 (Reactive) DUO” とも呼ばれる。

もうひとつの配分原則は、静的な場合のUE原則を自然に拡張した動的利用者均衡 (DUE: *Dynamic User Equilibrium*) である。つまり、事後的に見ても経路の変更によって誰も所要時間を減らすことができないような状態に配分するものである。これは、DUOの近視眼的な利用者とは対照的に、各利用者が終点に着くまでの将来の状況を完全に予想した上で最短経路を選択することを意味している。そのため、この原則は、“予測的 (Predictive) DUO” とも呼ばれる。この配分原則によるフロー・パターンでは、誰も自分の選択を後悔することはないわけであるから、利用者の公平性を重視した場合の究極点ともいえる。その意味で、システム全体の効率性を追求するDSOと対極にある原則である。

図5-2にDUOとDUEの違いを例示しておこう。この例では、起点を出発する7:00の瞬間的

※11) 実際には、リンク内でのフローの移動や渋滞の延伸状況等を表現し得るモデルもある。また、信号制御は、このモデルにおける容量を制御変数とすることに相当する。ここでは、渋滞の本質を理解しやすい最も単純なモデルのみを示す。

※12) 動的な配分では、利用者の選択行動として、経路選択のみならず、出発時刻/到着時刻の選択も導入可能である。ここでは、簡単のため、単純な経路選択のみのモデルを説明する。

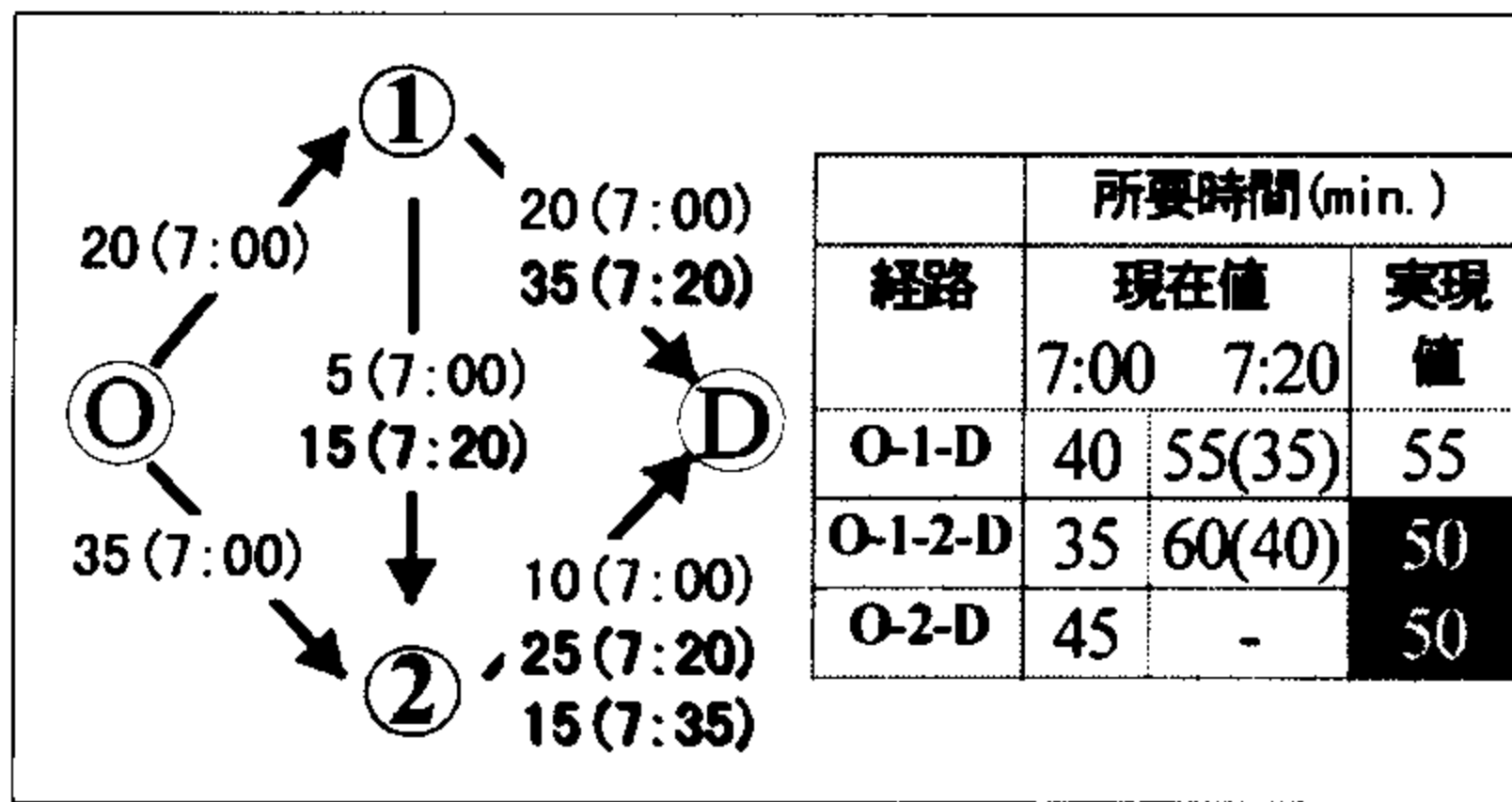


図5-2 DUO と DUE の違いの例示

最短経路は O-1-2-D である。したがって、DUO では、まずリンク (O,1) に全フローが配分される。しかし、ノード 1 に到着した 7:20 には、瞬時的最短経路は O-1-D となっているため（最初の経路を変更し）、リンク (1,D) に全フローが配分される。一方、DUE では、起点出発時に先を読んでいるため、事後的 shortest 経路である O-1-2-D と O-2-D に適当な比率で配分されることになる。なお、DUE での“事後的 shortest 経路”の評価には、配分フロー自身がコストに与える影響も織り込み済みであることは言うまでもない。

5.4 動的なネットワーク配分の計算可能性

Sub-model (S) と (D) を組み合わせれば、動的配分モデルができる。上記 3 原則に対応した配分モデルの基本的な特性は、最近の研究によって、かなり明らかになった。ここでは紙面の制約もあるため、計算可能性の現状のみを簡単にみておこう。

まず、DSO 配分については、考え方や定式化は非常に単純であるにもかかわらず、一般的なネットワークで厳密解を求めるアルゴリズムは現状では存在しない。その理由は、一見、単純に見える Sub-model (S) が形成する変数の許容領域が非凸なためである。その結果、DSO 配分は、多数の局所解を持つ超大規模な非凸最適化問題となり、その大域的最適解を得ることは困難となる（近似解については、もちろん、検討の余地はある）。これは、大規模ネットワークでも容易に解ける静的な SO 配分とは大きく異なる点である。

次に、DUO 配分は、多くのシミュレーション・モデルでも同様の経路選択原則が採用されて

いることからわかるように、計算も極めて単純である。すなわち、各ノードから終点への最短経路探索を行うことと、状態変数の改訂を各瞬間で繰り返してゆけばよい。

最後の DUE 配分は、DUO に比べるとかなり高度な問題である。しかし、最近の研究によって、このモデルは、変分不等式問題（3.3 参照）に帰着可能であることが明らかになり、解の基本的な特性は、ほぼ解明された。また、1 起点・多終点や多起点・1 終点の場合については、この変分不等式問題の枠組を利用することによって、収束の保証された計算アルゴリズムも開発されている。近い将来、より一般的な条件下での大域的収束性と効率性を兼ね備えたアルゴリズムが利用可能となる可能性が高い。

5.5 動的なネットワーク配分モデルとダイナミック・シミュレーション・モデル

動的なネットワーク交通流を解析する方法としては、従来から、シミュレーション・モデル（以下、略して“SM”と呼ぶ）を構築するというアプローチがある。実際、最近では、交通流の詳細な動的挙動のみならず、利用者の経路選択行動を含んだ様々な SM が開発されるようになっている（例えば、いわゆる *micro-simulation model* のみでも、100 近くの個別的なシステムが世界中で開発されている）。そこで、先に述べたような動的配分モデルの意義・役割を SM との対比で簡単に述べておこう。

まず、第一の意義・役割は以下の点である：a) モデル構築の仮定が単純・明快で、その意味が説明・理解しやすい、b) アドホックな SM 等による様々な予測結果に対する基本的かつ汎用的な“ベンチマーク”（参照点）となり得る。例えば、SM を現実の詳細に適合させようとするれば、非常に多くのパラメータ、ルール等を含んだものとなり、モデル作成者以外には、その内容が見えなくなってしまうのが常である。また、複雑な SM では、ある結果が得られた時に、その結果に本質的に影響を与えている要因が何であるかが判らないという状況に陥りやすい。これに対して、より少数の簡明な仮定・原則のみで現象を表現

し、本質的な要因の影響メカニズムや結果の方向を与えることを目標とするのが数理理論モデルである。

動的配分理論の第二の役割は、規範的モデルと記述的モデルの特性比較/関係の明確化である。これにより、路車間通信等を利用した動的な経路誘導のあり方や混雑料金制度等の交通管理政策の方向付けに貢献することができるであろう。例えば、SMによって、ある経路誘導方策による所要時間短縮効果が予測できたとしても、それは現状やごく限られたケース間の比較のみである。より効率的な別の方策が存在するのか否か、あるいは最大限可能な効率化パターンから考えてどの程度の効率化が達成できているのか等は、SMのみではわからないか、あるいは膨大な手間の試行錯誤を必要とする^{※13)}。動的均衡配分や動的システム配分は、そのような疑問に答えることができる。また、最適な混雑料金制度のデザインのためには、その根拠となる理論として動的均衡配分と動的システム配分との関係づけが必要である。

第三の役割は、各種モデルの関連づけ/体系化に資することであろう。第一の意義・役割とも関連するが、SMでは、モデル間の本質的な関係が不明なことが往々にして生じる。その整理に動的配分理論を役立てることができよう。また、この結果として、多くのSMでしばしばアドホックに行われている手続き（例えば、ある種の収束を意図した繰返し計算）の正確な意味付けや効率的な計算アルゴリズムの開発等が可能となるであろう。

最後に、以上に述べられた動的配分理論の役割を見れば、その限界も自ずと明らかになる。例えば、道路状態や利用者行動の細部をモデルに組み込み、現実と詳細に適合させることは、動的配分理論の基本的な目的から困難である（モデルを複雑にした結果、理論的解析が全くできなくなれ

ば、それはSMと変わりがなく、数理理論モデルの意義は薄れる）。したがって、SMと数理理論モデルは、対立するものではなく、状況/目的に応じて相補的に利用されるべきものであるといえる。また、将来的には、両者を組合わせたハイブリッド・モデルに対する理論も期待したい。

6. おわりに

本稿では、説明を単純化するために割愛した理論やモデルも数多い（例えば、最適ネットワークデザイン理論、ネットワーク集約・抽出法、感度解析・安定性理論、混雑料金理論、観測交通量からのOD需要推定法、ネットワーク信頼性理論etc.）。より広範囲の理論あるいは、より詳しい解説に興味のある読者は、静的・動的モデルの総合的な最新の教科書^{文献1)}、あるいは、静的モデルについての教科書^{文献2),3)}およびレビュー論文^{文献4),5),6)}、動的モデルについてのレビュー論文^{文献7),8)}等を参照されたい。

参考文献

- 1) 松井寛(編)；“交通ネットワークの均衡分析—最新の理論と解法”，土木学会，1997（刊行予定）
- 2) N. Oppenheim；*Urban Travel Demand Modeling—From Individual Choices to General Equilibrium*, John Wiley & Sons, 1995
- 3) Y. Sheffi；*Urban Transport Networks*, MIT press, 1985
- 4) 加藤晃・宮城俊彦；“交通量配分理論の系譜と展望”，土木学会論文集，No. 389, pp. 15～27, 1988.
- 5) D.E. Boyce et al.；“Network Equilibrium Models of Urban Location and Travel Choices: Retrospective Survey”，*Journal of Regional Science*, Vol. 28, pp. 159～183, 1988
- 6) T.L. Friesz；“Transportation Network Equilibrium, Design and Aggregation: Key Developments and Research Opportunities”，*Transportation Research* Vol. 19 A, pp. 413～427, 1985
- 7) 松井寛；“交通需要の動学的分析の諸相と今後の展望”，土木学会論文集 No. 470, pp. 47～56, 1993
- 8) 赤松隆；“交通流の予測・誘導・制御と動的なネットワーク配分理論”，土木計画学研究・論文集 13, pp. 23～48, 1996

※13) 動的均衡配分はシミュレーションに比べて計算が膨大になると言われることがあるが、それは誤解である。もし、シミュレーションによって、このようなベンチマーク指標を得ようとするれば、むしろ、動的均衡配分の計算とはケタ違いに膨大な計算量を必要とするだろう。