時間帯別ボトルネック通行権取引制度に関する研究

赤松 隆[1]・佐藤 慎太郎[2]・Nguyen Xuan Long[3]

[1]正会員 東北大学大学院教授 情報科学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉 6-6)
E-mail: akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp
[2]学生会員 東北大学大学院情報科学研究科 博士前期課程 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉 6-6)
E-mail: taro_s-s@plan.civil.tohoku.ac.jp
[3]正会員 (株)社会システム研究所 第3事業部 (〒150-0011 東京都渋谷区東 1-26-30 渋谷イーストビル)
E-mail: long@visualand.co.jp

混雑料金制は，理論的には，交通渋滞問題に対する優れた方策である．しかし，その制度の有効な実施に不可欠な (1) 利用者情報（需要関数）の正確な推定や (2) 渋滞メカニズム（ボトルネック混雑）を考慮した動的料金の設定は，実際には非常に難しい．そこで本稿では，混雑料金制度に代わる TDM 施策として，“ボトルネック通行権取引制度”を提案する．そして，この制度の導入により，確実に渋滞が解消するのみならず，通行権取引市場で適切な通行権価格体系が実現し，社会的に最適な状態となることを示す．さらに，その証明を通じて，提案した通行権の設定・取引問題と住宅立地均衡問題の数理的同型性を明らかにする．

Key Words : *bottleneck congestion*, *departure time choice, quota*, *location equilibrium*

1. はじめに

交通工学的メカニズムからみた渋滞の原因は，交通ネットワーク空間上の特定の地点（“ボトルネック”）を特定の時刻に，交通容量を越えた車両が集中的に通行しようとすることにある．従って，何らかの方法によって，ボトルネック地点に対する時々刻々の交通需要が常にそのボトルネックの容量以下となるように制御できれば，渋滞は発生しない．この原理は，“価格規制” か “数量規制” の何れかのアプローチによって，道路利用者を時間的または空間的に適切に分散させることで実現できる．

前者のアプローチの代表例である混雑料金制は，理論的には，優れた方法である．しかし，その理論の大前提－道路管理者と利用者の間に情報の非対称性が無い－には注意が必要である．これは，道路管理者が現実とは異なる需要関数を前提として，誤ったレベルの混雑料金を設定すると，そのときの社会厚生レベルは制度導入前よりも悪化しうることを意味している．実際，従来の実証的知見に鑑みても，道路管理者が，詳細な交通需要条件（*ie.* 支払意思額，時間価値，希望到着時刻等の利用者種別毎の私的選好情報）を正確に把握することは困難である．従って，混雑料金制が実際に有効に機能することを保証するのは易しくない．

後者のアプローチの代表例は，高速道路ランプ制御のように“優先的サービス権” を単純に割当てる制度である．これは，利用者選好に関する詳細な情報を必要とせずに渋滞を緩和できるものの，利用者の選択を制限することに起因する経済的損失を生んでしまう欠点がある．しかし，数量規制アプローチの “優先的サービス権” の配分ルールは，最近の情報通信技術の進展と ITS の普及を前提にすれば，単純な割当制に限られるものではない．この優先的サービス権の配分ルールに何らかの工夫を加えれば，詳細な利用者選好情報を必要とせず，かつ，利用者の自由な選択を確保した，より望ましい渋滞解消策が開発できるはずである．

このような数量規制アプローチの考えを発展させ，本研究では，交通渋滞問題に対する新しい方策として，以下のスキームを提案する：(1) 渋滞が頻発している特定のボトルネック地点を対象として，そのボトルネックを特定の時刻のみ通行できる権利（“通行権”）を設定・発行し，(2) その時刻別の通行権を自由に売買取引できる市場を創設する．

この提案制度は，様々な待ち行列問題に対して適用可能である．なかでも，特に有効性が高いと予想されるのは，朝の通勤ラッシュ・アワーのように，定常的な交通需要パターンの下で渋滞が発生している状況である．定常的な通勤交通なら，利用者は各々の通勤経験に基づき，どの時刻のボトルネック通行権を購入すればよいか

把握でき，自分の選好に合致した通行権を購入できるだろう．そして，この制度導入によって，利用者の自由な選択を阻害せず，道路管理者と利用者間の情報の非対称性問題を解消できる可能性が高い．そこで，本研究では，定常的な朝の通勤交通を対象として，提案制度の理論的特性を明らかにする．より具体的には，まず，制度導入前後での交通均衡状態を表現する理論モデルを構築する．そして，この制度導入によってパレート改善が達成できること，および，提案制度のもとでの通行権配分・通勤パターンは，社会経済的に最も効率的な状態となることを示す．

このような制度の導入は，技術的側面からは，将来的な実現可能性が十分に高いものである．まず，通行権の設定・認証システムは，道路利用者に対する ID 認証システムとも言える ETC（DSRC）システムの応用アプリケーションとして，技術的には，現在でも実現可能である．また，"通行権の取引市場"についても，既に多数の実用化例のあるインターネット・オークション形式を想定すれば安価に実現可能である．

なお，提案制度の大前提は，「通行権をもたない利用者は，対象ボトルネック区間を通行しない」ことである．現実の道路でこれを保証するためには，何らかの規制方策が必要である．その具体的な実現方策としては，様々な可能性がありうる．常識的な１つの案は，通行権を持たない利用者が対象区間を通行しようとする場合，通行権価格よりも十分に高いペナルティ料金を徴収するといった方策であろう．この方策下では，通行権を取得せずに（*i.e.*より高額のペナルティ料金を支払って）対象区間を通行しようとすることは，通行者自身にとって非合理的な行動である．従って，制度導入から一定期間を経て，制度に関する知識が利用者に行き渡った均衡状態では，そのような非合理的な利用者の数は，無視できるレベルに収束するであろう．また，提案制度が社会的に広く認知されていない段階では，多車線道路の一部車線のみで通行権制度を開始するといった導入方策も考えられる．多車線道路区間であれば，通行権を持っていない利用者は，隣接する通常車線に移動するだけでよく，同一道路区間上で通行権制度の参加層と非参加層が共存可能である．特に，諸外国で多くの実施例がある HOV 車線や有料優先車線制からの制度移行であれば，より円滑に通行権制度を導入できるであろう．以上のように，提案制度は，技術論的には，ITS を活用した近未来の新しい交通管理施策の１つとして，検討に値する実現可能性を持っている．従って，このような制度を理論的に分析し，その特性を明らかにしておくことは，十分な意義があると考えられる．

本研究のオリジナリティを確認するために，以下では，関連する従来研究をみておこう．市場外部性から生じる非効率性を解消するための価格規制と数量規制の選択に際しては，"情報の非対称性"の考慮が重要である．この点に関する一般的な考察は，Weitzman [1], Laffont [2] がある．また，"数量規制アプローチ"の典型的な実現例である排出権取引の理論に関しては，例えば，Montgomery[3], Tietenberg [4] が挙げられる．しかし，これらの研究は，外部性のメカニズムがボトルネック渋滞とは全く異なる状況を前提としているため，交通問題にそのまま適用できるものではない．

ボトルネック渋滞を明示的に考慮した交通分析法は，Vickrey [5] に始まる一連の研究（*eg.* Hendrickson and Kocur[6], Smith[7], Daganzo[8], Newell[9], Kuwahara[10], Tabuchi[11], Arnott *et al.* [12),13)], 赤松 [14], 桑原 [15], 井料ら [16]）で発展してきた．これらの研究は，通勤交通を対象として，道路利用者の出発時刻選択に関する均衡状態をモデル化している．その上で，均衡状態の特性及び動的な混雑料金制度の有効性を議論している．しかし，従来の研究では，道路管理者と利用者間の情報の非対称性や数量規制によるボトルネック渋滞の解消施策の有効性については，全く考察されていない．

道路交通分野で，需要情報の非対称性を考慮した経済規制問題を扱った研究はほとんど無い．本研究で提案するボトルネック通行権取引制度に近い発想に基づく唯一の研究は，赤羽ら [17] による「道路の予約制」の提案である．しかし，その制度では，仮に渋滞は緩和できたとしても，支払い意思額の低い利用者が，より支払い意思額の高い利用者よりも優先的にサービス権を得られるため，社会的に効率的な状態を達成できるとは言い難い．Daganzo and Garcia[18] は，混雑料金と料金支払い免除権の割当てを組合せたスキームによりパレート改善が可能となることを示しているが，この研究も "権利の取引制度" までは考察していない．また，Verhoef *et al.* [19] は，自動車保有権や都心通行ライセンスの取引制度を紹介しているが，本研究のような渋滞メカニズムを考慮した動的なボトルネック通行権については言及していない．また，そこでは，紹介制度に対する理論的な解析もなされていない．以上の様に，本稿で提案する通行権取引制度とその理論的特性の解明は，本研究の独自の貢献である．

本稿の構成は以下の通りである．まず，第２章では，本稿で対象とする交通条件と，提案する "ボトルネック通行権取引制度" の概要について説明する．次に，第 3 章では，制度導入前後の各均衡状態を定式化する．第 4 章では，第 3 章で定式化した制度導入後の交通・通行権市場均衡問題が，住宅立地均衡問題と数理的な同型性を有していることを示す．第 5・6 章では，第 4 章で示した 2 つの均衡問題の間に成立する数理的な同型性を活用

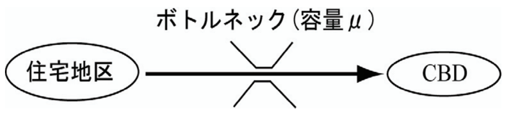

図-1　対象とする交通空間条件

し，この制度導入による社会経済的な効率性を議論する．より具体的には，第5章では，第3章で定式化した制度導入前と後の交通均衡状態を比較し，この制度導入によって，利用者および道路管理者に対してパレート改善が達成されることを示す．第6章では，均衡状態で達成される通行権の配分パターンは，社会経済的に最も効率的であることを示す．第7章では，利用者のボトルネック到着時刻の不確実性が，交通状態に与える影響を解析する．最後に，第8章で結論と今後の課題を述べる．

2. ボトルネック通行権取引制度

(1) 対象とする交通空間条件

本稿では，1つの住宅地区から，1つのCBDへの単一ODとなる定常的な朝の通勤交通を扱う．住宅地からCBDに向かう道路には，図-1に示すように，容量 μ の単一ボトルネックが存在し，全ての道路利用者（通勤者）はこのボトルネックを通過して通勤する．

(2) ボトルネック通行権の定義

“ボトルネック通行権”とは，ある特定の時刻 t に特定のボトルネックを通過することができる権利である．交通工学的に考えると，渋滞の原因は，特定のボトルネックを，特定の時刻に，その容量を上回る車両が通行しようとする点にある．ゆえに，道路管理者が，各時刻でボトルネック容量 μ に等しい枚数の通行権を発行し，時々刻々の交通需要を数量的に規制すれば，渋滞は解消できる．

時刻毎にボトルネック通行権を発行する場合，各利用者に対して彼／彼女が望む時刻の通行権が配分される必要がある．そのためには，各利用者が通行権を直接選択できる仕組みがあればよい．そこで，通行権を利用者間で取引できる “通行権取引市場” を開設し，各々にとって最適な通行権を取得できるようにする．これにより，道路管理者と利用者間の情報の非対称性問題は解消し，通行権の効率的な配分を達成できる．

(3) 主体の設定

本稿で理論的に解析するシステムに表れる主体は，毎朝1つのボトルネックを通過してCBDに通勤する道路利用者（通勤者）と道路管理者である．

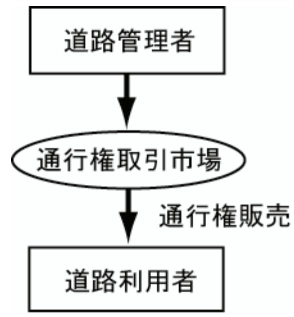

図-2　通行権販売型スキーム

a) 通勤者

異なる希望到着時刻（勤務開始時刻）t_w を持つ $N(t_w)$ 人の通勤者を考える．全ての通勤者の所得水準 Y は等しく，時間価値も等しいと仮定する．通勤者が支払う交通費用は，以下の2つの動的費用である．1つは渋滞での待ち行列時間を金銭費用に換算した待ち行列費用 $q(t)$ であり，これはボトルネックからの流出時刻 t によって変化する．もう1つは，各通勤者の希望到着時刻 t_w と実際の到着時刻 t の時間差である “スケジュール時間遅れ” を金銭費用に換算したスケジュール費用 $s(t, t_w)$ である．また，自由走行時間等の時刻に依存しない交通費用は，問題の本質的構造に関係ないため，省略する．

b) 道路管理者

道路管理者は，渋滞が発生しないように，単位時間当たりボトルネック容量 μ に等しい枚数の通行権を発行する．さらに，その通行権を通勤者間の公平性を担保するように，市場を介して各通勤者に配分する．

(4) ボトルネック通行権配分スキーム

道路管理者が発行したボトルネック通行権は，道路利用者間での公平性を十分に考慮した上で，利用者に配分される．その通行権配分のためのスキームとしては，次の2つが考えられる．

a) 通行権販売型スキーム

“通行権販売型スキーム”は，道路管理者が利用者にボトルネック通行権を直接販売するスキームである．このスキームでの通行権の流れは，図-2 中の矢印で示される．このスキームでは，時刻別に発行された各通行権に対して最も高い付値をつけた利用者が，その通行権を手に入れることができる．このスキームにより，時刻毎の通行権は，利用者の支払意思額に基づいて適切な価格体系で通勤者に配分される．また，ボトルネック通行権の販売収入は全て道路管理者に帰着する．

b) 通行権配布型スキーム

“通行権配布型スキーム”は，道路管理者が利用者間の公平性を考慮しながら，全ての通行権を利用者に無料で

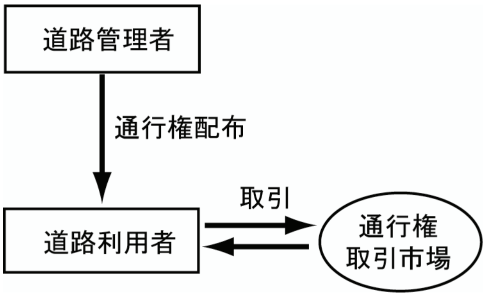

図-3　通行権配布型スキーム

表-1　公平な通行権配分パターンの例

日付	1/1	1/2	1/3	1/4	…
利用者 A	1	3	2	1	…
利用者 B	2	1	3	2	…
利用者 C	3	2	1	3	…

1 周期

配布するスキームである．このスキームによる通行権の流れは，図-3 で示される．このスキームでは，その配布の際に，利用者間の公平性を保つ工夫が必要である．そのための方法としては，周期性を利用した配布法が考えられる．例えば，利用者が A,B,C の 3 人で通行権の時刻（時間帯）が 1，2，3 の 3 つの場合，表-1 に示すように，3 日を 1 周期として，各利用者に通行権を周期的に配分すればよい．

公平に通行権が配分されたとしても，各利用者の希望到着時刻 t_wは異なるので，各々の利用者にとって，最適な時刻の通行権が配分されるとは限らない．このようなミスマッチが起こった場合には，各利用者が通行権市場で彼らの通行権を取引することができる．その結果，市場メカニズムを通じて，適切な価格体系で，通行権が最適に再配分される．その際，希望到着時刻 t_wによって需要の分布は異なるので，通行権の市場価値は，通過可能時刻毎に異なる．しかし，管理者から配布された通行権の市場価値が異なっても，周期的な配布パターン全体を通して考えれば，利用者間の公平性は保たれる．また，ボトルネック通行権の取引における所得の移転は全て利用者間で行われる．

3. 均衡状態の定式化

本章では，提案したボトルネック通行権取引制度の導入によって通勤交通の均衡状態がどう変化するかをモデル化する．以下の(1)では，制度を導入する前の交通（ボトルネック）市場の均衡状態を定式化し，(2)では，制度を導入した後の交通（ボトルネック）及び通行権市場の均衡状態を定式化する．

(1) 制度導入前の均衡状態

ボトルネック通行権取引制度を導入しない場合，道路利用者（通勤者）の交通需要が時間的に集中し，ボトルネックで渋滞が発生する．従って，各通勤者の経験する交通費用は，スケジュール費用 $s(t, t_w)$ と待ち行列費用 $q(t)$ の和となる．ここで，通勤に必要な時間としては，ボトルネック待ち行列時間とスケジュール時間遅れのみを考えるので，通勤者が CBD に到着する時刻 t は，ボトルネックを流出する時刻 t に一致する．

希望到着時刻 t_wを持つ通勤者は，合成財消費量 Z について単調増加な効用関数 $U(Z \mid t_w)$ を持つ．各通勤者は自らの効用が最大となるように，Z 及び CBD 到着時刻 t を選択する．この通勤者の行動は，Z と t の同時選択問題として表される：

$$\max_{t}.[\max_{Z}.U(Z \mid t_w)] \tag{1a}$$

$$s.t.\ \ Y = Z + s(t, t_w) + q(t)\,. \tag{1b}$$

ここで，Y は通勤者の所得，Z は合成財（ニューメレール）消費量，$s(t, t_w)$ は希望到着時刻 t_w を持つ通勤者がボトルネックを時刻 t に流出するときのスケジュール費用，$q(t)$ はボトルネックを時刻 t に流出する通勤者の待ち行列費用である．

この式(1)で表される通勤者の合成財消費量 Z と CBD 到着時刻 t の同時選択行動は，Z の選択と t の選択行動に分解することができる．まず，各時刻 t に対して，希望到着時刻 t_wを持つ通勤者が合成財消費量 Z を選択した結果，間接効用関数：

$$V(t, t_w) \equiv \max_{Z}.U(Z \mid Y = Z + s(t, t_w) + q(t)) \tag{2a}$$

が定まる．次に，通勤者は，この間接効用を最大化するように到着時刻 t を選択する：

$$\max_{t}.V(t, t_w)\,. \tag{2b}$$

このように通勤者の同時選択問題(1)を，2 段階の選択行動に分解しても，その結果は全く等価である．

通勤者は，毎朝の CBD への通勤行動を通じて，自分の効用を最大化するように，到着時刻 t の選択行動 (2)を繰り返す．このように，各通勤者が到着時刻選択について試行錯誤を行った結果，都市全体の通勤交通パターンは，均衡状態に達すると仮定する．通勤交通の均衡状態とは，以下の a)～c) で定式化する 3 つの条件が同時に成立する状態である．

a）ボトルネック流出時刻の選択に関する均衡条件

均衡状態では，どの希望到着時刻 t_w の通勤者もボトルネック流出時刻 t を変更する動機を持たない．この状態では，通勤者が時刻 t を選択しているなら，その間接効用 $V(t, t_w)$は，均衡効用 $V^*(t_w)$に等しく，選択されない時刻の効用はそれ以下である：

$$\begin{cases} V(t,t_w) = V^*(t_w) & if \quad n(t,t_w) > 0 \\ V(t,t_w) \le V^*(t_w) & if \quad n(t,t_w) = 0 \end{cases} \quad \forall\, t, t_w. \tag{3}$$

ここで $n(t, t_w)$は，希望到着時刻が t_w でボトルネック流出時刻に t を選択した通勤者数である．

b）ボトルネックの容量制約

制度を導入しない場合，ボトルネックで渋滞が発生しうる．従って，渋滞発生時には，待ち行列費用が発生することを考慮しなければならない．ここで，ボトルネックにおける FIFO (First In First Out) 原則および，スケジュール費用関数の凸性を仮定すると，FIFW (First In First Work) 原則が成立する（Daganzo[8]）．すなわち，ボトルネック流入時刻 t_i，流出時刻 t，希望到着時刻 t_w の間に一対一の対応関係が成立する．従って，ボトルネックの待ち行列費用を決定する均衡条件を定式化する際には，どの時刻を基準にしてもよいが，本稿ではボトルネック流出時刻 t を基準として定式化する．

流出時刻 t にボトルネックで渋滞（*eg.*待ち行列費用 $q(t)$）が発生している場合，その時刻のボトルネック流出者数はボトルネック容量 μ に等しい．一方，渋滞が発生していない時刻の流出者数は，μ 以下となる：

$$\begin{cases} \int n(t,t_w)dt_w = \mu & if \quad q(t) > 0 \\ \int n(t,t_w)dt_w \le \mu & if \quad q(t) = 0 \end{cases} \quad \forall\, t. \tag{4}$$

c）総通勤者数の保存条件

希望到着時刻が t_w で時刻 t にボトルネックを流出した通勤者数 $n(t, t_w)$を全時間帯で合計すれば，希望到着時刻 t_w を持つ通勤者の総数 $N(t_w)$に一致する：

$$\int n(t,t_w)dt = N(t_w) \qquad \forall\, t_w. \tag{5}$$

以上の定式化では，ボトルネックでの待ち行列に関する "物理的条件" が考慮されていないことに注意しよう．その "物理的条件"とは，次の 2 つの条件である．1 つは，ボトルネック流入時刻 t_i における待ち行列長 $Q(t_i)$ が，時刻 t_i までの累積流入者数 $A(t_i)$と時刻 t_i までの累積流出者数 $D(t_i)$の差で与えられること：

$$Q(t_i) = A(t_i) - D(t_i) \tag{6}$$

である．もう 1つは，待ち行列時間と待ち行列長の関係に関する条件：

$$q_d(t) = Q(t_i(t))/\mu \tag{7}$$

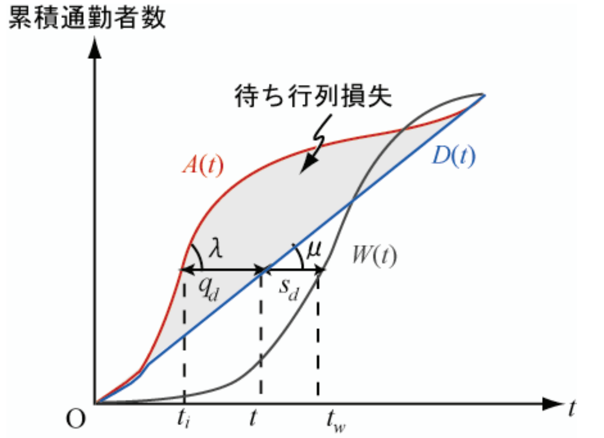

図-4 提案制度導入前の累積図

$A(t)$は累積ボトルネック流入者数，$D(t)$は累積ボトルネック流出者数，$W(t)$は累積勤務開始者数，q_dは待ち行列時間，s_dはスケジュール遅れ時間である．

である．すなわち，時刻 t にボトルネックを流出する通勤者が経験する待ち行列時間 $q_d(t)$ は，流入時刻 t_i に発生する待ち行列長 $Q(t_i(t))$ を単位時間当り容量 μ で捌くのに必要な時間である．ここで，時刻 $t_i(t)$ は，時刻 t にボトルネックを流出した通勤者が，ボトルネックに流入した時刻である．

一般的なネットワークでは，待ち行列長と待ち時間に関するこれらの関係式 (6)-(7) を均衡条件と同時に解く必要がある（*eg.* 赤松[14] を参照）．しかし，我々の単一ボトルネック問題では，まず，均衡条件 (3)～(5)のみから，均衡待ち行列費用 $q^*(t)$ を決定できる（その証明は，Smith[7], 井料ら[16] を参照）．そして，その均衡待ち行列費用から，物理的関係式 (6)-(7) と整合的な待ち行列時間，累積流入者数，流入率等を求めることができる．具体的には，まず時刻 t にボトルネックを流出する通勤者が経験する均衡待ち行列費用 $q^*(t)$ を時間に換算して均衡待ち行列時間 $q_d^*(t)$ を求める．この均衡待ち行列時間 $q_d^*(t)$ を用いれば，流出時刻 t に対応する流入時刻 t_i が定まる：

$$t_i(t) = t - q_d^*(t). \tag{8}$$

次に，式(7)の条件から，流入時刻 $t_i(t)$ における待ち行列長 $Q(t_i(t))$ が定まる．さらに，この $Q(t_i(t))$と，均衡条件から求まった流入時刻 $t_i(t)$ までの均衡累積流出者数 $D(t_i(t))$ を式 (6) に代入すれば，流入時刻 $t_i(t)$における均衡累積流出者数 $A(t_i(t))$ が得られる．この計算を各時刻 t について繰り返せば，各流入時刻 $t_i(t)$ に対応した累積流入者数 $A(t_i(t))$ が求められる．また，$t_i(t)$ での流入率 $\lambda(t_i(t))$ は，$A(t_i(t))$ を時間微分すれば得られる．以上の結果定まる均衡状態での待ち行列の時間的推移は，**図-4** の累積図のように与えられる．

(2) 制度導入後の均衡状態

道路管理者は，各時刻に，ボトルネック容量μに等しい枚数だけのボトルネック通行権を発行する．その結果，どの時刻においてもボトルネック流入者数λがμを上回ることはなくなるので，渋滞は一切発生しない．ここで注意すべきは，制度の導入後は，待ち行列費用$q(t)$が解消される代わりに，ボトルネック通行権の購入費用$p(t)$が発生するということである．従って，制度を導入した場合に各通勤者が経験する交通費用は，スケジュール費用$s(t, t_w)$とボトルネック通行権の購入費用$p(t)$の和である．

この条件下で，各通勤者は自らの効用が最大となるように，財の消費量及びボトルネック通行権の時刻tを選択する．ここで，ボトルネック流出時刻tはCBD到着時刻tに一致するので，ボトルネック通行権の時刻を選択することは，CBDに到着する時刻を選択することと等価である．各通勤者の予算制約は，第2章(4)節で提案した2つの通行権配分スキームによって若干異なるため，以下では，それぞれのスキームについて通勤者の行動を定式化する．

まず，“通行権販売型スキーム”では，各通勤者が，所得を合成財消費，スケジュール費用，ボトルネック通行権の購入に使う．この予算制約下で，各通勤者は，制度導入前と同様に，自らの効用が最大化するように，合成財の消費量Zとボトルネック通行権の時刻tを選択する．この通勤者の行動は，次の同時選択問題として表される．

$$\max_t .[\max_Z .U(Z \mid t_w)] \tag{9a}$$

$$s.t.\ Y = Z + s(t,t_w) + p(t) \tag{9b}$$

ここで，$p(t)$はボトルネック通行権の市場価格であり，時刻tの通行権を購入する通勤者は，その価格$p(t)$を道路管理者に支払う．この同時選択問題(9)は，制度導入前と同様，2段階の選択に分解できる．すなわち，各時刻tに対して，希望到着時刻t_wを持つ通勤者の間接効用関数を

$$V(t,t_w) \equiv \max_Z .U(Z \mid Y = Z + s(t,t_w) + p(t)) \tag{10}$$

と定義すれば，通勤者のボトルネック通行権時刻の選択は，(2b)と全く同様に表現できる．

次に，“通行権配布型スキーム”では，道路管理者が公平性を保つように，全ての通勤者に通行権を無料で配布する．各通勤者は各々の希望到着時刻t_wが異なるので，各通勤者は受取った通行権の時刻にCBDに到着したのでは，スケジュール費用が大きくなってしまう可能性がある．このように，ある通勤者の希望到着時刻t_wと管理者から受取った通行権の時刻tの間でミスマッチが起こった場合には，受取った通行権と，自分が希望する時刻の通行権を市場で他の通勤者と取引（売買）する．その際，各通勤者は，管理者から配布された通行権を市場価格$p_g(t_g)$で他の通勤者に販売し，自分の通勤行動に合致した通行権を市場価格$p(t)$で購入する．従って，各通勤者の収入は，所得Yと管理者から配布された通行権の市場価格$p_g(t_g)$であり，支出は合成財消費とスケジュール費用，自分の希望する通行権の購入費用である．この予算制約のもとで，各通勤者は，“通行権販売型スキーム”と同様，合成財消費量Zとボトルネック通行権の時刻tを選択する．

$$\max_t .[\max_Z .U(Z \mid t_w)] \tag{11a}$$

$$s.t.\ Y + p_g(t_g) = Z + s(t,t_w) + p(t) \tag{11b}$$

ここで，$p_g(t_g)$は，通勤者が，管理者から配布された（他の通勤者に販売した）通行権の市場価格であり，$p(t)$は，通勤者が，他の通勤者から購入した通行権の価格である．従って，このスキームでは，道路管理者の通行権販売収入はゼロであるが，$p_g(t)$と$p(t)$の差額分の所得が通勤者間で移転する．ボトルネック通行権時刻の選択は，各時刻tに対して，希望到着時刻t_wを持つ通勤者の間接効用関数を

$$V(t,t_w) \equiv \max_Z .U(Z \mid Y + p_g = Z + s(t,t_w) + p(t)) \tag{12}$$

と定義すれば，(2b)と全く同様に表現できる．

これら2つのスキームの違いは，通行権販売収入が全て管理者のものになるか，所得の再分配が通勤者間で行われるかという点のみである．2つのスキームでの通勤者の予算制約は異なるが，どちらのスキームを導入した場合でも，各通勤者は，毎朝のCBDへの通勤行動を通じて，自分の効用を最大化するようにボトルネック通行権の時刻tの選択を繰り返す．この結果，都市全体の通勤交通は，制度導入前と同様，均衡状態に達すると考えられる．その均衡状態は，以下のa)〜c)で定式化する条件が同時に成立する状態である．

a) 通行権時刻の選択に関する均衡条件

均衡状態では，どの希望到着時刻t_wの通勤者もボトルネック流出時刻t（*ie.* 購入するボトルネック通行権）を変更する動機を持たない．この状態では，通勤者が時刻tのボトルネック通行権を選択しているなら，その間接効用$V(t,t_w)$は均衡効用$V^*(t_w)$に等しく，選択されない時刻の間接効用はそれ以下である：

$$\begin{cases} V(t,t_w) = V^*(t_w) & if \quad n(t,t_w) > 0 \\ V(t,t_w) \le V^*(t_w) & if \quad n(t,t_w) = 0 \end{cases} \quad \forall\, t, t_w . \tag{13}$$

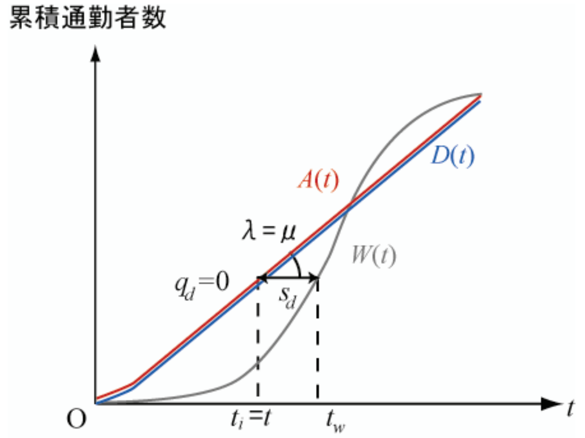

図-5 提案制度導入後の累積図

b) 通行権取引市場の需給均衡条件

通行権の価格は，通行権市場での需要と供給の均衡条件から決まる．すなわち，ボトルネック通行権に適切な価格 $p(t)$ がついている時刻 t では，その時刻のボトルネック通行権の需要量と供給量が均衡し，ボトルネックの容量を使い切る．一方，通行権の価格がゼロの時刻では，通行権が供給超過であり，ボトルネック容量も使い切っていない：

$$\begin{cases} \int n(t,t_w)dt_w = \mu \quad if \quad p(t)>0 \\ \int n(t,t_w)dt_w \le \mu \quad if \quad p(t)=0 \end{cases} \quad \forall t. \tag{14}$$

c) 総通勤者数の保存条件

希望到着時刻が t_w で時刻 t のボトルネック通行権を選択した通勤者数 $n(t, t_w)$ を全時間帯で合計すれば，希望到着時刻 t_w を持つ通勤者の総数 $N(t_w)$ に一致する：

$$\int n(t,t_w)dt = N(t_w) \qquad \forall t_w. \tag{15}$$

制度を導入した場合，各時刻におけるボトルネック流入者数は，最大でもボトルネック通行権の発行枚数（*ie.*ボトルネック容量）に等しくなるので，時刻 t のボトルネック流入率 $\lambda(t)$ が時刻 t の流出率と等しくなり渋滞は発生しない．この場合の通勤者数の時間的推移は，**図-5** の累積図のように表される．

4. 住宅立地均衡問題との数理的同型性

本稿で提案した制度は，各時刻のボトルネック容量という限られた一定の資源を，通行権の設定とその市場取引によって合理的に配分するものである．このような短期的には生産できない資源の配分を扱った他の問題として，都市内での土地の配分を考えた Alonso [20] らの住宅立地均衡問題がある．これらは，表面上は全く異なった問題であるが，実は，両者の間には 1 対 1 の対応関係が存在している．以下では，より具体的に，本稿の通行権均衡問題 (13)〜(15) が，住宅立地均衡問題と数理的に同型であることを示す．

(1) 住宅立地均衡問題の状況設定

我々の通行権均衡問題との対応関係を考える住宅立地均衡問題は，１次元の線形都市上で定義される．異なった属性（*eg.* CBD の立地点，業種 *etc*）x_w を持った $N(x_w)$ の家計を考える．各家計は住宅から CBD への通勤行動を考慮した上で，自らの住宅立地点 x を選択する．一般的な住宅立地理論では，消費者は立地する土地の面積 S も選択するが，本稿の通行権均衡問題との比較の観点からは，$S = 1$ と固定しても十分である．土地の供給面積は，都市内の位置 x によらず一定値 A であり，x に立地する家計は，各地点 x ごとの土地市場で決まる地代 $r(x)$ を負担する．また地点 x から CBD への通勤には，$T(x, x_w)$ の費用がかかる．以上の条件下で，各家計は，自分の効用 $U(Z)$ が最大となるように，合成財消費量 Z と立地点 x を選択する．

(2) 住宅立地均衡問題の定式化

上の条件下での家計の選択行動は，

$$\max_x .[\max_Z .U(Z \mid x_w)] \tag{16a}$$

$$s.t. \ Y = Z + T(x, x_w) + r(x) \tag{16b}$$

と表現される．ここで，Y は各家計の所得，Z は合成財消費量である．この通勤者の合成財消費量 Z と立地点 x の同時選択行動は，2 段階の選択問題に分解することができる．まず，各立地点 x に対して，合成財消費量を最適に選択した結果，その間接効用関数：

$$V(x, x_w) \equiv \max_Z .U(Z \mid Y = Z + T(x, x_w) + r(x)) \tag{17a}$$

が定まる．次に，家計は，この間接効用が最大となる立地点 x を選択する：

$$\max_x .V(x, x_w). \tag{17b}$$

式 (16)で表された家計の住宅立地選択問題は，“不在地主 (Absentee Ownership) モデル” であり，各家計は都市外に住む地主に地代を支払い，立地を選択すると仮定している．これに対して，各家計が公平に所有権を持つ都市全体の土地を，各家計に対して再配分する “公的所有(Public Ownership) モデル” がある．このモデルでは，各家計は，自分の所有している地点 x_o の土地を地代 $r_o(x_o)$ で他の家計に貸し出し，自分が選択した地点 x の土地を地代 $r(x)$ で他の家計から借り受ける．従って，このモデルでは，各家計は $Y + r_o(x_o)$ の所得を得て，合成財消費 Z，交通費用および自分が選択した地点 x の地代

$r(x)$ を負担することになる．この問題でも不在地主モデルと同様，家計は合成財消費量 Z と立地点 x を同時に選択する：

$$\max_{x} .[\max_{Z} .U(Z \mid x_w)] \tag{18a}$$

$$s.t.\ \ Y + r_o(x_o) = Z + T(x, x_w) + r(x) \tag{18b}$$

この“公的所有モデル”では，間接効用関数を

$$V(x, x_w) \equiv \max_{Z} .U(Z \mid Y + r_0 = Z + T(x, x_w) + r(x)) \tag{19a}$$

と定義すれば，立地点の選択は，式(17b)と同様，

$$\max_{x} .V(x, x_w) \tag{19b}$$

と表現できる．

各家計は，自らの効用が最大となるように，式 (17)または (19)で示した立地点 x の選択を繰り返し，立地パターンは均衡すると仮定する．その均衡状態とは，以下の a)～c) の条件が同時に成立する状態である．

a） 家計の立地点選択に関する均衡条件

立地選択の均衡状態では，全ての家計が各々の選択した立地点を変更する動機を持たない．従って，家計が立地している任意の地点 x での効用 $V(x, x_w)$ は，均衡効用 $V^*(x_w)$に等しく，家計が立地しない地点では $V^*(x_w)$ 以下である：

$$\begin{cases} V(x, x_w) = V^*(x_w) & if \quad n(x, x_w) > 0 \\ V(x, x_w) \le V^*(x_w) & if \quad n(x, x_w) = 0 \end{cases} \quad \forall\, x, x_w . \tag{20}$$

ここで，$n(x, x_w)$ は属性が x_w で住宅立地点が x の家計数である．

b） 土地市場の需給均衡条件

空間軸上の各地点 x における地代 $r(x)$は，土地市場における需給均衡条件から決まる．すなわち，正の地代 $r(x)$ がつく地点 x の土地の需要面積と供給面積は一致し，地代が付かない地点では，供給過剰である：

$$\begin{cases} \int n(x, x_w) dx_w = A & if \quad r(x) > 0 \\ \int n(x, x_w) dx_w \le A & if \quad r(x) = 0 \end{cases} \quad \forall\ x . \tag{21}$$

ここで，A は各地点における住宅地の供給面積を表す．

c） 総家計数の保存条件

属性が x_w で住宅立地点 x を選択した家計数 $n(x, x_w)$を都市全体で合計すれば，属性 x_w を持つ家計の総数 $N(x_w)$ に一致する：

$$\int n(x, x_w) dx = N(x_w) \qquad \forall\, x_w . \tag{22}$$

（3） 通行権均衡問題と立地均衡問題の対応

住宅立地均衡問題 (20)-(22) と第 3 章で定式化されたボトルネック通行権均衡問題 (13)-(15) を比較すれば明らかなように，両問題は，数理的に同型である．すなわち，表-2 に示す対応関係で言葉・概念を読み替えれば，両者は同一の問題とみなすことができる：

表-2　ボトルネック通行権均衡問題と
住宅立地均衡問題の対応

	通行権均衡問題	立地均衡問題
選択空間	時間軸	空間軸
選択肢	ボトルネック 通行時刻 t	住宅 立地点 x
費用	スケジュール 費用 $s(t, t_w)$	交通費用 $T(x, x_w)$
市場	通行権市場	土地市場
取引財	通行権 ［価格 $p(t)$］	土地 ［価格 $r(x)$］
供給制約	ボトルネック 容量 μ	土地の供給 面積 A
権利配分 スキーム	通行権販売型	不在地主モデル
	通行権配布型	公的所有モデル

a) 選択空間と各主体の選択行動

通行権均衡問題と住宅立地均衡問題では，まず，各主体の選択行動（選択空間・選択肢）に 1 対 1 の対応がある．通行権均衡問題では，各主体は時間軸上での 1 つのボトルネック流出時刻 t を選択する．住宅立地均衡問題では，空間軸上での 1 つの立地点 x を選択する．そして，何れの問題でも，各主体の選択行動は，効用最大化原則に従っている．

b) 費用･価格変数

次に，両問題で各主体が負担する費用にも 1 対 1 の対応がある．通行権均衡問題では，通行権時刻 t を選択した通勤者が負担する費用は，時刻 t の通行権の価格 $p(t)$ と，スケジュール費用 $s(t, t_w)$である．一方，住宅立地均衡問題では，立地点 x を選択した家計が負担する費用は，地点 x の地代 $r(x)$ と住宅地から CBD までの通勤費用 $T(x,x_w)$である．そして，費用変数 $s(t,t_w)$ が $T(x,x_w)$ に，価格変数 $p(t)$ が $r(x)$ に対応している．

c) 市場構造

さらに，両問題の市場構造も共通である．通行権均衡問題では，時刻別のボトルネック容量に関する供給制約がある．その制約下で，各主体は，通行権市場で，自分の支払い意志額に基づいて時刻別の通行権を取引する．一方，住宅立地問題では，地点別の土地の面積に関する供給制約がある．この制約下で，各主体は，土地市場において地点別の土地を取引する．そして，何れの市場でも競争均衡状態が仮定されている．

d) 権利配分スキーム

最後に，権利の配分スキームについても，両問題で1対1の対応がある．通行権均衡問題における“通行権販売型スキーム”は，各時刻の通行権に対する支払い意思額の最も高い通勤者が，その額を道路管理者に支払うスキームである．これは住宅立地均衡問題において，付け値原理で決まる地代を各家計が不在地主に支払う“不在地主モデル”に対応している．また，通行権均衡問題における“通行権配布型スキーム”は，全ての通行権を，一旦，道路管理者が利用者に配布した上で，利用者間でその再配分を行うスキームである．これは，住宅立地均衡問題において，各家計が平等に所有権を持つ土地を各家計間で配分する“公共所有モデル”に対応している．

5. 提案制度導入によるパレート改善

本章では，“ボトルネック通行権取引制度”の導入によって，渋滞が解消するのみならず，全通勤者と道路管理者のパレート改善が達成されることを示す．

(1) 提案制度導入による交通費用の変化

3章で示されたように，提案制度を導入すれば，ボトルネックでの交通渋滞は完全に解消される．そして，制度導入前のボトルネック容量制約式(4)が，制度導入後の通行権取引市場の需給均衡条件式(14)に置き換えられる．これは，渋滞を引き起こしている通勤者間の相互干渉（外部性）が，ボトルネック通行権取引市場の開設後には，市場での通行権取引の形に全て置き換えられることを意味する．従って，制度導入前の均衡条件(2)-(5)と導入後の均衡条件(10)-(15)の対比からも明らかなように，ボトルネック流出時刻 t の通行権価格 $p(t)$ は，制度導入前の待ち行列費用 $q(t)$ に一致する．一方，制度導入に際して，通勤者のボトルネック流出パターンと，それによるスケジュール費用 $s(t, t_w)$ は不変である．従って，制度導入前後での通勤者の交通費用の和は，

$$s(t,t_w)+q(t)=s(t,t_w)+p(t) \quad \forall t,t_w \tag{23}$$

である．このように，提案制度を導入しても，通勤者の経験する総交通費用は変化しない．

(2) 提案制度導入の効果

上で示された様に，提案制度を導入しても，通勤者の経験する交通費用は変化しない．この結果を用いると，制度の導入によって，全通勤者と道路管理者のパレート改善が達成されることが容易に示される．以下では，これを，第2章で述べた2つの通行権配分スキームの各々について示す．

a) 通行権販売型スキームの場合

式(23)から明らかなように，制度導入前後で通勤者の総交通費用は不変であるから，合成財消費量 Z も，制度導入前後で，変化しない：

$$\begin{aligned} Z &= Y-\{s(t,t_w)+p(t)\} \\ &= Y-\{s(t,t_w)+q(t)\} \quad \forall t,t_w \end{aligned}. \tag{24}$$

従って，制度を導入しても，均衡状態での通勤者の効用水準 $U(Z\,|\,t_w)=V^*$ は変化しない．ここで，注意すべきは，制度導入によって，通勤者の効用レベルは不変であるが，これまで，ボトルネック渋滞によって発生していた待ち行列費用の総和（社会的損失）：

$$\iint n(t,t_w)\cdot q(t)dtdt_w$$

が，通行権販売収入の総和：

$$\iint n(t,t_w)\cdot p(t)dtdt_w$$

として，道路管理者の元に残る点である．このように，このスキームを導入すれば，通勤者の効用レベルを低下させることなく道路管理者の収入が増加する，すなわち，パレート改善を達成できる．

b) 通行権配布型スキームの場合

このスキームの場合，制度導入前の通勤者の行動(1)と，導入後の行動(11)を比較すると，各通勤者の所得について，

$$\begin{aligned} &Y+p_g(t_g)-\{s(t,t_w)+p(t)\} \\ &\quad > Y-\{s(t,t_w)+p(t)\} \quad (\because p_g>0) \quad \forall t,t_w \end{aligned} \tag{25}$$

という関係が成立する．従って，このスキームを導入すれば道路管理者から各通勤者に配布される通行権の価値の総和：

$$\iint n(t,t_w)\cdot p_g(t)dt_w dt$$

だけ通勤者側の総所得レベルが増加する．また，各通勤者単位では，所得レベルの向上により合成財消費量が増加し，各々の効用レベルも増加することを表している．このように，このスキームを導入すれば，道路管理者の費用を増加させることなく，通勤者の所得（効用）レベルが増加する，すなわち，パレート改善を達成できる．以上をまとめると，次の命題1が成立する．

命題 1 *時刻別ボトルネック通行権取引制を導入すれば，通行権販売型・配布型の何れのスキームでも，道路管理者・利用者のパレート改善を達成できる．*

6. 提案制度の社会経済的効率性

経済システムの資源配分の効率性を検討する際の一般的基準は，パレート最適性である．第4章で通行権均衡問題との同型性を示した住宅立地均衡問題では，その配分のパレート最適性が，Berliant and Fujita [21] によって，厳密に証明されている．従って，我々の通行権均衡問題でも，これと同様のアプローチによって，パレート最適性を証明できるだろう．しかし，その証明手法は技術的に非常に煩雑であり，議論の見通しが悪くなるきらいがある．そこで，以下では，厳密なパレート最適性ではなく，社会的余剰最大化の観点から，均衡状態での通行権配分の効率性を議論する．

(1) 社会的最適状態の定義

住宅立地均衡状態の配分の効率性を示す代表的方法は，*Herbert-Stevens* (HS) モデルによる土地配分パターンとの比較である（*eg.* Fujita [22]）．このHSモデルでは，全ての家計が等しい目標効用水準 u を達成するとの条件下で，社会的総余剰（*eg.* 社会的な所得合計と総費用の差）を最大化する土地の配分パターンを，社会的に最適な資源配分と定義している．

我々の通行権均衡問題の効率性を検討する際にも，このHSモデルと同様のアプローチが適用可能である．より具体的には，まず，希望到着時刻 t_w の通勤者毎に目標効用水準 $u(t_w)$ を設定する．この効用水準を通勤者が達成するために必要な合成財消費量 $Z(u(t_w))$ は効用関数 $U(Z\,|\,t_w)$ の逆関数により与えられる．このとき，目標効用水準 $\boldsymbol{u} \equiv \{u(t_w)\,\forall t_w\}$ に対する社会的余剰を，

$$S(\boldsymbol{n}\,|\,\boldsymbol{u}) \equiv \iint [Y - Z(u(t_w)) - s(t,t_w)] \cdot n(t,t_w)\ dt\,dt_w$$

と定義する．これは，全通勤者の所得合計から，目標効用水準 $\boldsymbol{u}$ 達成に必要な合成財消費の総費用，および，通行権配分パターン $\boldsymbol{n} \equiv \{n(t,t_w)\ \forall t, t_w\}$ で必要なスケジュール費用の総和を差し引いたものである．そして，この $S(\boldsymbol{n}|\boldsymbol{u})$ を最大化する通行権配分パターン $\boldsymbol{n}^*$ を，目標効用水準 $\boldsymbol{u}$ に対する社会的に最適な通行権配分と考える．すなわち，HSモデルによる最適配分パターンは，以下の問題の解として与えられる．

$$\max_{\{n(t,t_w)\}}.\ S(\boldsymbol{n}\,|\,\boldsymbol{u}) \tag{26a}$$

$$s.t.\quad \int n(t,t_w)dt_w \le \mu \qquad \forall t \tag{26b}$$

$$\int n(t,t_w)dt = N(t_w) \qquad \forall t_w \tag{26c}$$

$$n(t,t_w) \ge 0 \qquad \forall\, t, t_w \tag{26d}$$

(2) 補助金つき均衡問題の導入

HSモデルによる通行権の最適配分パターンと均衡パターンの関係を見るために，“補助金つき均衡問題” を考える．これは，道路管理者が，希望到着時刻 t_w の通勤者毎に所得補助 $G(t_w)$ を給付（$G < 0$ なら所得税を賦課）する場合に実現する均衡状態である．この補助金つき均衡問題は，“通行権販売スキーム”と “通行権配布スキーム” を内包する問題である．より具体的には，“通行権配布スキーム”で道路管理者から通勤者に配布される通行権の価格 p_g が，補助金つき均衡問題の補助金 G に相当する．また，“通行権販売スキーム” は，$G = 0$ とした補助金つき均衡問題に相当する．

この補助金つき均衡問題では，希望到着時刻 t_w を持つ通勤者は，次の予算制約：

$$Y + G(t_w) = Z + s(t,t_w) + p(t) \tag{27}$$

のもとで，効用が最大となるように合成財消費量 Z と通行権の時刻 t を選択する．この通勤者の効用最大化問題の解は，効用関数 $U(Z\,|\,t_w)$ が Z に関して単調増加であることから，合成財消費量 Z の最大化問題：

$$\max_{t}.\, Z(t\,|\,t_w) \equiv Y + G(t_w) - s(t,t_w) - p(t) \tag{28}$$

の解と等価である．従って，各通勤者は Z を最大化するように通行権 t の選択行動 (28) を繰り返し，通行権配分パターンは均衡状態に達すると仮定する．その均衡状態は，第3章の均衡条件 (13)-(15) と同様，以下の a)〜c) の条件が同時に成立する状態である．

a) 通行権時刻の選択に関する均衡条件

均衡状態では，どの希望到着時刻 t_w の通勤者もボトルネック流出時刻 t を変更する動機を持たない．この所得補助 $\boldsymbol{G} \equiv \{G(t_w)\ \forall t_w\}$ 下の均衡状態では，通勤者が時刻 t の通行権を選択しているなら，その合成財消費量 $Z(t, t_w)$ は均衡合成財消費量 $Z^*(t_w\,|\,\boldsymbol{G})$ に等しく，選択されない時刻の合成財消費量はそれ以下である：

$$\begin{cases} Z(t\,|\,t_w) = Z^*(t_w\,|\,\boldsymbol{G}) & if\quad n(t,t_w) > 0 \\ Z(t\,|\,t_w) \le Z^*(t_w\,|\,\boldsymbol{G}) & if\quad n(t,t_w) = 0 \end{cases} \quad \forall\, t, t_w. \tag{29a}$$

なお，この均衡状態で希望到着時刻 t_w の通勤者が達成する効用レベルは $U(Z^*(t_w|\boldsymbol{G}))$ である．これは，明らかに，$G(t_w)$ の単調増加関数である．

b) 通行権取引市場の需給均衡条件

第3章の (3.14) と全く同様に，以下の需給均衡条件が成立する：

$$\begin{cases} \int n(t,t_w)dt_w = \mu & if\quad p(t\,|\,\boldsymbol{G}) > 0 \\ \int n(t,t_w)dt_w \le \mu & if\quad p(t\,|\,\boldsymbol{G}) = 0 \end{cases} \quad \forall\, t. \tag{29b}$$

ここで，$p(t|\boldsymbol{G})$ はこの補助金つき均衡状態で実現する時刻 t の通行権の市場価格である．

c）総通勤者数の保存条件

第 3 章の (15) と全く同様に，以下の通勤者数の保存条件が成立する：

$$\int n(t,t_w)dt = N(t_w) \qquad \forall t_w. \quad (29c)$$

（3）社会的最適配分と補償均衡配分

前節で導入した補助金つき均衡状態の通行権配分パターンは，HS モデルの最適配分パターンと，ある条件下で，一致する．これを確認するために，まず，HS モデルの最適性条件を書いておこう（導出は**付録**参照）：

$$\begin{cases}\hat{Z}(t\,|\,t_w) = Z(u(t_w)) & if \quad n(t,t_w) > 0 \\ \hat{Z}(t\,|\,t_w) \le Z(u(t_w)) & if \quad n(t,t_w) = 0\end{cases} \quad \forall t, t_w. \quad (30a)$$

$$\begin{cases}\int n(t,t_w)dt_w = \mu & if \quad \hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u}) > 0 \\ \int n(t,t_w)dt_w \le \mu & if \quad \hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u}) = 0\end{cases} \quad \forall t. \quad (30b)$$

$$\int n(t,t_w)dt = N(t_w) \qquad \forall t_w. \quad (30c)$$

ここで，(30a) に現れる $\hat{Z}(t\,|\,t_w)$ は，

$$\hat{Z}(t\,|\,t_w) \equiv Y + \hat{G}(t_w\,|\,\boldsymbol{u}) - s(t,t_w) - \hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u}),$$

であり，$\hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u})$ と $\hat{G}(t_w\,|\,\boldsymbol{u})$ は，各々，制約条件(30b), (30c) に対応する Lagrange 定数である．この $\hat{G}(t_w\,|\,\boldsymbol{u})$ は，（$Z(u(t_w))$ が目標効用水準 u_w に関して単調増加であるので）u_wに関して単調増加関数である．

この最適性条件 (30) と補助金つき均衡条件 (29) を比較すれば明らかなように，両者には一定の関係がある．まず，HS モデルの $\hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u})$ を，補助金つき均衡状態の通行権価格 $p(t|\boldsymbol{G})$ と見なせれば，HS モデルの最適性条件 (30b) と(30c) は，各々，補助金つき均衡条件 (29b) と(29c) に一致する．また，HS モデルの $\hat{G}(t_w\,|\,\boldsymbol{u})$ と $Z(u(t_w))$ が，各々，補助金つき均衡状態の $G(t_w)$ と $Z^*(t_w|\boldsymbol{G})$ と見なせれば，HS モデルの最適性条件 (30a) は，補助金つき均衡条件(29a)に一致する．

以上の対応関係から，HS モデルの目標効用水準 $\{u(t_w)\}$ を補助金つき均衡状態で実現する効用水準 $\{U(Z^*(t_w|\boldsymbol{G}))\}$ に等しく設定すれば，

$$\hat{G}(t_w\,|\,\boldsymbol{u}) = G(t_w) \ \ and \ \ \hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u}) = p(t\,|\,\boldsymbol{G})$$

が成立し，HS モデルの配分は，補助金つき均衡状態の配分と一致する（*ie.*. HS モデルの配分は，効用水準 $\boldsymbol{u}$ を実現する “補償均衡状態” での配分と一致する）．また，逆に，補助金つき均衡状態の補助金水準 $\{G(t_w)\}$ を HS モデルの $\{\hat{G}(t_w\,|\,\boldsymbol{u})\}$ に設定すれば，

$$U(Z^*(t_w\,|\,\boldsymbol{G})) = u(t_w) \ \ and \ \ p(t\,|\,\boldsymbol{G}) = \hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u})$$

が成立し，補助金つき均衡状態の配分は HS モデルの配分と一致する．従って，任意の補助金水準 $\boldsymbol{G}$ つき均衡状態の配分パターンは，$\boldsymbol{G}$ と 1 対 1 対応関係にある目標効用水準 $\boldsymbol{u}$ のもとでの HS モデルの最適配分パターンと一致する．以上をまとめると次の命題 2 が成立する．

命題 2　*任意の補助金水準の均衡状態で実現する通行権配分パターンは，HS モデルの配分と一致するという意味で，社会的に最適な配分である．*

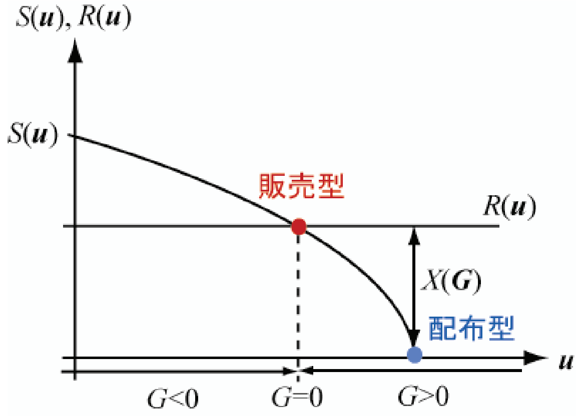

図-6　補助金水準 $\boldsymbol{G}$ と通行権配分スキームの関係

（4）通行権配分スキームに関する社会的最適性

前節の結果から，本稿で提案した 2 つの通行権配分スキームと HS モデルによる最適配分の関係を考察できる．以下では，各スキームで達成される均衡状態が，どのような目標効用水準の HS モデルに対応するかを示そう．

任意の目標効用水準 $\boldsymbol{u}$ に対応する HS モデルの最適配分状態 $\boldsymbol{n}^*$ では，条件(30a) より，

$$\begin{aligned}&[Y - Z(u(t_w)) - s(t,t_w)]\cdot n^*(t,t_w) \\ &= [\hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u}) - \hat{G}(t_w\,|\,\boldsymbol{u})]\cdot n^*(t,t_w)\end{aligned} \quad \forall t, t_w \quad (31)$$

が成立する．従って，最適状態での社会的余剰は，

$$S(\boldsymbol{n}^*\,|\,\boldsymbol{u}) = \iint [\hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u}) - \hat{G}(t_w\,|\,\boldsymbol{u})]\cdot n^*(t,t_w)\ dt\,dt_w$$

と表せる．これに，条件 (30b), (30c) を代入すると，

$$\begin{aligned}S(\boldsymbol{n}^*\,|\,\boldsymbol{u}) &= \int \hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u})\cdot \mu\, dt - \int \hat{G}(t_w\,|\,\boldsymbol{u})\cdot N(t_w) dt_w \\ &\equiv R(\boldsymbol{u}) - X(\hat{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{u})).\end{aligned} \quad (32)$$

ここで，$\boldsymbol{G} = \hat{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{u})$ とした補助金つき均衡（*ie.* 効用水準 $\boldsymbol{u}$ を実現する補償均衡）を考えよう．すると，式(32) 右辺の第一項 $R(\boldsymbol{u})$ は，この均衡状態での通行権販売額の合計であり，第二項 $X(\boldsymbol{G})$ は配布した補助金の合計である．従って，(32) は，補償均衡下での通行権市場価格の総額と補助金総額の差が，最適配分状態での社会的総余剰 $S(\boldsymbol{n}^*|\boldsymbol{u})$ に一致することを意味している．

この関係(32) は，$u(t_w) = u \ \forall t_w$ とすれば，$S(\boldsymbol{n}^*|\boldsymbol{u})$ が $\boldsymbol{u}$ に関して単調減少で，$R(\boldsymbol{u})$ が $\boldsymbol{u}$ に関して一定であることから，**図-6** の様に描かれる．この図から明らかなように，$S(\boldsymbol{n}^*|\boldsymbol{u})$ と $R(\boldsymbol{u})$ は一度だけ交差する．この点は，補助

金 $X(\boldsymbol{G}) = 0$ の均衡状態であり，"通行権販売型スキーム"に相当する．また，$S(\boldsymbol{n}^*|\boldsymbol{u}) = 0$ となる点では，通行権価値総額 $R(\boldsymbol{u})$ が補助金総額 $X(\boldsymbol{G})$ に一致する均衡状態であり，"通行権配布型スキーム" に相当する．従って，"通行権販売型スキーム" では，"通行権配布型スキーム" よりも達成される効用水準 $\boldsymbol{u}$ は低いが，社会的総余剰 $S(\boldsymbol{n}^*|\boldsymbol{u})$ が高くなる．また，どちらのスキームを採用しても，各均衡状態で実現する通行権配分パターンは，社会的に最適な配分パターンに一致する．以上をまとめると次の命題 3 が成立する．

命題 3　*通行権販売型スキームと 通行権配布型スキームの何れであれ，達成される通行権の均衡配分パターンは社会的に最適である.*

7. 利用者の確率的到着を考慮した分析

ここまででは，全ての道路利用者（通勤者）が，通行権の指定時刻ちょうどに，ボトルネックに到着する理想的な状況を考えてきた．しかし，実際には，全ての通勤者が選択した時刻通りにボトルネックに到着できるとは限らない．そのため，各時刻のボトルネック通行権の発行枚数を容量と等しく設定していても，渋滞が発生する可能性がある．その場合，制度の効率性を担保できるとは限らない．そこで，以下では，通勤者のボトルネック到着時刻の不確実性を考慮した場合の経済的損失を解析する．その上で，ボトルネック通行権の発行パターンをどのように設定すれば，経済的損失を逓減できるかを考える．

（1） 利用者のランダム到着に起因する経済的損失

各通勤者が，通行権で指定された時刻に対してランダムにボトルネックに到着する状況を考える．この状況下では，平均到着率は容量未満であっても，偶然ある時刻に到着者数が集中することによる待ち行列が発生する．そこで，あらかじめ通行権の発行枚数パターン λ をボトルネック容量 μ より少なく設定し，発生しうる待ち行列を軽減する施策が考えられる．この場合，ボトルネック通行権の発行枚数をボトルネック容量に対してどの程度の比率とするかが問題となる．

通勤者がランダムに到着する場合，発生する経済的損失は，待ち行列時間とスケジュール遅れによる時間損失である．そこで，各通勤者が経験する待ち行列時間を α，スケジュール遅れを$(1-\alpha)$で重み付けした線形和を通勤者一人当たりの経験する経済的損失と仮定する．全ての通勤者が同質であると仮定して，この通勤者一人当りの経済的損失の総和を全経済的損失 L_T と定義する．通勤者が全て同質ならば，L_T は，全通勤時間帯で発生した待ち行列時間の総和 L_Q とスケジュール遅れの総和 L_S を，各々 α と$(1-\alpha)$で重み付けした線形和と等価である．従って，全経済的損失 L_T は，

$$L_T \equiv \alpha \cdot L_Q + (1-\alpha) \cdot L_S \tag{33}$$

と定義できる．ここで，α は待ち行列時間損失とスケジュール遅れ損失を各々重み付けするパラメータである．以下では，(2)で待ち行列発生による時間損失 L_Q，(3)でスケジュール遅れ発生による損失 L_S を求める．

（2） 待ち行列発生による損失

まず，待ち行列による時間損失の総和 L_Q を求める．通勤者の到着がランダムな場合，待ち行列長の時間的推移は，確率的に与えられるので，L_Q も確率的に評価する必要がある．そこで，L_Q の確率分布を特徴付ける期待値 $E(L_Q)$ と分散 $Var(L_Q)$ を求める．

a） 待ち行列長の確率的挙動に関する仮定

通勤者がランダムにボトルネックへ到着する場合，待ち行列長 $Q(t)$ の時間的推移は確率的に変化する．ボトルネック通行権の発行枚数を λ，ボトルネック容量を μ とした場合，十分に長い待ち行列が生じている確定的な状況下では，時刻 $t \sim t+\tau$ の間での待ち行列長の変化は $(\lambda-\mu)\tau$ である．そこで，確率的到着下では，待ち行列長の時間的変化量が，平均 $(\lambda-\mu)\tau$，分散 $\tau\sigma^2$ の正規分布に従うと仮定する：

$$Q(t+\tau) - Q(t) \sim N((\lambda-\mu)\tau, \tau\sigma^2)\,. \tag{34}$$

b） 待ち行列長の確率的推移分布が従う拡散方程式

待ち行列長の時間的推移が上の仮定に従うとき，この待ち行列長の確率分布関数は，次の拡散方程式（*Fokker-Planck* 方程式）：

$$\frac{\partial F(Q,t\,|\,Q_0)}{\partial t} = -(\lambda-\mu)\frac{\partial F(Q,t\,|\,Q_0)}{\partial Q} + \frac{\sigma^2}{2}\frac{\partial^2 F(Q,t\,|\,Q_0)}{\partial Q^2} \tag{35}$$

に従うことが知られている（*eg.* Newell [23]）．ここで，$F(Q, t\,|\,Q_0)$ は時刻 0 での待ち行列長が Q_0 であるとの条件下で，時刻 t に待ち行列長が Q 以下となる条件付き確率分布関数である．この拡散方程式(35)の境界条件は，待ち行列長が負になりえないことから，

$$B.C.\quad F(\infty,t\,|\,Q_0)=1\,,\, F(0,t\,|\,Q_0)=0 \quad \forall t \tag{36}$$

である．また，時刻 0 での確率分布関数の初期条件は，発生している待ち行列長が Q_0 以上であれば 1 であり，

発生している待ち行列長が Q_0 より短ければ 0 である：

$$I.C. \quad F(Q,0,|Q_0)=\begin{cases}1 & if\ Q\geq Q_0\\ 0 & if\ Q<Q_0\end{cases} \tag{37}$$

境界条件(36)及び初期条件(37)のもとで拡散方程式(35)を解くと，待ち行列長の確率分布関数 $F(Q,t\mid Q_0)$は,

$$F(Q,t\,|\,Q_0)=\Phi(d_1)-e^{\frac{2Q(\mu-\lambda)}{t\sigma^2}}\Phi(d_2), \tag{38}$$

と与えられる．ここで,

$$d_1\equiv\frac{Q-Q_0+(\mu-\lambda)t}{\sqrt{t\,\sigma^2}},\ d_2\equiv d_1-\frac{2Q}{\sqrt{t\,\sigma^2}},$$

$\Phi(z)$ は標準正規確率分布関数，Q_0 は時刻 0 での待ち行列長である．

c) 待ち行列による時間損失の平均と分散

待ち行列による時間損失の総和 L_Q は，累積図の待ち行列損失の面積に相当するので，待ち行列長 $Q(t)$ を全時間帯で積分して求めることができる：

$$L_Q=\int Q(t)dt\,. \tag{39}$$

従って，式(38)で得られた確率分布関数 $F(Q,t\mid Q_0)$ を用いて，各時間帯で発生する待ち行列長 $Q(t)$ を全時間帯で積分すれば，L_Qの期待値 $E[L_Q]$が得られる：

$$E[L_Q]=\iint F_Q(x,t)\cdot x\,dxdt\,. \tag{40}$$

また，L_Qの分散 $Var[L_Q]$は,

$$Var[L_Q]=\iint F_Q(x,t)\cdot\left(x-E[L_Q]\right)^2 dxdt \tag{41}$$

と与えられる．ここで，$F_Q\equiv\partial F/\partial Q$ である．

(3) スケジュール遅れ発生による損失

以下の解析では，通勤者のスケジュール遅れの総和 $L_S(\lambda)$は，通行権の発行枚数パターンλに対して確定的に定まると近似する．実際には，通勤者の到着が確率的な状況下では，個々の通勤者のスケジュール遅れも確率的に変化し，$L_S(\lambda)$ は確率的変数である．しかし，そのような確率的損失の評価は解析的には困難であり，その詳細な分析は今後の課題としておく．

$L_S(\lambda)$ を確定的とみなした以降の解析では，累積勤務開始者数が速度 w で線形に増加し，各通勤者のスケジュール遅れは$|t_w-t|$で与えられると仮定する．この時，通勤者全体でのスケジュール遅れの総和 $L_S(\lambda)$ は，**図-7** における傾き w の直線 W と，傾き λ の直線 D で囲まれた部分の面積である．従って，$L_S(\lambda)$は,

$$L_S(\lambda)=\frac{N^2}{2}\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{w}\right). \tag{42}$$

と与えられる．ここで，Nは全通勤者数である．

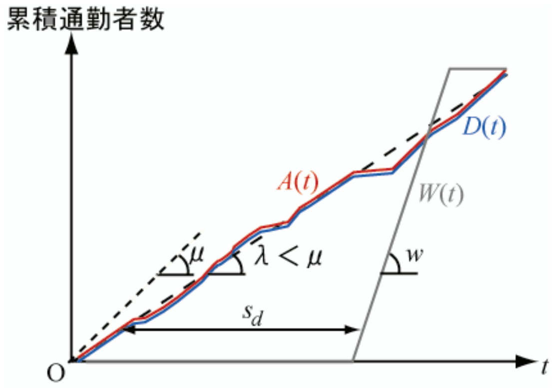

図-7 （通行権枚数λ）<（容量 μ）の場合の累積図

(4) 経済的損失を抑える通行権発行枚数パターン

以上のように定式化された待ち行列損失 L_Q と，スケジュール損失 L_S の間には，λ の設定水準によって，トレード・オフの関係が存在する．より具体的には，L_Q の期待値は，λ の水準によって決まり，λ を小さくすれば，L_Qの期待値を小さくできる．一方，$L_S(\lambda)$ は，λを小さくすれば，全通勤者が通勤し終るまでに要する時間が長くなるので，大きくなる．すなわち，全通勤時間帯を通じて，ボトルネック容量を使い切らない時間が長くなり，社会的な資源利用効率が低下する．

このようなλに依存する $L_Q(\lambda)$ と $L_S(\lambda)$の線形和である全経済的損失 $L_T(\lambda)$ は，L_Qが確率変数であるため，確率変数として評価される必要がある．そこで，確率的な L_T と λ の関係を特徴付ける指標として，期待値 $E[L_T(\lambda)]$ と分散 $Var[L_T(\lambda)]$ を採用する．$L_T(\lambda)$ の定義 (33) より，$E[L_T(\lambda)]$ と $Var[L_T(\lambda)]$ は

$$E[L_T(\lambda)]=\alpha\cdot E[L_Q(\lambda)]+(1-\alpha)\cdot L_S(\lambda) \tag{43}$$

$$Var[L_T(\lambda)]=\alpha\,Var[L_Q(\lambda)] \tag{44}$$

である．さらに，通勤者 1 人当りの経済的損失 $L(\lambda)\equiv L_T(\lambda)/N$ の期待値 $E[L(\lambda)]$，分散 $Var[L(\lambda)]$も，各々,

$$E[L(\lambda)]=\frac{1}{N}\{\alpha\cdot E[L_Q(\lambda)]+(1-\alpha)\cdot L_S(\lambda)\} \tag{45}$$

$$Var[L(\lambda)]=\frac{\alpha}{N}Var[L_Q(\lambda)] \tag{46}$$

と求められる．

これらの指標を定量的に評価するために，**表-3** の各パラメータのもとでボトルネック容量 μ を 1 として，λ を変化させて $E[L(\lambda)]$と $\Delta[L(\lambda)]\equiv\{Var[L(\lambda)]\}^{1/2}$ を求める．**図-8** は，縦軸に $E[L(\lambda)]$，横軸に $\Delta[L(\lambda)]$をとり，0 から 1 までのλに対応する点をプロットしたものである．この図では，5 本の曲線（$\alpha=0.0$ の場合は縦軸と重なる）が描かれているが，これらは，パラメータ $\alpha=0$, 0.25, 0.50, 0.75, 1.0 の各ケースに対応している．ここで，各曲線の最も右の点（標準偏差が最大となる点）が $\lambda=\mu$

表-3　パラメータの設定

パラメータ	数値
発行枚数 λ	$0 \le \lambda \le 1$
ボトルネック容量 μ	1
全通勤時間 T	$60/\lambda$
行列長の標準偏差 σ	0.25
L_Q の重み α	$0 \le \alpha \le 1.0$
勤務開始率 w	1.5

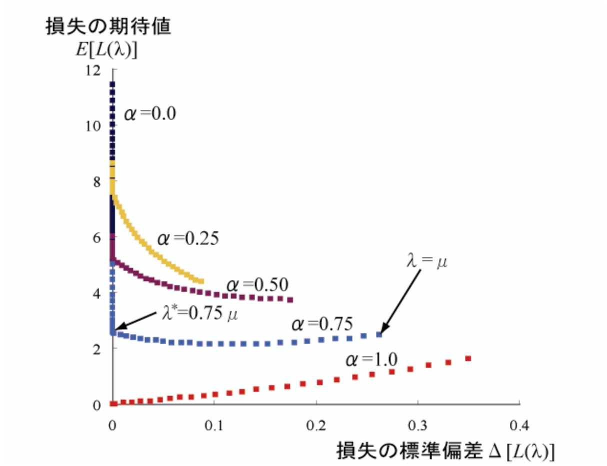

図-8　λ と $E(L)$, $\Delta(L)$ の関係

に対応している．λ を変化させた時の $E[L(\lambda)]$ と $\Delta[L(\lambda)]$ の関係を考察するために，例として，$\alpha=0.75$ の曲線を見てみよう．λ を 0 から徐々に μ に近づけていくと，λ が小さい間は，損失の標準偏差 $\Delta[L]$ は 0 のまま，期待値 $E[L]$ が減少する．しかし，$\lambda=0.75\mu$ を超えると，急激に $\Delta[L]$ が増加し始め，$E[L]$ はほとんど減少しなくなる．この傾向は，$\alpha=1$ の場合（*ie.* スケジュール遅れ損失が全く考慮されない状況）を除き，他の α でも，ほぼ同様である．つまり，$L(\lambda)$ の標準偏差は，λ がある閾値 λ^* を超えると，急激に増加するという特性を有している．

この特性を利用し，経済的損失 $L(\lambda)$ の期待値，標準偏差をともに抑える $\lambda=\lambda^*$ を発行枚数パターンとして採用することは合理的であろう．なぜなら，待ち行列時間損失の重みがスケジュール遅れ損失より大きい現実的なケース（*eg.* α = 0.50, 0.75）では，λ を λ^* より大きくすると，小さい方が望ましい $\Delta[L]$ が急激に増加するだけで，$E[L]$ はほとんど減少しない．逆に，λ を λ^* より小さくすると，$\Delta[L]$ はほぼ 0 であるが，$E[L]$ が増加してしまう．これは，$\sigma=0.25$ の場合のみの限定的な特性ではなく，σ を変化させた場合の数値実験からも得られたロバストな特性である．

以上のように合理的な通行権発行パターンを考える際

表-4　通行権発行枚数の閾値 λ^*

α \ σ	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
0.50	**0.91**	**0.89**	**0.86**	**0.82**	**0.78**
0.75	**0.90**	**0.88**	**0.84**	**0.80**	**0.75**

の指針となりうる閾値 λ^* の概算値を得るために，α と σ を変化させて λ^* を計算した．表-4 は，α=0.50 と 0.75 の各ケースについて，σ を 0.05 から 0.25 まで変化させて計算した λ^* である．この表から，α の変化に対しては，λ^* は大きな変化を示さないことが判る．これは，待ち行列損失とスケジュール遅れ損失の間にトレード・オフ関係が存在しているためと考えられる．一方，σ の変化に対しては，σ が大きくなるほど，λ^* が小さくなる傾向がある．ただし，到着率のばらつきがかなり高い状況（$\sigma=0.25$）でも，閾値 λ^* は，ボトルネック容量の 8 割弱である．以上より，通勤者の確率的到着を現実的な範囲で考慮すると，通行権の単位時間当り発行枚数をボトルネック容量の 8 割程度とすれば，社会的損失 L の期待値，標準偏差ともに小さく抑えられることが判る．

8. おわりに

交通渋滞緩和策として従来から提案されてきた混雑料金制は，道路管理者と利用者間での需要情報の非対称性により，現実的条件下での有効性を保証することが難しい．そこで，本稿では，新たな渋滞解消策として "ボトルネック通行権取引制度" を提案した．この制度では，利用者自らが支払い意思額に基づいて通行権の価格付けを行うので，需要情報の非対称性は問題とならない．本研究では，この制度を渋滞の発生している通勤交通に導入した場合を想定し，その経済的効果を理論的に分析した．その結果，制度導入によって，全通勤者と道路管理者の経済的厚生がパレート改善することを示した．さらに，通行権市場で実現する通行権の均衡配分パターンは，社会経済的に最適であることを明らかにした．

本稿では，単独ボトルネック・モデルに基づく理論解析を示した．その結果は，利用者のボトルネック通過回数が1回であれば，複数ボトルネックが存在する場合（*eg.* 並列型ボトルネック）でも，同様に成立する．しかし，より一般的な複数ボトルネック（*eg.* 直列型ボトルネック，一般ネットワーク）の場合には，効率的な通行権取引スキームのあり方は，自明ではない．その様な，より一般的な理論特性の解明は，今後の重要な研究課題である．

付録　HS モデルの最適性条件

HS モデル (26) は線形計画問題であるから，最適性の必要十分条件は，Kuhn -Tucker 条件で与えられる．すなわち，通行権配分パターン $\boldsymbol{n}^*$ が最適であるための必要十分条件は，

$$\begin{cases} n^*(t,t_w)\cdot \partial L/\partial n(t,t_w)=0 \\ \qquad \partial L/\partial n(t,t_w)\le 0,\ \ n(t,t_w)\ge 0 \end{cases} \quad \forall t,t_w, \quad \text{(A1a)}$$

$$\begin{cases} \hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u})\cdot \partial L/\partial \hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u})=0 \\ \qquad \partial L/\partial \hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u})\ge 0,\ \ \hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u})\ge 0 \end{cases} \quad \forall t, \quad \text{(A1b)}$$

$$\textit{and}\ \ \partial L/\partial \hat{G}(t_w\,|\,\boldsymbol{u})=0 \qquad \forall t_w, \quad \text{(A1c)}$$

を満たす { $\hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u}), \hat{G}(t_w\,|\,\boldsymbol{u})$ } が存在することである．ここで，関数 L は，以下の様に定義される Lagrangean：

$$L(\boldsymbol{n}\,|\,\boldsymbol{u}) \equiv S(\boldsymbol{u}) + \int \hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u})\cdot\{\mu - \int n(t,t_w)dt_w\}dt + \int \hat{G}(t_w\,|\,\boldsymbol{u})\cdot\{\int n(t,t_w)dt - N(t_w)\}dt_w$$

であり，$\hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u})$ と $\hat{G}(t_w\,|\,\boldsymbol{u})$ は，各々，制約条件(26b), (26c) に対応する Lagrange 定数である．この (A1) に現れる Lagrangean の偏微分を具体的に計算すると，

$$\partial L/\partial n(t,t_w) = \hat{Z}(t\,|\,t_w) - Z(u(t_w)), \quad \text{(A2a)}$$

$$\hat{Z}(t\,|\,t_w) \equiv Y + \hat{G}(t_w\,|\,\boldsymbol{u}) - s(t,t_w) - \hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u}),$$

$$\partial L/\partial \hat{p}(t\,|\,\boldsymbol{u}) = \mu - \int n(t,t_w)dt_w, \quad \text{(A2b)}$$

$$\partial L/\partial \hat{G}(t\,|\,\boldsymbol{u}) = \int n(t,t_w)dt - N(t_w), \quad \text{(A2c)}$$

である．これを (A1) に代入すれば，(30) が得られる．

参考文献

1) Weitzman, M. L. : Prices vs. quantities, *The Review of Economic Studies*, Vol.41, pp.477-491, 1974.
2) Laffont, J.J. : More on prices vs. quantities, *The Review of Economic Studies*, Vol.44, pp.177-182, 1977.
3) Montgomery, W. D. : Markets in licenses and efficient pollution control programs, *Journal of Economic Theory*, Vol.5, pp.395-418, 1972.
4) Tietenberg, T.H. : Transferable discharge permits and the control of stationary source air pollution: a survey and synthesis, *Land Economics*, Vol.56, pp.391-416, 1980.
5) Vickrey, W.S. : Congestion theory and transportation investment, *American Economic Review*, Vol.59, pp.251 -260, 1969.
6) Hendrickson, C. and Kocur, G. : Schedule delay and departure time decisions in a deterministic model, *Transportation Science*, Vol.15, pp.62-77, 1981.
7) Smith, M.J. : The existence of a time-dependent equilibrium distribution of arrivals at a single bottleneck, *Transportation Science,* Vol.18, pp.385-394, 1984.
8) Daganzo, C.F. :The uniqueness of a time-dependent equilibrium distribution of arrivals at a single bottleneck, *Transportation Science*, Vol.19, pp.29-37, 1985.
9) Newell, G.F. : The morning commute for non-identical travelers, *Transportation Science*, Vol.21, pp.74-88, 1987.
10) Kuwahara, M. : Equilibrium queuing patterns at a two- tandem bottleneck during the morning peak, *Transportation Science*, Vol.24, pp.217-229, 1990.
11) Tabuchi, T. : Bottleneck congestion and modal split, *Journal of Urban Economics* Vol.34, pp.401-431, 1993.
12) Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R. : Departure time and route choice for the morning commute, *Transportation Research B*, Vol.24, pp.209-228, 1990.
13) Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R. : A structural model of peak-period congestion: A traffic bottleneck with elastic demand, *American Economic Review*, Vol.83, pp. 161-179. 1993.
14) 赤松隆：交通流の予測・誘導・制御と動的なネットワーク配分理論, 土木計画学研究・論文集 13, pp.23-48, 1996.
15) 桑原雅夫：道路交通における出発時刻選択に関する研究解説, 土木学会論文集，IV-41，pp.73-84, 1998.
16) 井料隆雅，吉井稔雄，朝倉康夫：出発時刻選択問題の均衡状態に関する数理的分析, 土木学会論文集，IV-66，pp.105-118, 2005.
17) 赤羽弘和，桑原雅夫，佐藤拓也：高速道路の利用予約制に関する基礎研究, 土木学会論文集, IV-49, pp.79-87, 2000.
18) Daganzo, C.F. and Garcia, R.C. : A pareto improving strategy for the time-dependent morning commute problem, *Transportation Science*, Vol.34, pp.1-9, 2000.
19) Verhoef, E., Nijkamp, P. and Rietveld, P. : Tradable permits: their potential in the regulation of road transport externalities, *Environment and Planning B*, Vol.24, pp.527-548, 1997.
20) Alonso, W. : *Location and land use: Toward a general theory of land rent*, Harvard University press, Cambridge, 1964.
21) Berliant, M. and Fujita M. : Alonso's discrete population model of land use: efficient allocations and competitive equilibria, *International Economic Review*, Vol.33, pp.535-566, 1992.
22) Fujita, M. : *Urban economic theory*, Cambridge University press, 1989.
23) Newell, G.F. : *Applications of queuing theory*, Chapman and Hall, 1971.

(2006. 2. 2 受付)

TRADABLE TIME-OF-DAY BOTTLENECK PERMITS FOR MORNING COMMUTERS

Takashi AKAMATSU, Shintaro SATO and Long Xuan NGUYEN

This paper presents a novel transportation demand management scheme that can completely eliminate traffic jam at a bottleneck. In the proposed scheme, a road manager issues "*bottleneck permits*" that allow road users to pass a pre-specified bottleneck at a pre-specified time, and they are traded (and priced) among road users in auction markets. We then prove that the introduction of the proposed system in morning rush-hour not only eliminates traffic jam but also can achieve Pareto optimality in equilibrium. Through this analysis, we reveal that the equilibrium problem of the proposed system is mathematically isomorphic to an equilibrium model of urban residential location.